Lietuvos mokinių trečiosios astronomijos olimpiados uždavinių sprendimų rekomendacijos

IX klasė ir jaunesni moksleiviai

1 uždavinys **(5 taškai)**

Sąlyga:

Vienoje iš naujai atrastų planetinių sistemų yra planeta, kuri skrieja apie savąją saulę apskritimine orbita. Planeta neturi atmosferos, o jos sukimosi ašis yra statmena orbitos plokštumai. Šios planetos saulinė para yra 36,0 val., žvaigždinė para 35,90445 val., dienos trukmė pusiaujyje (laiko tarpas nuo viršutinio saulės krašto pasirodymo virš horizonto tekant ir iki viršutinio saulės krašto išnykimo už horizonto leidžiantis) yra 18,04 val. Laikydami, kad planeta yra idealus rutulys, o jos spindulys yra daug kartų mažesnis už orbitos spindulį raskite: 1) kokio kampinio skersmens vietinė saulė yra matoma šioje planetoje, 2) per kiek laiko planeta atsiduria tame pačiame orbitos taške.

Sprendimą žiūrėkite X-XII klasės uždavinių paaiškinimuose.

2 uždavinys **(5 taškai)**

Sąlyga:

Jupiterio opozicijos metu jo palydovo Kalistos tranzitas per planetos diską Grinviče prasidėjo lygiai trečią valandą vietos laiku. Nuo kokios iki kokios datos Vilniaus gyventojai galėtų stebėti visą Kalistos tranzitą (galite nurodyti savaitės tikslumu)? Kada jie galės stebėti bent dalį šio reiškinio? Atsakymą pagrįskite skaičiavimais.
Į sutemas neatsižvelkite. Paprastumo dėlei tarkite, kad Jupiterio ir Kalistos orbitų plokštumos sutampa su ekliptikos plokštuma. Vilniaus ilguma 25,17 laipsnių, Kalistos orbitos spindulys 1893000 km, apskriejimo aplink Jupiterį periodas 403 val.

Sprendimas

Jei sakoma, kad Jupiteris yra opozicijoje, tai reiškia, kad lygiai 0 val. vietos laiku Jupiteris kulminuoja – yra aukščiausiai virš horizonto. Saulė tuo metu yra žemutinėje kulminacijoje – nusileidusi žemiausiai po horizontu.

Kalistos tranzitas truks tol, kol ji keliaus Jupiterio disku. Kalistos skriejimo greitis:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1893000}{403} \approx 29514\,\text{km/val.}$$

Tuomet tranzito trukmė:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{142984}{29514} \approx 4{,}84\,\text{val.}$$

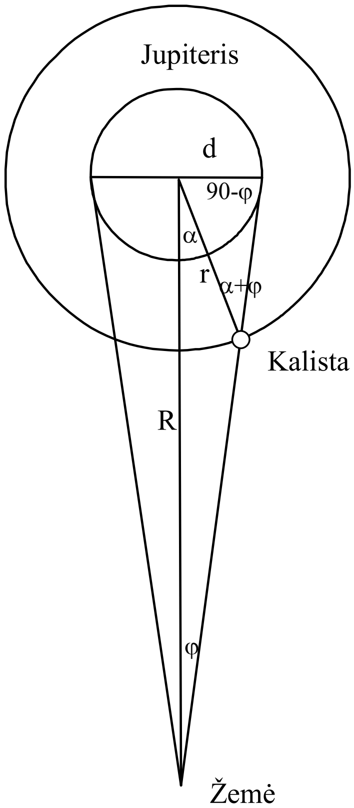
Taigi, tranzito trukmė yra maždaug 4 valandos 50 minučių.

Tranzitas prasideda 3UT (UT - pasaulinis laikas) ir baigiasi 3UT+4:50UT=7:50UT. Kadangi Vilnius yra antroje laiko juostoje, žiemą čia tranzito pradžia 5 val., pabaiga 9:50 val. Kai įvedamas vasaros laikas, laikrodžiai pasukami valandą į priekį. Tuomet tranzito pradžia 6 val., pabaiga 10:50

val. Vėliausiai Saulė teka žiemą, sausio 1-2 dienomis 8:42. Tai yra anksčiau, nei 9:50. Taigi, viso tranzito Vilniuje nebematysime jokiu metų laiku.
Kad matytume bent tranzito pradžią, reikia, kad Saulė Vilniuje, kai įvestas vasaros laikas, 6 val. dar būtų nepatekėjusi. Taigi, nuo balandžio 22 iki rugpjūčio 18 dienos tranzito Vilniuje stebėti tikrai negalėtume. Kitu metų laiku, bent jau šio reiškinio pradžią, būtų galima stebėti.

<u>Pastaba:</u>

Tiksliai skaičiuojant tranzito trukmę reikėtų atsižvelgti, kad Jupiterio diską matome tam tikru kampu ir palydovas kerta diską ne tiese, o apskritimo lanku.



Užrašome dvi lygtis kampams φ ir α:

$$\frac{\sin(90-\varphi)}{r} = \frac{\sin(\varphi+\alpha)}{d/2},$$

$$tg\varphi = \frac{d/2}{R}.$$

Įstatę duomenis į paskutinę išraišką gautume φ≈0,006516 laipsnio. Tai yra labai mažai palyginus su 90, todėl φ pirmos išraiškos kairėje pusėje galime atmesti.

Tuomet lieka

$$\sin(\varphi+\alpha) = \frac{d/2}{r} = \frac{142984/2}{1893000} \approx 0{,}03777$$

Iš čia α = arcsin(0,03777) - φ ≈ 2,158 laipsnio.

Tada laikas, kurį Kalista bus tranzite, lygus:

$$t = \frac{2\cdot\alpha\cdot T}{360} \approx 4{,}83 \text{ val.}$$

Tai beveik nesiskiria nuo laiko, gauto apytiksliu sprendimu.

3uždavinys (4taškai)

Sąlyga:

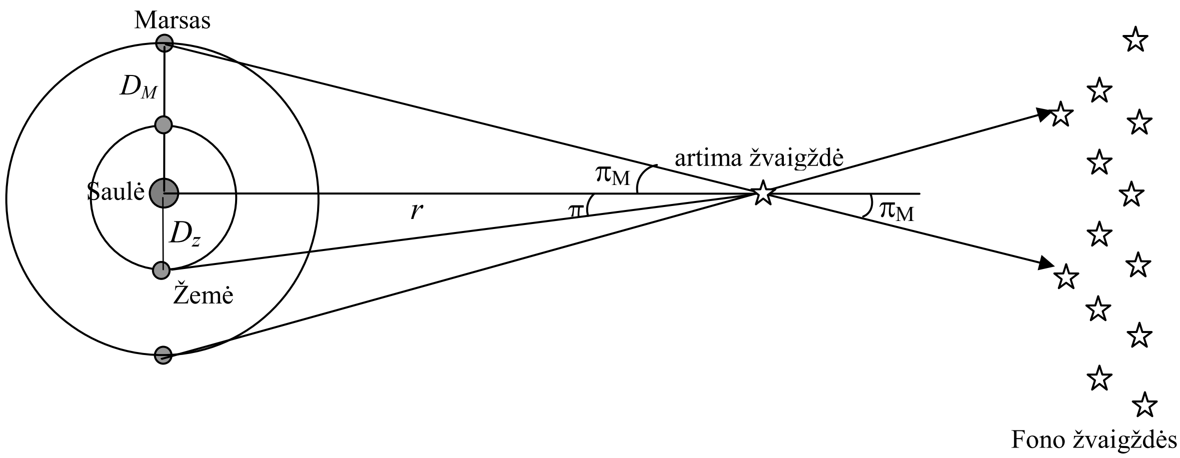
Tarkime, kad Marso civilizacija naudoja tuos pačius kampo matavimo vienetų apibrėžimus kaip ir Žemės civilizacija: statų kampą sudaro 90 laipsnių, 1 laipsnis yra 3600 kampinių sekundžių. Nustatykite Žemės ir Marso parsekų santykį.

Sprendimas:

Parsekas, astronominių nuotolių matavimo vienetas. Vienas parsekas Žemės stebėtojui yra nuotolis tokios žvaigždės, kurios paralaksas yra lygus vienai kampinei sekundei. Žemei skriejant aplink Saulę, tą pačią žvaigždę metų bėgyje stebime skirtingomis kryptimis. Paralaksas lygus pusei kampo, kuriuo mes matysime žvaigždę tolimesnių žvaigždžių atžvilgiu, jei stebėsime žvaigždę kas pusę metų, pavyzdžiui birželio ir gruodžio mėnesiais.
Šviesulio nuotolis parsekais bus:

$r = \dfrac{1}{\pi}$, kur π yra paralaksas.

Dabar tarkime, kad atsidūrėme Marse. Ir remdamiesi žemiškąja patirtimi norime išmatuoti žvaigždžių nuotolius.



Žemės ir Marso astronomų „naudojamų“ parsekų santykis bus Žemės ir Marso orbitų didžiųjų pusašių santykiai.

r_Z – žvaigždės nuotolis Žemės parsekais
r_M – žvaigždės nuotolis Marso parsekais
D_M –Marso orbitos didysis pusašis ($227{,}9 \times 10^6$ km)
D_Z –Žemės orbitos didysis pusašis ($149{,}6 \times 10^6$ km)

π_Z - Žemės gyventojo paralaksas

π_M - marsiečio paralaksas

$$tg\pi_Z = \frac{D_Z}{r_Z}; \qquad tg\pi_M = \frac{D_M}{r_M}$$

Kampai maži, todėl:

$$\pi_Z[\text{rad}] = \frac{D_Z}{r_Z}; \qquad \pi_M[\text{rad}] = \frac{D_M}{r_M}$$

Marso parsekas 1,52 karto stambesnis matavimo vienetas negu Žemės parsekas:

$$\frac{r_Z}{r_M} = \frac{\pi_M}{\pi} = \frac{D_M}{r} \cdot \frac{r}{D_Z} = \frac{227{,}9}{149{,}.6} \approx 1{,}52 \text{ karto}$$

4 uždavinys **(3 taškai)**

Sąlyga:

Kodėl arti Paukščių Tako juostos danguje stebima daugiau silpnų žvaigždžių negu galaktikų, o toliau nuo šios juostos atvirkščiai – stebima daugiau galaktikų negu silpnų žvaigždžių?

Sprendimas:

Mūsų Galaktikoje, kaip ir kitose spiralinėse galaktikose, žvaigždės ir tarpžvaigždinė medžiaga (dulkės ir dujos) koncentruojasi į diską. Mes gyvename šiame diske ir stebime jį iš vidaus. Stebimas Paukščių Takas - tai yra Galaktikos disko projekcija danguje. Kuo arčiau disko plokštumos, tuo daugiau mūsų Galaktikos žvaigždžių matome. Tuo tarpu tolimesnius objektus užstoja mūsų Galaktikos tarpžvaigždinė medžiaga. Kitas galaktikas mums patogiau stebėti, kai jos yra aukštai virš mūsų Galaktikos plokštumos, kur yra mažiau dulkių bei dujų.

5 uždavinys **(3 taškai)**

Sąlyga:

Berlyno muziejuje (Vorderasiatisches Museum) saugoma Antiocho I laikų (281-261m. pr. Kr.) astronominis tekstas, rastas Uruke (dabartinio Irako teritorija, $\lambda = 44$ laipsniai, $\varphi = 33$ laipsniai). Šioje 9,5 cm aukščio lentelėje vaizduojama pasaulio kūrimo scena, kurią babiloniečiai įsivaizdavo žvelgdami į dangų. Kairėje pavaizduota Jupiterio planeta – tai Mardukas atžygiuojantis nugalėti Tiamat. Sparnuotas slibinas su priekinėmis liūto letenomis yra Tiamat sukurta pabaisa pasauliui pražudyti – Hidros žvaigždynas. Ant šio mistinio žvėries stovi liūtas, t.y. Liūto žvaigždynas, vaizduojantis gėrio pergalę prieš blogį. Kokiu metų laiku babiloniečiai per visą naktį galėjo stebėti tokį šviesulių išsidėstymą?

<u>Sprendimas:</u>
(Žiūrėkite X-XII klasės šio uždavinio sprendimo pirmą dalį)

X –XII klasė

1 uždavinys **(4 taškai)**

Sąlyga

Vienoje iš naujai atrastų planetinių sistemų yra planeta, kuri skrieja apie savąją saulę apskritimine orbita. Planeta neturi atmosferos, o jos sukimosi ašis yra statmena orbitos plokštumai. Šios planetos saulinė para yra 36 val., žvaigždinė para 35,90445 val., dienos trukmė pusiaujyje (laiko tarpas nuo viršutinio Saulės krašto pasirodymo virš horizonto tekant ir iki viršutinio Saulės krašto išnykimo už horizonto leidžiantis) yra 18,04 val. Laikydami, kad planeta yra idealus rutulys, o jos spindulys yra daug kartų mažesnis už orbitos spindulį raskite: 1) kokio kampinio skersmens vietinė saulė yra matoma šioje planetoje, 2) per kiek laiko planeta atsiduria tame pačiame orbitos taške, 3) koks šios saulės vidutinis tankis.

Sprendimas

Sprendime vartojami žymėjimai:

α – saulės kampinis spindulys,
r – atstumas iki saulės (nuo jos centro iki planetos centro),
R – saulės spindulys (nuo jos centro iki regimo iš planetos jos krašto),
T – planetos metai (apskriejimo orbita periodas),
M – saulės masė,
m – planetos masė,
ω – kampinis greitis,
ρ – tankis,
V – tūris,
G – gravitacinė konstanta; $\mathrm{G} = 6{,}672 \cdot 10^{-11} \left[\dfrac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\right]$

Duota : dienos trukmė t_1 = 18,04 val.
žvaigždinė para t_2 = 35,90445 val.
saulinė para t_3 = 36,00 val.

1) Dienos trukmė t_1 yra ilgesnė už pusę saulinės paros t_3 tokiu laiko tarpu, kurio reikia saulei pasislinkti dangumi kampiniu atstumu lygiu jos kampiniam skersmeniui. Kadangi per saulinę parą saulė danguje apkeliauja 360 laipsnių, tai jos kampinis skersmuo:

$$2 \cdot \alpha = \frac{(t_1 - t_3 \cdot 0{,}5) \cdot 360}{t_3} = \frac{(18{,}04 - 18) \cdot 360}{36} = 0{,}4\,[\text{laipsnio}] = 1440\,[\text{kampinių sekundžių}].$$

2) Per žvaigždinę parą t_2 (laiko tarpą tarp dviejų tos pačios žvaigždės kulminacijų) planeta apsisuka 360 laipsnių apie savo ašį. Planetos saulinė para t_3 (laiko tarpas tarp dviejų saulės kulminacijų) yra ilgesnė už žvaigždinę tokiu laiko tarpu, kurį planeta sugaišta pasisukimui apie savo ašį kampu, lygiu kampui, kuriuo per saulinę parą planeta pasislenka orbitoje, stebint iš orbitos centro. Vadinasi per saulinę parą planeta orbitoje pasislenka kampu:

$$\beta = \frac{(t_3 - t_2) \cdot 360}{t_2} ,$$

o visą orbitą (360 laipsnių) apkeliauja per:

$$T = \frac{360}{\beta} = \frac{t_2}{(t_3 - t_2)} = \frac{35{,}90445}{36 - 35{,}90445} \approx 375{,}8 \text{ [vietinė saulinė para]} = 48703680 \text{ s}$$

3) Tankis:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Masės m planetai skriejant apie M masės žvaigždę spindulio r apskritimine orbita, planetą veikianti gravitacinė jėga ir išcentrinė jėga yra lygios:

$$F_g = F_i$$

$$G\frac{m \cdot M}{r^2} = m \cdot w^2 \cdot r$$

Tada žvaigždės masė: $M = \dfrac{w^2 \cdot r^3}{G}$

Kampinį greitį w išreiškiame per orbitos apskriejimo periodą T (metai sekundėmis):

$$w = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Tada žvaigždės masė:

$$M = \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{r^3}{G}$$

Masę galima gauti ir iš trečiojo Keplerio dėsnio (planetos masė lyginant su saulės mase yra maža ir jos galime nepaisyti):

$$M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2}$$

Tūris:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

Tankis:

$$\rho = \frac{\frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot \frac{r^3}{G}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = \frac{3 \cdot \pi}{G \cdot T^2 \cdot (R/r)^3}$$

Žvaigždės spindulys R ir atstumas nuo planetos (orbitos spindulys) r nežinomi, tačiau jų santykis yra lygus žvaigždės kampinio spindulio α, kuriuo ji yra matoma iš planetos, sinusui *(galima imti ir tangentą)*:

$$\frac{R}{r} = \sin\alpha$$

Todėl tankis:

$$\rho = \frac{3\cdot\pi}{G\cdot T^2\cdot(\sin\alpha)^3} = \frac{3\cdot 3{,}14}{6{,}672\cdot 10^{-11}\cdot 48703680^2\cdot \sin(0{,}2[laipsnio])^3} \approx 1400\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$$

(kadangi kampas mažas, galima naudoti pakeitimą:

sin α = α[kampinės sekundės]/206265, (α = 720 kampinių sekundžių)

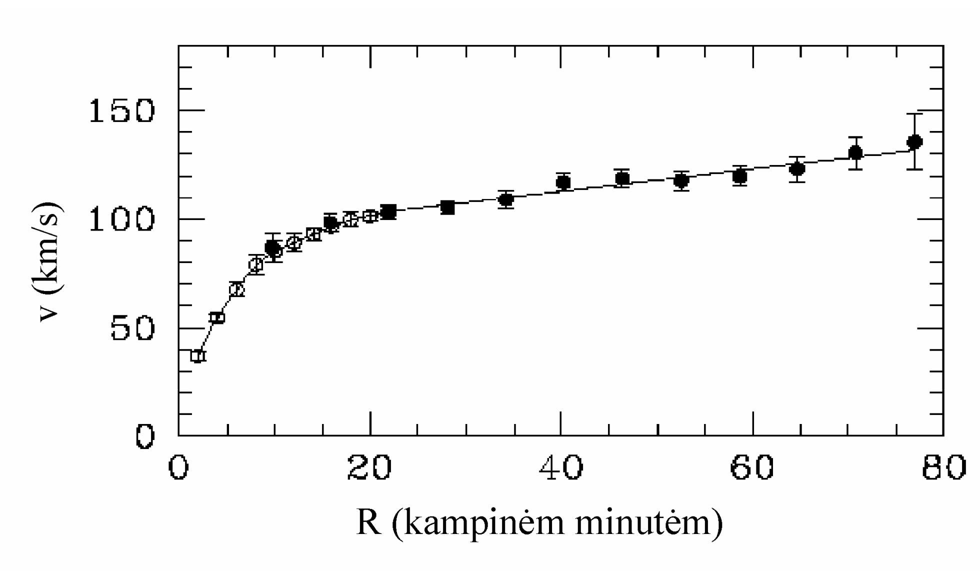
Tada:

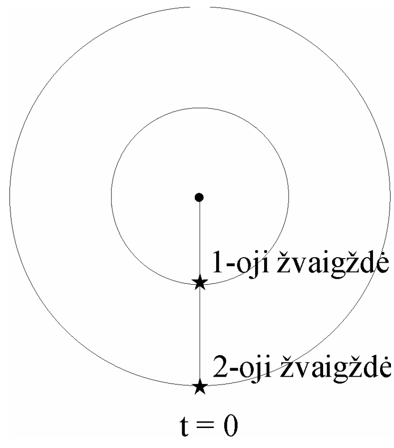
$$\rho = \frac{3\cdot 3{,}14\cdot 206265^3}{6{,}672\cdot 10^{-11}\cdot 48703680^2\cdot 720^3} \approx 1400\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$$

2 uždavinys **(6 taškai)**

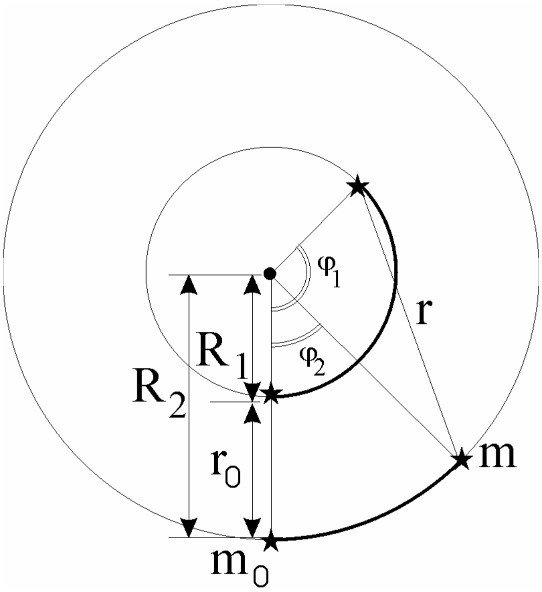
Sąlyga

M33 yra Vietinės Grupės diskinė galaktika, iki kurios atstumas 0,75 Mpc. Tarkime, kad stebime šioje galaktikoje dvi žvaigždes, kurios apskritiminėmis orbitomis sukasi apie galaktikos centrą vienoje plokštumoje. Galaktikos sukimosi kreivė duota paveikslėlyje. Pirmoji žvaigždė yra 2,18 kpc nuo galaktikos centro. Pradiniu laiko momentu antroji žvaigždė nuo pirmosios yra priešingoje pusėje negu galaktikos centras (žiur. brėžinį), o jos regimas ryškis žiūrint iš pirmosios žvaigždės yra 12,19. Antrosios žvaigždės absoliutus ryškis 2,00. Kadangi tarpusavio nuotolis tarp žvaigždžių kito, antrosios žvaigždės regimasis ryškis, stebint iš pirmosios žvaigždės, sumažėjo 2,00 ryškiais. Po kiek laiko tai įvyko? (Tarpžvaigždinės ekstinkcijos nepaisyti).





Sprendimas



1) Šiame uždavinyje reikės dviejų pagrindinių formulių:

a. Regimojo ryškio ir atstumo sąryšis

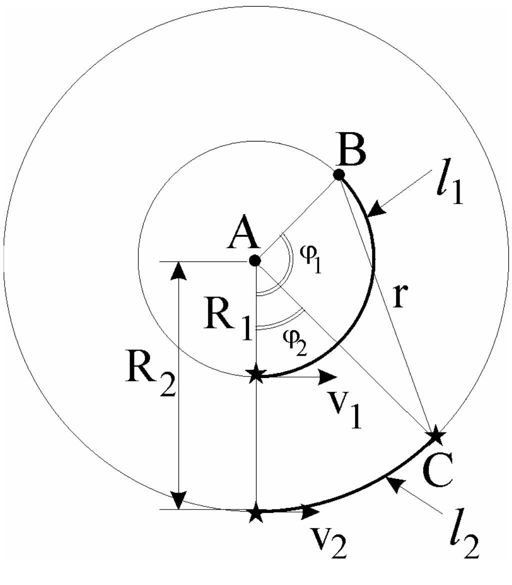
Atstumą galima gauti turint absoliutinį ir regimąjį žvaigždžių ryškius. Absoliutinio ryškio apibrėžimas, tai žvaigždės ryškis jai esant 10 pc nuotoliu nuo stebėtojo:

$m - M = 5\lg r - 5$,

čia *m*- regimasis žvaigždės ryškis, *M*- absoliutinis ryškis, *r*- atstumas iki žvaigždės.

Iš šios formulės gauname sąryšį atstumui skaičiuoti:

$$\boxed{r = 10^{\frac{m-M+5}{5}}}. \qquad \textbf{(I)}$$



b. Laiko ir atstumo tarp žvaigždžių sąryšis

Pastaba: sprendimui naudokite brėžinį. Žiūrėkite į trikampį ABC.

Mums reikia rasti, kaip kinta atstumas *r* priklausomai nuo laiko. Tam reikalingas kampas tarp žvaigždžių galaktikos centro atžvilgiu:

$\Delta\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t)$

ir jų nuotoliai nuo centro R_1 ir R_2. Atstumą *r* galime rasti naudodami kosinusų teoremą:

$r^2 = R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\Delta\varphi(t)$.

Belieka įvertinti $\Delta\varphi$ priklausomybę nuo laiko. Kampus φ_1 ir φ_2 galime išreikšti per žvaigždžių nueitą kelią l_1 ir l_2:

$$\left.\begin{cases}\varphi_i = \dfrac{l_i}{R_i} \\ l_i = v_i t\end{cases}\right\} \Rightarrow \varphi_i = \frac{v_i t}{R_i},$$

čia i įgyja reikšmes 1 arba 2, priklausomai kuriai žvaigždei (pirmai ar antrai) taikome formulę. Tada

$$\Delta\varphi = \left(\frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2}\right)t$$

Įsistačius šią formulę į kosinusų teoremą, turime:

$$r^2 = R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\left(t\left(\frac{v_1}{R_1} - \frac{v_2}{R_2}\right)\right).$$

Iš čia galime išsireikšti laiką:

$$\boxed{t = \frac{R_1R_2 \cdot \arccos\left(\dfrac{R_1^2 + R_2^2 - r^2}{2R_1R_2}\right)}{v_1R_2 - v_2R_1}}. \qquad \textbf{(II)}$$

Tai ir yra pagrindinė uždavinio formulė, pagal kurią reikės rasti laiką.

2) Antras etapas, susirasti atstumus R_2 ir r.

Šiuos atstumus galime rasti iš duotų ryškių.

a. $\underline{R_2 \text{ rasime sužinoję atstumą tarp žvaigždžių pradiniu laiko momentu } r_0}$.

R_2 reikalingas tam, kad iš sukimosi kreivės galėtumėm rasti žvaigždės judėjimo greitį ir lanką l_2.

Šiam atstumui nustatyti reikalinga (I) formulė:

$$r_0 = 10^{\frac{m_0 - M + 5}{5}},$$

čia m_0 antros žvaigždės regimasis ryškis pradiniu laiko momentu, M jos absoliutinis ryškis. Tada

$$R_2 = R_1 + r_0 = R_1 + 10^{\frac{m_0 - M + 5}{5}};$$

$$R_2 = 2180 + 10^{(12{,}19 - 2 + 5)/5} = 3271pc = 3{,}27kpc.$$

b. <u>r taip pat galime rasti iš (I) formulės.</u>

$$r = 10^{(m - M + 5)/5};$$

čia m regimasis antrosios žvaigždės ryškis praėjus laiko tarpui t:

$$m = 12{,}19 + 2.$$

$$r = 10^{(14{,}19 - 2 + 5)/5} = 2742pc = 2{,}74kpc.$$

3) Iš sukimosi kreivės gauname abiejų žvaigždžių greičius.

a. <u>Randame formulę kaip pasiversti tiesinius atstumus į kampinius.</u>

Kadangi sukimosi kreivėje atstumas iki galaktikos centro duotas kampinėmis sekundėmis, reikia išsivesti formulę kaip iš tiesinių atstumų pereiti į kampinius.

Naudojant mažų kampų taisyklę ($\mathrm{tg}(\alpha\,[\mathrm{rad}]) \approx \alpha\,[\mathrm{rad}]$, $\alpha\,[\mathrm{rad}] << 1$) galima užrašyti:

$$\alpha_i\,[\mathrm{rad}] = \frac{R_i}{D}; \quad \alpha_i\,[\mathrm{rad}] = \frac{2\pi}{21600}\alpha_i\,[\mathrm{arcmin}];$$

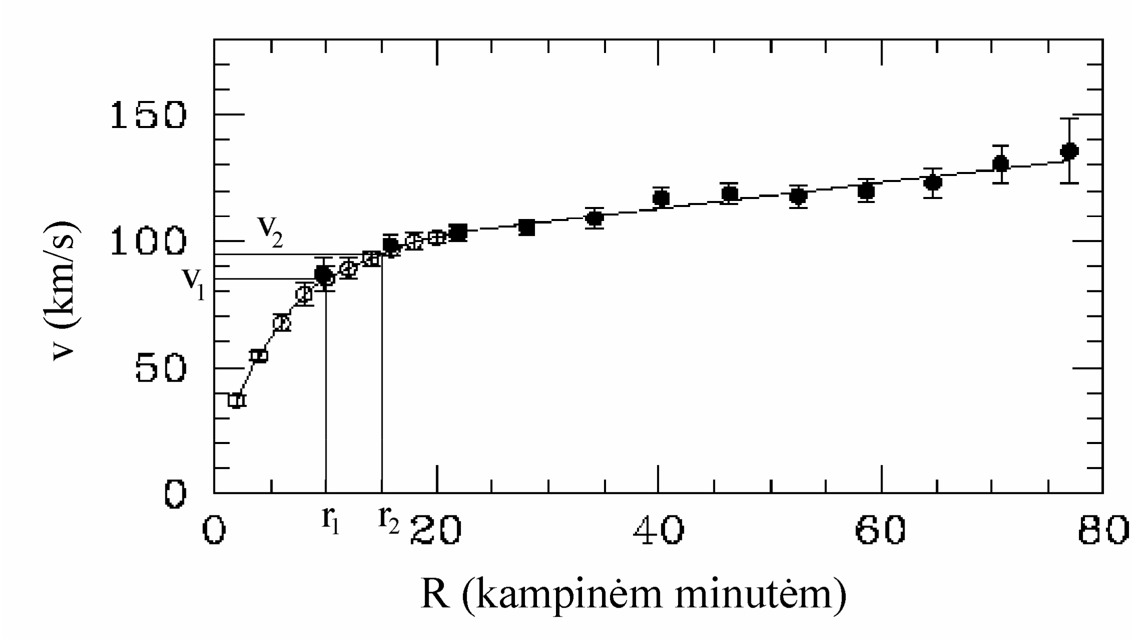
nes 21600 arcmin = 360°.

b. Apskaičiuojame abiejų žvaigždžių kampinius atstumus iki galaktikos centro

$$\alpha_i\,[\text{arcmin}] = \frac{21600}{2\pi}\frac{R_i}{D},$$

$$\alpha_1\,[\text{arcmin}] = \frac{21600}{2\pi}\frac{R_1\,[\text{kpc}]}{D\,[\text{kpc}]} = \frac{21600}{6{,}28}\frac{2{,}18}{750} = 10{,}00\,\text{arcmin};$$

$$\alpha_2\,[\text{arcmin}] = \frac{21600}{2\pi}\frac{R_2\,[\text{kpc}]}{D\,[\text{kpc}]} = \frac{21600}{6{,}28}\frac{3{,}27}{750}. = 15{,}00\,\text{arcmin};$$



c. Iš sukimosi kreivės randame žvaigždžių greičius
$v_1 = 85\text{km/s}$ ir $v_2 = 95\text{km/s}$.

4) Belieka suvienodinti dimensijas ir įsistatyti į (II) lygtį.

$R_1 = 2{,}18\text{kpc}\cdot 3{,}09\cdot 10^{16}\,\text{km/kpc} = 6{,}74\cdot 10^{16}\,\text{km};$

$R_2 = 3{,}27\text{kpc}\cdot 3{,}09\cdot 10^{16}\,\text{km/kpc} = 10{,}10\cdot 10^{16}\,\text{km};$

$r = 2{,}74\text{kpc}\cdot 3{,}09\cdot 10^{16}\,\text{km/kpc} = 8{,}47\cdot 10^{16}\,\text{km}.$

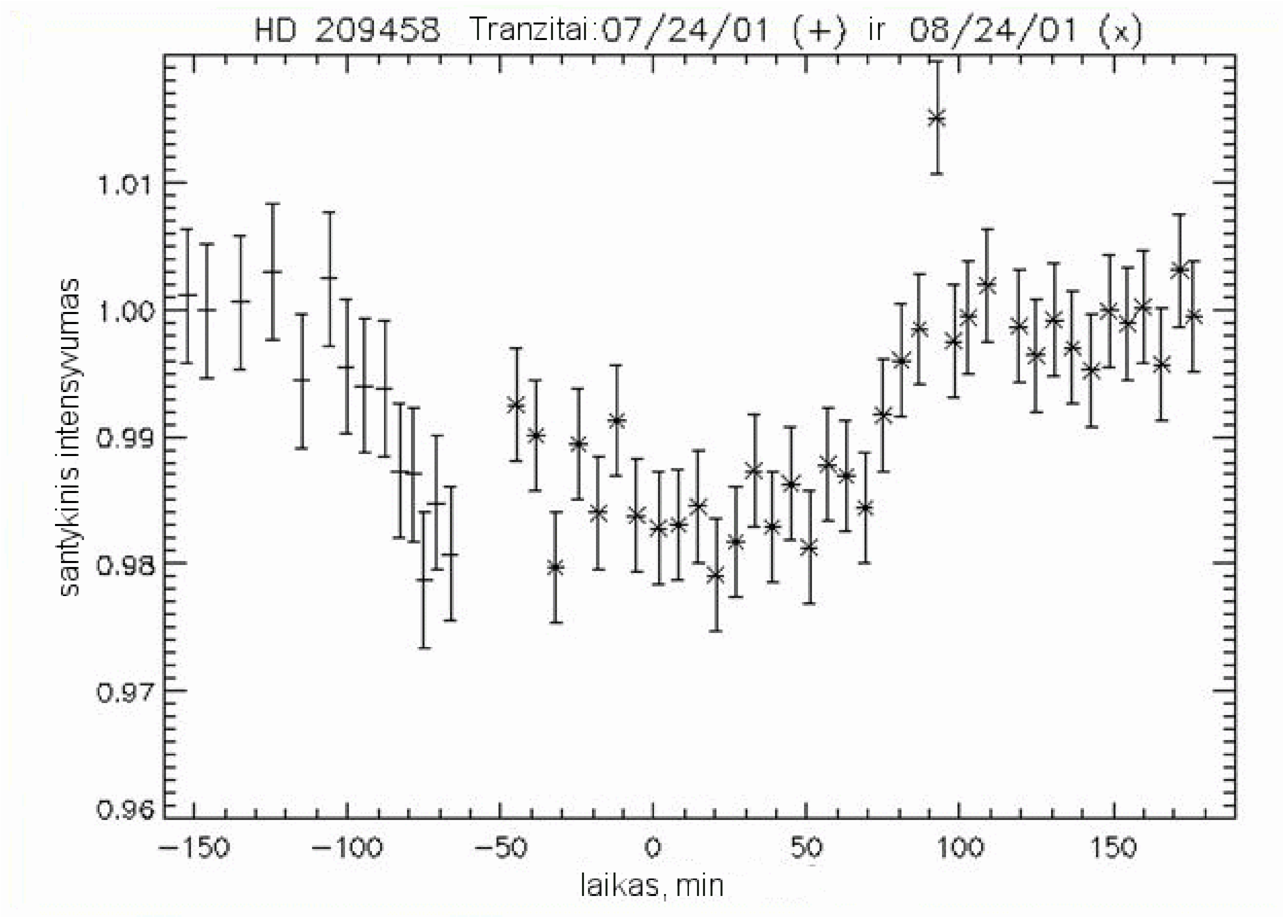
$$t = \frac{R_1R_2\cdot\arccos\left(\dfrac{R_1^2+R_2^2-r^2}{2R_1R_2}\right)}{v_1R_2 - v_2R_1} = \frac{6{,}74\cdot 10{,}10\cdot 10^{16}\cdot\arccos\left(\dfrac{6{,}74^2+10{,}10^2-8{,}47^2}{2\cdot 6{,}74\cdot 10{,}10}\right)}{85\cdot 10{,}10 - 95\cdot 6{,}74} =$$

$= 3.06\cdot 10^{15}\,\text{s} = 9.70\cdot 10^{7}$ metų $= 97$ milijonai metų

3 uždavinys **(4 taškai)**

Sąlyga

2001m. Berlin Exoplanet Search teleskopu buvo užregistruotas aplink žvaigždę HD 209458 besisukančios planetos tranzitas. Žvaigždės spektrinė klasė G0V, spindulys 1,07 Saulės spindulio. Iš pateiktų duomenų apskaičiuokite aplink šią žvaigždę skriejančios planetos spindulį. (Atsakymą pateikite Jupiterio spinduliais).



Sprendimas:

Pažymėkime žvaigždės, kurios spindulys R, vienetinio ploto skleidžiamą energiją E. Tuomet visos žvaigždės išspinduliuojama energija bus lygi:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot E$$

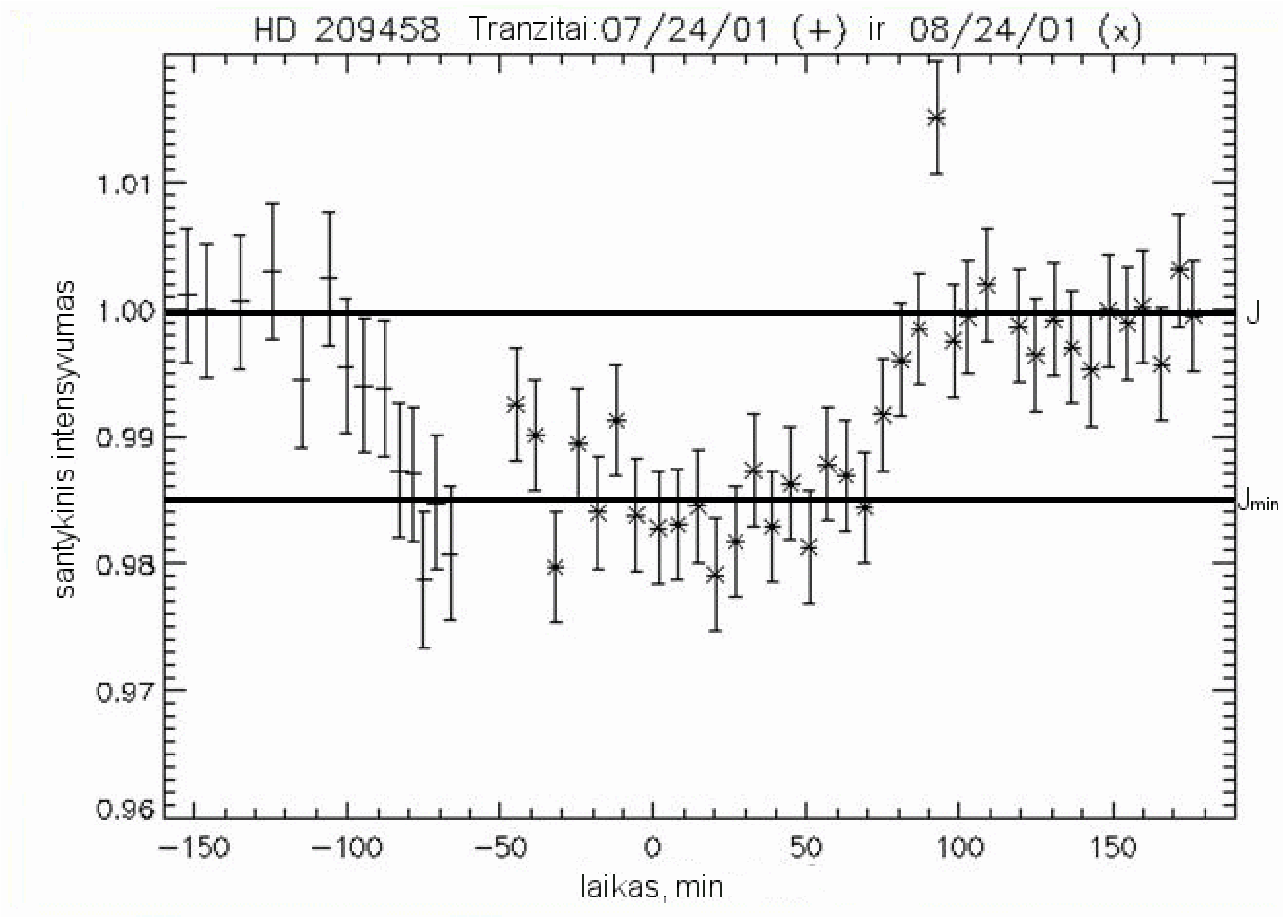
Tuomet visos žvaigždės spinduliuojama energija į vienetinį plotą atstume l bus lygi:

$$J = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot l^2} = \left(\frac{R}{l}\right)^2 E,$$

Jei žvaigždę užtemdo planeta, kurios spindulys r, tuomet žvaigždės spinduliuojama energija į ploto vienetą bus lygi:

$$J_{\min} = \frac{R^2 - r^2}{l^2} E$$

Iš grafiko surandame spinduliuotės srautą nesant tranzitui (J) ir spinduliuotės srautą tranzito metu ($J_{\min}$).



Sulyginame formules:

$$\eta = \frac{J_{\min}}{J} = \frac{R^2 - r^2}{R^2} = 0{,}985$$

Išreiškiame planetos spindulio r vertę:

$$r = R\sqrt{1-\eta} = 0.13 R_{Saule} = 0{,}13 \frac{696000 \cdot 2}{142984} R_{Jup} = 1{,}26 R_{Jup}$$

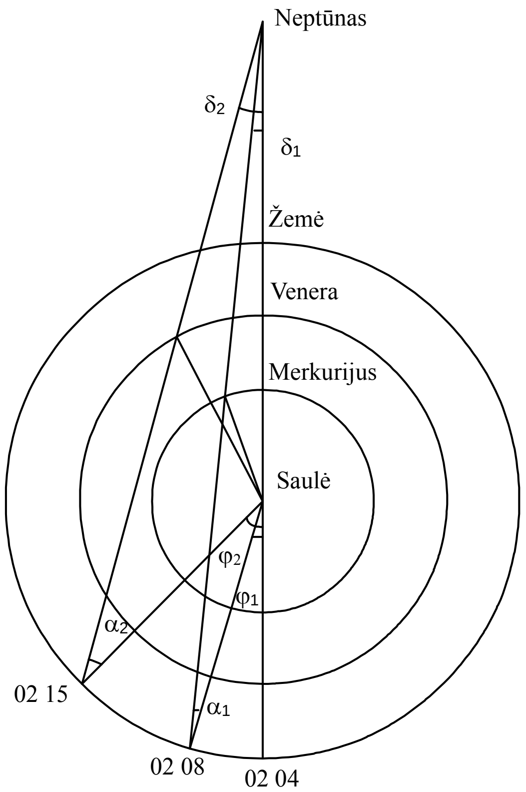
Atsakymas: $1{,}26 R_{Jup}$

***4 uždavinys* (2 taškai)**

Sąlyga

Šių metų vasario 4 d. Neptūnas buvo jungtyje su Žeme ir nutolęs nuo jos 31,0 AU. Ši tolima planeta vasario 8d. 2° kampu pralenkė Merkurijų, o vasario 15d. pralenkė Venerą 0,9°. Kokiu kampu dangaus sferoje Neptūnas buvo nutolęs nuo Saulės vasario 8 ir 15 dienomis? Ar patogu tuo metu buvo stebėti Neptūną? Kodėl? (Tarkime, kad orbitos yra ekliptikos plokštumoje).

Sprendimas:



Šiame uždavinyje prasilenkimo kampai su Venera ir Merkurijum yra perteklinė informacija.
Pirmiausia įvertinkime, kokiu kampiniu atstumu pasislinks Neptūnas per 11 stebėjimo dienų. Kadangi Neptūno periodas lygus $P_{Nep} = 163{,}7$ m., tuomet per stebėjimo laikotarpį Neptūnas vidutiniškai pasislinks:

$\Delta_{Nep} = \dfrac{11 \cdot 360}{163{,}7 \cdot 365{,}26} = 0.066^{\circ}$ kampu. Kitaip sakant ± 4 kampinių minučių tikslumu galime tarti, kad Neptūnas stovi vietoje, o orbita skrieja tik Žemė.

Pirmiausia surandame φ_1 ir φ_2 vertes:

$$\varphi_1 = \frac{360}{365.26} \cdot 4 = 3{,}94^{\circ}$$

$$\varphi_2 = \frac{360}{365.26} \cdot 11 = 10{,}84^{\circ}$$

Toliau surandame δ vertę:

$\alpha + \delta + 180 - \varphi = 180$ -> $\delta = \varphi - \alpha$

Pritaikius sinusų teoremą gauname:

$\dfrac{\sin\delta}{1[AU]} = \dfrac{\sin\alpha}{D}$, čia D atstumas tarp Saulės ir Neptūno. Sugretinę formules gauname:

$$D\sin(\varphi - \alpha) = \sin\alpha$$

Pritaikę trigonometrinį sąryšį $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$

Gauname:

$ctg\alpha = \dfrac{1 + D\cos\varphi}{D\sin\varphi}$, čia D bus lygus $D = 31{,}0 - 1{,}0 = 30{,}0$

Tuomet galutinė formulė:

$$\alpha = arcctg\left(\frac{1}{D\sin\varphi} + ctg\varphi\right)$$

Įstatę reikšmes gauname:
Vasario 8 dieną: 3,8 laipsnių
Vasario 15 dieną: 10,5 laipsnių

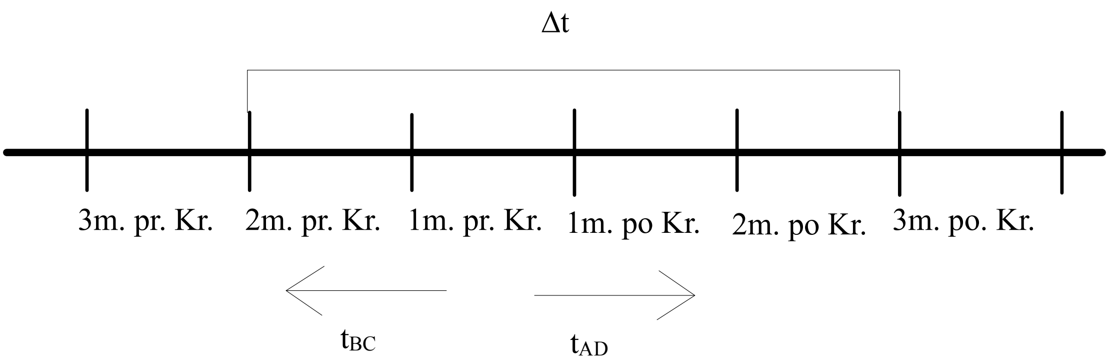
<u>5 uždavinys (4 taškai)</u>

<u>Sąlyga</u>

Berlyno muziejuje (Vorderasiatisches Museum) saugoma Antiocho I laikų (281-261m. pr. Kr.) astronominis tekstas, rastas Uruke (dabartinio Irako teritorija, $\lambda = 44$ laipsniai, $\varphi = 33$ laipsniai). Šioje 9,5 cm aukščio lentelėje vaizduojama pasaulio kūrimo scena, kurią babiloniečiai įsivaizdavo žvelgdami į dangų. Kairėje pavaizduota Jupiterio planeta – tai Mardukas atžygiuojantis nugalėti Tiamat. Sparnuotas slibinas su priekinėmis liūto letenomis yra Tiamat sukurta pabaisa pasauliui pražudyti – Hidros žvaigždynas. Ant šio mistinio žvėries stovi liūtas, t.y. Liūto žvaigždynas, vaizduojantis gėrio pergalę prieš blogį. Kokiu metų laiku ir kokiais metais, Antiocho I valdymo metu, babiloniečiai per visą naktį galėjo stebėti tokį šviesulių išsidėstymą? (Jupiteris Dvynių žvaigždyne buvo 2002 m., Jupiterio apskriejimo aplink Saulę periodas – 11,862m., o Liūto ir Dvynių žvaigždynus skiria 45 laipsniai).

<u>Sprendimas:</u>

Pirmos dalies atsakymas: pavasarį. Atsakymą galima pasitikrinti pasinaudojus sukamuoju žvaigždėlapiu.
Antrą dalį galima spręsti taip:
Pirmiausia reikia nepamiršti, kad metų skaičiavime nėra 0m.



Todėl bus teisinga formulė:

$$\Delta t = t_{AD} + t_{BC} - 1$$

Pasinaudoję šia formule suskaičiuojam laiko intervalą nuo 2002m. iki Antiocho I valdymo pradžios:

$$\Delta t = 2002 + 281 - 1 = 2282m.$$

Paskaičiuojam, kiek kartų Jupiteris ir Žemė buvo toje pačioje konfigūracijoje žvaigždžių atžvilgiu:

$$k = \frac{\Delta t}{T_{Jup}} = \frac{2282}{11,862} = 192,38$$

Atmetam trupmeninę dalį ir suskaičiuojam, kuriais metais Jupiterio padėtis dangaus sferoje buvo artima padėčiai 2002m.:

$$t_{BC}^{1} = 11.862 \times 192 - 2002 + 1 = 276,5m.pr.Kr.$$

0,5m. reiškia, kad Jupiterio padėtis nevisiškai sutaps su 2002m. padėtimi, o vidutiniškai bus pasislinkęs:

$$\varphi_1 = \frac{0.5 \cdot 360}{11.862} = 15^\circ$$

Kadangi plokštėje nėra nurodyta kur tiksliai yra Jupiteris, o žvaigždynus skiria 45°, tai netgi atsižvelgus į šią pataisą, Jupiteris išliks šalia Liūto žvaigždyno.
Paskaičiuojam sekančius metus, kada Jupiteris bus šalia Liūto žvaigždyno:

$$t_{BC}^2 = 11.862 \cdot 191 - 2002 + 1 = 264.64 m.pr.Kr.$$

0,64m. reiškia, kad Jupiteris, lyginant su padėtimi 2002m., vidutiniškai bus pasislinkęs dydžiu:

$$\varphi_2 = \frac{0.64 \cdot 360}{11.862} = 20^\circ$$

Tačiau į Liūto žvaigždyną nepateks.
Atsakymas: $276 m.pr.Kr.$ ir $264 m.pr.Kr.$