

Lietuvos mokinių aštuntoji astronomijos olimpiada
Pirmas turas

X-XII klasių mokiniai

Uždavinių spendimai

1 užduoitis. Lentelėje pateikti žvaigždžių duomenys. Pabaikite pildyti lentelę. Parodykite visus skaičiavimus, kaip apskaičiuojate trūkstamus duomenis.

Lentelė. Žvaigždžių duomenys.

Žv. pavadinimas	Regimasis ryškis (mag)	Absoliutinis ryškis (mag)	Atstumas (pc)	Paralaksas (")	Tarpžvaigždinė sugertis * (mag)
Žvaigždė nr. 1	-0,72		95		0,00
Žvaigždė nr. 2		-0,31	11,3	0,088	0,00
Žvaigždė nr. 3	5,10		1000		1,50
Dvinarė žvaigždė	nr. 4A	0,91		0,078	0,00
	nr. 4B		0,21		0,00
	4(A+B)**				0,00
Žvaigždė nr. 5	0,38			0,286	0,00
Žvaigždė nr. 6	1,25	-7,30			0,50

* Tarpžvaigždinė sugertis dar vadinama tarpžvaigždinė ekstinkcija

** Žvaigždė stebima kaip neišskiriama dvinarė

Sprendimas

Šio uždavinio sprendimas remiasi dviem pagrindinėmis formulėmis.

Atstumas iki žvaigždės parsekais:

$$r = \frac{1}{p''} \quad (1)$$

Atstumo modulio formulė:

$$m - M = 5 \times \lg r - 5 + A \quad (2).$$

m – žvaigždės regimasis ryškis (mag)

M – žvaigždės absoliutinis ryškis (mag)

r – atstumas iki žvaigždės parsekais

p'' – žvaigždės paralaksas kampinėmis sekundėmis

A – tarpžvaigždinė ekstinkcija

Neišskiriamos dvinarės ryškis skaičiuojamas taip:

$$m_1 - m_0 = -2.5 \cdot \lg \left(\frac{J_1}{J_0} \right)$$

$$m_2 - m_0 = -2.5 \cdot \lg \left(\frac{J_2}{J_0} \right)$$

Tegul $m_0 = 0$ mag

$$J_1 = J_0 \cdot 10^{-0.4 \cdot m_1}$$

$$J_2 = J_0 \cdot 10^{-0.4 \cdot m_2}$$

$$J = J_1 + J_2 = J_0 (10^{-0.4 \cdot m_1} + 10^{-0.4 \cdot m_2})$$

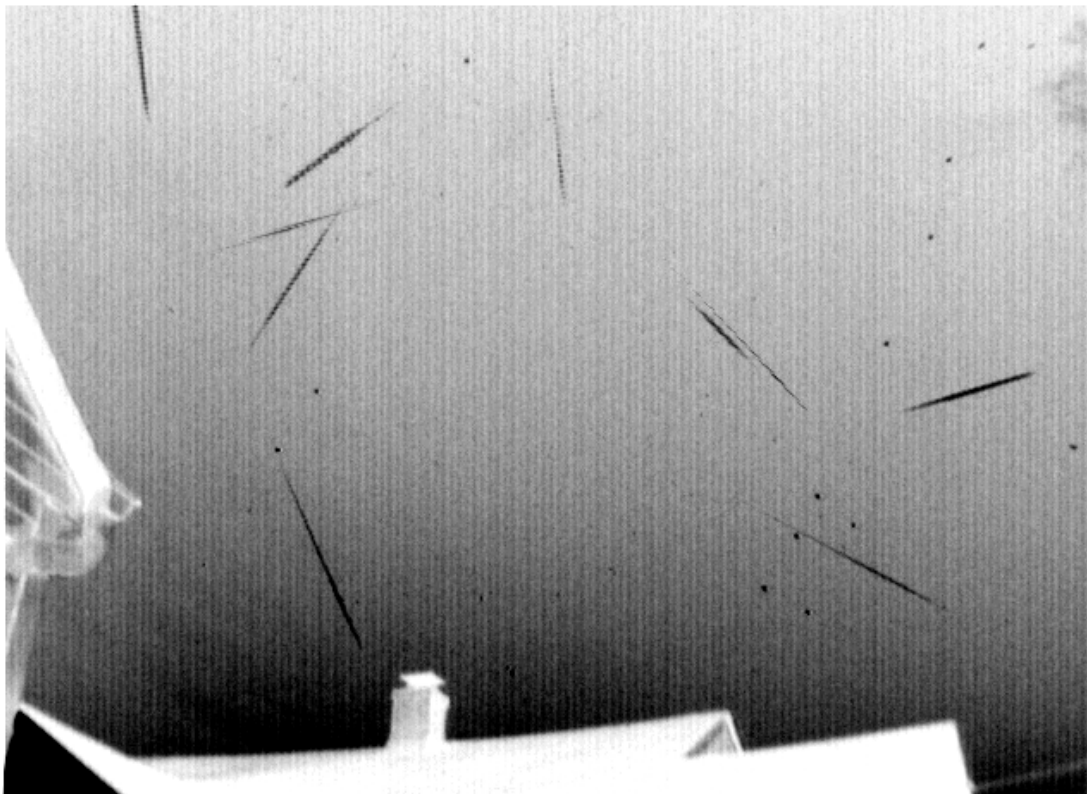
$$m - m_0 = -2.5 \cdot \lg\left(\frac{J}{J_0}\right) = -2.5 \lg(10^{-0.4 \cdot m_1} + 10^{-0.4 \cdot m_2})$$

Rezultatų lentelė:

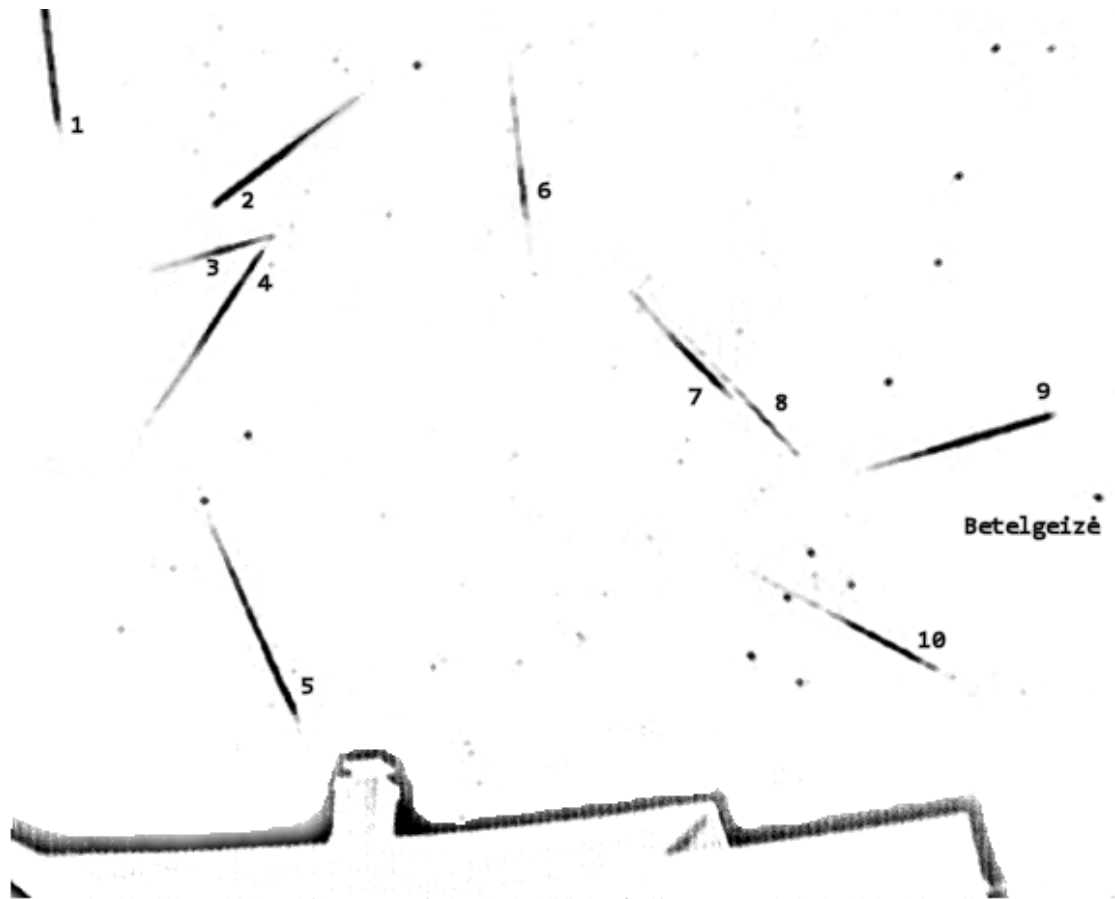
Žv. pavadinimas	Regimasis ryškis (mag)	Absoliutinis ryškis (mag)	Atstumas (pc)	Paralaksas (")	Tarpžvaigždinė sugertis * (mag)	
Žvaigždė nr. 1	-0,72	-5,61	95	0,011	0,00	
Žvaigždė nr. 2	-0,04	-0,31	11,3	0,088	0,00	
Žvaigždė nr. 3	5,10	-6,4	1000	0,001	1,50	
Dvinarė žvaigždė	nr. 4A	0,91	0,36	12,9	0,078	0,00
	nr. 4B	0,76	0,21	12,9	0,078	0,00
	4(A+B)	-0,08	-0,62	12,9	0,078	0,00
Žvaigždė nr. 5	0,38	2,66	3,50	0,286	0,00	
Žvaigždė nr. 6	1,25	-7,30	407	0,002	0,50	

2 užduotis. 2009 metų gruodžio 10 d. vakare (19-21 val. vietos laiku) ir gruodžio 11d. ryte (4:30 val. -

7 val. vietos laiku) astronomas mėgėjas Dayton mieste (JAV) filmavo geminidų meteorų srautą. Užfiksuotus įdomiausius kadrus stebėtojas sudėjo į vieną bendrą nuotrauką (1 pav.). Išvalytoje nuotraukoje (2 pav.) suraskite nors vieną užfiksuotą žybsnį, įvykusį gruodžio 10 d. Nurodykite to žybsnio numerį ir atsakymą pagrįskite.



1 pav. Originalios suminės geminidų nuotraukos negatyvas.



2 pav. Išvalyta suminė geminidų nuotrauka su sunumeruotais meteorų žybsniais bei pažymėta Betelgeizės padėtimi.

Sprendimas:

1. Išsiaiškiname, į kurią dangaus pusę yra nukreipta video kamera. Tai galime nustatyti pagal to paties šviesulio paliktą taką. Pastebime, kad objektas kildamas aukštyr slenka į dešinę pusę. Kadangi Dayton miestas yra šiauriniame pusrutulyje, tokį taką paliks tekantis objektas. (Besileidžiantis objektas leistųsi žemyn ir slinktų į dešinę pusę).
2. Naudodamiesi žvaigždėlapio nustatome, kokie ryškiausi objektai matomi rytuose gruodžio 10 d. vakare. Tai Kapela, Betelgeizė ir Aldebaranas. Be to, iš vakaro teka Dvynių žvaigždynas, o kartu ir geminidų radiantas (4 pav.).
3. Nustatom, kokie ryškiausi objektai matomi rytuose gruodžio 11d. ryte. Tai Arktūras ir Saturnas. Meteorų srauto radiantas tuo metu priešingoje pusėje nei nukreipta kamera.
4. Identifikuojam išvardintus objektus nuotraukoje (2 pav.). Kaip matome gruodžio 11d. ryte šiaurės rytų kryptimi nesimatė jokio ryškaus objekto, todėl ryškūs kairės nuotraukos pusėje esantys taškai bus Kapela. Iš viso matome 3 Kapelos taškus, vadinasi iš vakaro (gruodžio 10 d.) buvo padaryti 3 kadrai. Pagal padėtį gerai prie Kapelos dera ir Aldebarano padėtys. Betelgeizę matom tik vieną kartą, kadangi ji patekėjo vėlai ir pakliuvo tik į paskutinį vakarinį kadrą. Žvaigždės takas, sudarytas iš 7 taškų, t.y. kadrų skaičius skiriasi nuo vakarinio dangaus kadrų skaičiaus, priklauso rytiniam dangui ir tai yra Arktūras. Tuo metu dar matėsi Saturnas ir Mėnulis, tačiau jie į kadrą nepateko ir liko kažkur nuotraukos dešinėje pusėje.
5. Žinome, kad geminidų srauto radiantas yra netoli Polukso. Radiantas stebėjimų naktį slinks nuotraukoje tokia pačia kreive kaip ir bet kuri kita žvaigždė. Pasirenkame objektą,

kurio kelias dangumi matomas nuotraukoje, pvz. Arktūras. Brėžiam kreivę, arba paprastumo dėlei tiesę, per pasirinkto objekto (pvz. Arktūro) taškus. Šią kreivę (arba tiesę) lygiagrečiai pastumiame taip, kad ji kirstų radianto poziciją, matomą nuotraukoje Polukso bei Kastoro atžvilgiu.

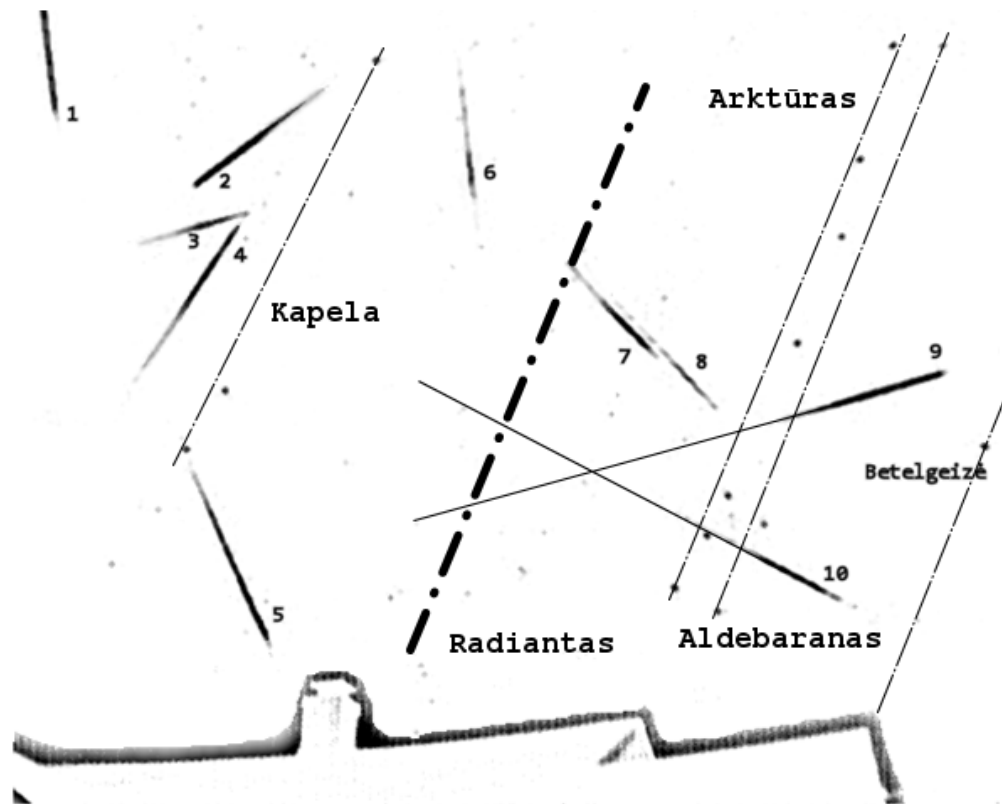
6. Dabar nagrinėjame kiekvieną užfiksuotą blyksnį (2 pav.):

1, 2, 3, 4 – netinka, nes pratęsus tiesę pagal meteoro pėdsaką, jis nekerta radianto kelio – šie blyksniai buvo stebėti ryte. (Esant nekokybiškam spausdintuvui sunku nustatyti 1 meteoro pėdsako kryptį. Todėl nebuvo laikoma klaida, jei kas palaikė jį vakariniu meteoru).

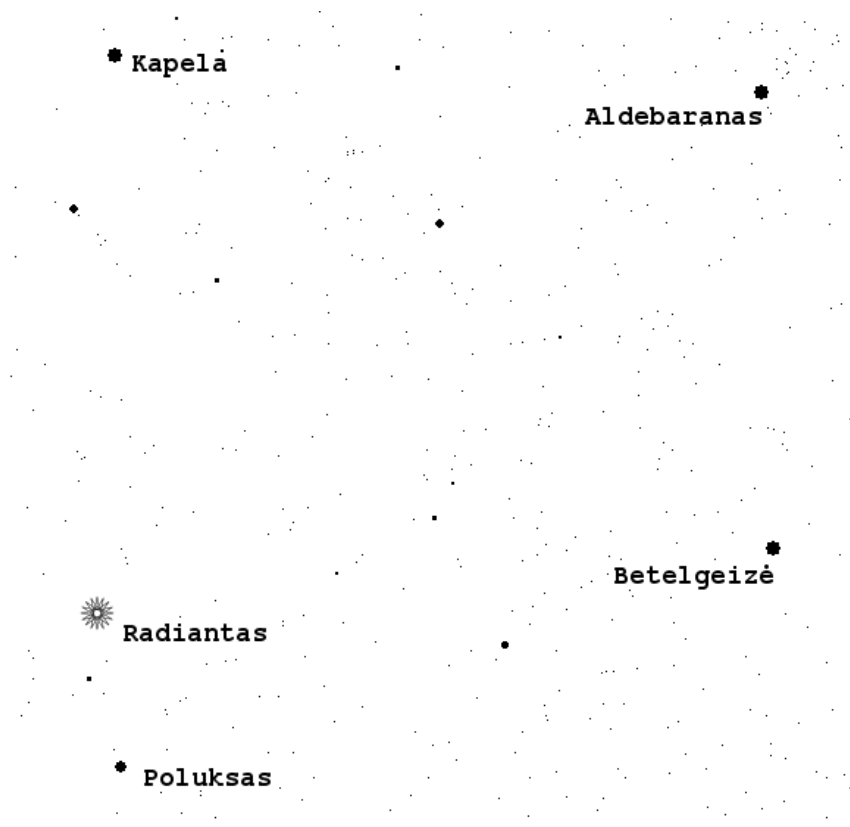
5, 6 – kryptis tiktų, tačiau aiškiai matosi, kad meteoras keliavo iš viršaus į apačią, todėl netinka – tai rytiniai meteorai.

7, 8 – gal ir tiktų, tačiau blyksnis turėjo įvykti pakankamai vėlai, kai radiantas buvo pakilęs aukštai.

9, 10 – tinka. Geriausiai tinka 9.



3 pav. Suminė geminidų nuotrauka su sužymėtais objektais.



4 pav. Žvaigždėlapis su pažymėtu geminidų meteorų srauto radiantu.

3 užduotis. Nuotoliai iki galaktikos

Vienos galaktikos raudonasis poslinkis $z = 1$, o spiečiaus, kuriam ši galaktika priklauso, vidutinis raudonasis poslinkis $z_0 = 0,3$. Tarkime, kad Hablio konstanta $H_0 = 72 \text{ km/s/Mpc}$ yra nekintanti, o kosmologiniam galaktikos tolumo greičiui ir jos kosmologiniam raudonajam poslinkiui susieti tinka išraiška: $v = c \times \ln(z+1)$.

Apskaičiuokite:

- kelį, kurį įveikė šiuo metu Žemėje registruojami šios galaktikos fotonai;
- koks buvo atstumas tarp Žemės ir šios galaktikos, kai fotonai buvo išspinduliuoti?
- koks nuotolis iki šios galaktikos yra šiuo metu?

Sprendimas

a) Galaktikų spiečiaus vidutinis raudonasis poslinkis atitinka kosmologinį raudonąjį poslinkį objektams ties nuotoliu R (tai nuotolis iki spiečiaus centro; individualių galaktikų nuotolių skirtumų nuo mūsų nepaisome - joms visoms taikomas tas pats nuotolis). Apytikslį fotono įveiktą kelią rasime pasinaudodami Hablio dėsnio: $v = H \times R$ ir duotu sąryšiu tarp galaktikų tolumo greičio ir jų kosmologinio raudonojo poslinkio:

$$v = c \times \ln(1+z) = H \times R$$

Kadangi $z = z_0$ (kosmologinis yra galaktikų spiečiaus raudonasis poslinkis):

$$R = \ln(z_0+1) \times c / H = \ln(1,3) \times 300000 / 72 = \sim 1,09 \text{ Gpc} = \sim 3,55 \text{ Gly}$$

b) Tariame, kad rastas nuotolis apytiksliai lygus ir dabartiniam nuotoliui iki spiečiaus (žr. *1 pastabą*). Tuomet atstumas tarp Žemės ir šios galaktikos tuo momentu, kai fotonas buvo išspinduliuotas, buvo z_0+1 kartą mažesnis:

$$R_0 = R/(z_0+1) = 1,09/(0,3+1) = \sim 0,84 \text{ Gpc} = \sim 2,73 \text{ Gly}$$

1 pastaba: priklausomai nuo Visatos modelio, kai $z_0 = 0,3$ tikrasis fotono nueitas kelias bus $\sim 6\%$ trumpesnis, o tikrasis nuotolis iki spiečiaus centro $\sim 6\%$ didesnis už gautąjį iš Hablio dėsnio (tiksliesniam nustatymui reikalingi integralinio skaičiavimo metodai ir papildomi kosmologiniai parametrai).

c) Šios galaktikos raudonasis poslinkis z_1 yra didesnis už vidutinį spiečiaus raudonąjį poslinkį - vadinasi jos raudonasis poslinkis yra kosmologinio raudonojo poslinkio ir Doplerio (dėl galaktikos judėjimo erdvėje) raudonojo poslinkio, kuris iš Žemės yra stebimas z_0+1 kartą padidėjęs dėl Visatos plėtimosi, suma:

$$z_1 = z_0 + z_2 \times (z_0+1)$$

Iš čia Doplerio raudonasis poslinkis dėl galaktikos judėjimo spiečiaus centro atžvilgiu:

$$z_2 = (z_1 - z_0)/(z_0+1) = (1 - 0,3)/1,3 = \sim 0,5$$

Tuomet galaktikos tolumo greitis spiečiaus atžvilgiu:

$$v = c \times [(z+1)^2 - 1] / [(z+1)^2 + 1] = c \times [1,5^2 - 1] / [1,5^2 + 1] = \sim 0,38 \cdot c$$

2 pastaba: realių galaktikų greičiai galaktikų spiečiuose paprastai yra $< 0,003 \cdot c$.

Per laiką, kurio pririekė dabar registruojamiems šios hipotetinės galaktikos fotonams atkelti iki mūsų (3,55 milijardus metų), pati galaktika papildomai nutolo:

$$R_p = v \times t = 0,38 \times c \times 3,55 = \sim 1,35 \text{ Gly} = \sim 0,41 \text{ Gpc}$$

Vadinasi dabartinis jos nuotolis: $r = R + R_p = 1,09 + 0,41 = \sim 1,5 \text{ Gpc} = \sim 4,9 \text{ Gly}$

Ats.: a) $\sim 1,09 \text{ Gpc}$, **b)** $\sim 0,84 \text{ Gpc}$, **c)** $\sim 1,5 \text{ Gpc}$

4 užduois. Nykštukinė planeta.

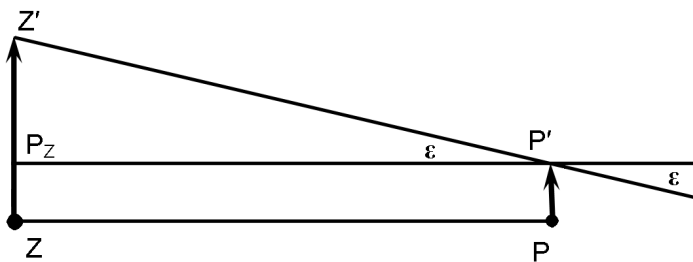
Nykštukinės planetos atrandamos identifikuojant judančius objektus tolimų žvaigždžių fono atžvilgiu to paties dangaus plotelio nuotraukų serijose. Įtariama, kad 45 AU nuotolyje nuo Saulės atrasta nauja nykštukinė planeta. Apskaičiuokite, kokia sparta (arcsec/h, lanko sekundėmis per val.) keisis šios planetos padėtis danguje žvaigždžių atžvilgiu stebėtoji iš Žemės. Skaičiuodami laikykite, kad Žemė ir nykštukinė planeta juda tolygiai apskritiminėmis orbitomis, kurių plokštumos sutampa, o stebėjimų metu nykštukinė planeta bus opozicijoje.

Sprendimas

Žymėjimai

$a_Z; T_Z$ – Žemės orbitos spindulys ir žvaigždinis (siderinis) periodas.

$a_{NP}; T_{NP}$ – nykštukinės planetos orbitos spindulys ir žvaigždinis (siderinis) periodas.



5 pav. Santykinės Žemės (Z) ir nykštukinės planetos (P) padėties orbitų plokštumoje nykštukinės planetos opozicijos metu. Mastelis neišlaikytas. Rodyklė ZZ' rodo Žemės judėjimo greičio vektorių, o rodyklė PP' – nykštukinės planetos judėjimo greičio vektorių. Planetų greičių vektorių kryptys laikomos vienodomis, nes Saulės sistemos planetos savo orbitomis skrieja viena kryptimi. Prie P' taško pažymėtas kampas ϵ yra regimasis kampinis nykštukinės planetos judėjimo greitis.

Kadangi planetų nueiti keliai per laiko vienetą (pvz., val.) yra labai trumpi palyginus su jų orbitų perimetrais, tai juos apytiksliai galima laikyti tiesėmis (žr. pav.). Iš trečiojo Keplerio dėsnio išplaukia, kad arčiau Saulės skriejančios planetos juda didesniais greičiais. Todėl Žemės greičio vektorių ilgesnis už nykštukinės planetos greičio vektorių. Jei pradiniu laiko momentu nykštukinė planeta iš Žemės buvo matoma kryptimi ZP, tai praėjus greičio laiko matavimo vienetui ji bus matoma kryptimi Z'P', t.y. jos regimasis kampinis judėjimo greitis Žemės stebėtojo atžvilgiu bus kampas ϵ . Šį kampą galima apskaičiuoti iš trikampio Z'P'P_Z.

Remdamiesi 3-uoju Keplerio dėsniumi apskaičiuojame nykštukinės planetos žvaigždinį (siderinį) periodą.

$$T_{NP} = T_Z \sqrt{\left(\frac{a_{NP}}{a_Z}\right)^3} = \sqrt{\left(\frac{45}{1}\right)^3} = 302 \text{ metai}$$

Žemės linijinis judėjimo greitis orbitoje (AU/h)

$$v_z = \frac{2\pi a_Z}{T_Z} = \frac{2\pi}{365,26 \times 24} = 7,164 \times 10^{-4} \text{ AU/h}$$

Nykštukinės planetos linijinis judėjimo greitis orbitoje (AU/h)

$$v_{NP} = \frac{2 \cdot \pi \cdot a_{NP}}{T_{NP}} = \frac{2\pi \times 45}{302 \times 365,26 \times 24} = 1,068 \times 10^{-4} \text{ AU/h}$$

Nykštukinės planetos kampinį poslinkį per val. apskaičiuosime suradę kampo ε tangentą

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{Z' P_Z}{P_Z P'} = \frac{v_Z - v_{NP}}{a_{NP} - a_Z} = \frac{7,164 \times 10^{-4}}{45 - 1} = 1,3855 \times 10^{-5} \text{ 1/h}$$

Kadangi kampas ε labai mažas, tai apytiksliai $\varepsilon = \operatorname{tg} \varepsilon$. Čia ε išreikštas radianais.

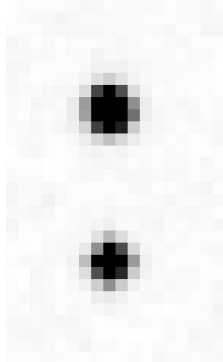
Pavertę lanko sekundėmis gauname:

$$\varepsilon = 206265 \times 1,3855 \times 10^{-5} = 2,86 \text{ arcsec/h}$$

Atsakymas: 2,86 arcsec/h

4 užduotis. CCD fotometrija.

Skaitmeninė fotokamera (CCD) buvo nufotografuotos dvi žvaigždės.



Pasinaudodami CCD kameros užfiksuota skaitmenine informacija (žr. lentelę žemiau) apskaičiuokite, kiek skiriasi šių žvaigždžių spindesys.

Pastaba: į imtuvą kartu su žvaigždžių šviesa patenka ir dangaus fono šviesa.

Lentelėje pateikti skaičiai (ADU - angl. *analog-digital unit*) atspindi kaip stipriai šviesa paveikė kiekvieną fotokameros elementą, t.y., skaičius tiesiai proporcingas jį atitinkančio kameros elemento užfiksuotam šviesos kiekiui.

17	35	25	34	25	34	57	45	26	42	34	45	37	22	42	41	49	32
23	37	52	46	67	52	32	40	47	34	38	29	31	25	46	40	38	43
28	32	27	44	41	56	49	60	42	33	31	43	40	59	14	31	72	60
58	42	18	42	11	34	27	25	34	58	38	24	28	34	67	23	25	26
46	37	50	46	27	40	33	78	34	51	33	39	41	41	17	50	39	22
54	58	21	31	24	22	39	71	67	74	48	46	36	26	39	38	28	14
55	27	13	27	43	44	57	93	145	88	54	38	36	45	35	24	32	26
45	39	30	47	49	42	84	608	1120	455	99	63	22	36	32	20	41	19
33	16	64	49	25	88	268	2358	10376	2895	241	82	39	34	59	45	15	46
30	37	49	35	40	65	142	606	1549	528	149	54	47	47	14	38	41	46
32	47	40	35	24	41	82	132	172	136	95	47	50	10	46	14	28	56
18	35	60	28	20	34	55	58	83	61	35	29	20	42	33	22	21	25
24	24	19	11	30	22	38	50	57	46	21	41	30	36	38	26	61	26
38	33	40	17	17	43	47	40	20	34	37	50	37	53	44	23	33	45
57	38	36	47	38	22	36	18	30	26	28	50	16	21	42	49	71	17
61	26	28	81	40	30	30	33	48	14	24	29	35	66	25	25	45	56
33	45	64	48	14	33	51	30	63	48	35	49	42	34	50	46	45	14
71	17	43	30	27	27	45	54	60	23	26	50	70	38	23	45	27	64
45	20	14	45	37	53	40	102	308	103	46	39	48	17	50	26	36	21
22	30	24	31	53	42	59	312	1117	576	107	43	35	51	34	23	48	50
32	48	32	55	40	52	213	1538	4616	2878	247	70	40	20	27	29	16	38
22	14	63	37	11	63	96	549	2466	631	176	62	32	30	46	49	19	24
41	12	46	42	20	43	61	166	385	158	63	32	31	55	37	36	28	56
26	49	53	33	28	34	27	80	71	66	16	58	55	27	39	21	38	37
37	21	42	53	19	50	34	44	70	39	43	17	21	13	35	35	25	64
47	44	34	40	60	60	36	12	31	34	47	43	31	42	36	30	30	53
40	56	56	34	39	45	50	23	22	14	19	14	20	50	20	65	37	48
41	36	55	40	10	32	78	35	42	24	32	26	30	31	30	49	49	35
28	25	30	37	37	33	16	35	23	20	41	19	55	37	37	30	34	41

Sprendimas:

Dviejų šviesulių spindesio skirtumas ryškiais yra:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \times \log(J_1/J_2)$$

Lentelėje duoti skaičiai (fotoelementuose sukauptų šviesos sugeneruotų signalų sumos) yra tiesiai proporcingi juos paveikusiai šviesos kiekiui, todėl žvaigždės atitinkančiuose fotokameros elementuose užfiksuotų signalų skaitinių verčių sumų santykis bus lygus J_1/J_2 .

Pastaba: teisingas santykis bus tik tada, kai kiekvienos žvaigždės signalų sumas skaičiuosime vienoduose plotuose (po tiek pat fotoelementų).

Kadangi kartu su žvaigždžių šviesa kamera fiksuoja ir dangau fono šviesą, iš žvaigždžių užregistruoto signalo kiekviename fotoelemente privalome atimti fono signalą.

Surandame kiek šviesos į kiekvieną fotoelementą pateko iš dangaus fono. Fonui išmatuoti pasirenkame sritį toliau nuo žvaigždžių - susumuojame joje užfiksuotus signalus ir randame vidutinę reikšmę vienam fotoelementui:

Fonas:

(viršutinis dešinysis kampas 5x6 elementai):

$$(22+42+41+49+32+25+46+40+38+43+59+14+31+72+60+34+67+23+25+26+41+17+50+39+22+26+39+38+28+14)/30 = \sim 37 \text{ ADU/elementui}$$

Iš 1 žv. (viršutinės) 5x5 elementuose (centruojame apie didžiausio signalo elementą) sukauptos šviesos:
 $268+2358+10376+2895+241+84+608+1120+455+99+142+606+1549+528+149+82+132+172+136+95+57+93+145+88+54 = 22532 \text{ ADU}$

$$\text{Atimam foną: } J_1 = 22432 - 25 \times 37 = 21607 \text{ ADU}$$

Iš 2 žv. (apatinės) 5x5 elementuose (centruojame apie didžiausio signalo elementą) sukauptos šviesos:
 $213+1538+4616+2878+247+96+549+2466+631+176+59+312+1117+576+107+61+166+385+158+63+40+102+308+103+46=17013$

$$\text{Atimam foną: } J_2 = 17013 - 25 \times 37 = 16088 \text{ ADU}$$

1 žvaigždės ir 2 žvaigždės spindesio skirtumas:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \times \log(J_1/J_2)$$

$$m_2 - m_1 = 2,5 \times \log(J_1/J_2) = 2,5 \times \log(21607/16088) = \sim 0,32 \text{ mag}$$

Ats.: viršutinės žvaigždės spindesys už apatinės žvaigždės spindesį apytiksliai didesnis 0,32 mag.

Lentelėje pateikti skaičiai (ADU - angl. *analog-digital unit*) atspindi kaip stipriai šviesa paveikė kiekvieną fotokameros elementą, t.y. skaičius tiesiai proporcingas jį atitinkančio kameros elemento užfiksuotam šviesos kiekiui. Kartu su žvaigždės šviesa į kiekvieną elementą patenka ir fono šviesa.

Linijomis apibrėžtos skaičiavimams naudotos sritys: dešiniajame viršutiniame kampe - fonui, viduryje - žvaigždėms.

17	35	25	34	25	34	57	45	26	42	34	45	37	22	42	41	49	32
23	37	52	46	67	52	32	40	47	34	38	29	31	25	46	40	38	43
28	32	27	44	41	56	49	60	42	33	31	43	40	59	14	31	72	60
58	42	18	42	11	34	27	25	34	58	38	24	28	34	67	23	25	26
46	37	50	46	27	40	33	78	34	51	33	39	41	41	17	50	39	22
54	58	21	31	24	22	39	71	67	74	48	46	36	26	39	38	28	14
55	27	13	27	43	44	57	93	145	88	54	38	36	45	35	24	32	26
45	39	30	47	49	42	84	608	1120	455	99	63	22	36	32	20	41	19
33	16	64	49	25	88	268	2358	10376	2895	241	82	39	34	59	45	15	46
30	37	49	35	40	65	142	606	1549	528	149	54	47	47	14	38	41	46
32	47	40	35	24	41	82	132	172	136	95	47	50	10	46	14	28	56
18	35	60	28	20	34	55	58	83	61	35	29	20	42	33	22	21	25
24	24	19	11	30	22	38	50	57	46	21	41	30	36	38	26	61	26
38	33	40	17	17	43	47	40	20	34	37	50	37	53	44	23	33	45
57	38	36	47	38	22	36	18	30	26	28	50	16	21	42	49	71	17
61	26	28	81	40	30	30	33	48	14	24	29	35	66	25	25	45	56
33	45	64	48	14	33	51	30	63	48	35	49	42	34	50	46	45	14
71	17	43	30	27	27	45	54	60	23	26	50	70	38	23	45	27	64
45	20	14	45	37	53	40	102	308	103	46	39	48	17	50	26	36	21
22	30	24	31	53	42	59	312	1117	576	107	43	35	51	34	23	48	50
32	48	32	55	40	52	213	1538	4616	2878	247	70	40	20	27	29	16	38
22	14	63	37	11	63	96	549	2466	631	176	62	32	30	46	49	19	24
41	12	46	42	20	43	61	166	385	158	63	32	31	55	37	36	28	56
26	49	53	33	28	34	27	80	71	66	16	58	55	27	39	21	38	37
37	21	42	53	19	50	34	44	70	39	43	17	21	13	35	35	25	64
47	44	34	40	60	60	36	12	31	34	47	43	31	42	36	30	30	53
40	56	56	34	39	45	50	23	22	14	19	14	20	50	20	65	37	48
41	36	55	40	10	32	78	35	42	24	32	26	30	31	30	49	49	35
28	25	30	37	37	33	16	35	23	20	41	19	55	37	37	30	34	41