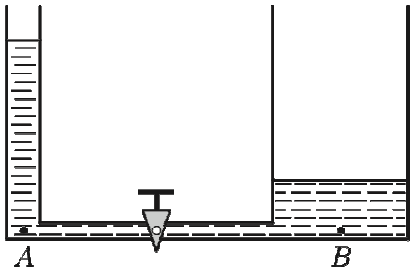
2016 m. Lietuvos 28-ojo fizikos čempionato

UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI

2016 m. gruodžio 3 d. (10 val. – 14 val.)

(Kiekvienas uždavinys vertinamas 10 taškų, visa galimų taškų suma – 100)

1. Į susisiekiančius indus, kuriuose įtaisytas čiaupas, įpilta vandens kaip pavaizduota paveiksle. Hidrostatiniai slėgiai taškuose A ir B atitinkamai lygūs p_A = 4 kPa ir p_B = 1 kPa, o kairiojo ir dešiniojo indo skerspjūvio plotai atitinkamai lygūs S_A = 3 dm^2 ir S_B = 6 dm^2. Koks hidrostatinis slėgis nusistovės taškuose A ir B atidarius čiaupą?



Sprendimas

Kol čiaupas nėra atidarytas, vandens masė kairiajame inde lygi p_AS_A/g , o dešiniajame p_BS_B/g. Atidarius čiaupą taškuose A ir B nusistovi vienodas hidrostatinis slėgis p, todėl bendra vandens masė induose lygi $p(S_A + S_B)g$. (3 taškai)

Kadangi vandens masė nekinta, tai

$$p_AS_A + p_BS_B = p(S_A + S_B)\,. \qquad \text{(3 taškai)}$$

Tada

$$p = \frac{p_AS_A + p_BS_B}{S_A + S_B} = \frac{4\cdot 3 + 1\cdot 6}{3+6} = 2\ \text{(kPa)}\,. \qquad \text{(4 taškai)}$$

2. Parafino žvakė dega taip, kad jos ilgis mažėja $u = 5\cdot 10^{-5}$ m/s greičiu, o garuojantis parafinas visiškai sudega, nenutekėdamas žemyn. Žvakė plūduriuoja dideliame inde su vandeniu. Ji šiek tiek prilaikoma vertikalioje padėtyje, kad neapvirstų. Kokiu greičiu v degdama žvakė juda indo atžvilgiu? Vandens lygio pokyčių degant žvakei nepaisykite.

Vandens tankis ρ_v = 1000 kg/m^3, parafino tankis ρ_p = 900 kg/m^3.

Sprendimas

Tegul L – žvakės ilgis tam tikru laiku, H – panirusios vandenyje dalies ilgis, S – žvakės skerspjūvio plotas. Pagal kūnų plūduriavimo sąlygą $\rho_v gHS = \rho_p gLS$. (3 taškai)

Iš čia $H/L = \rho_p/\rho_v$. (2 taškai)

Per laiką Δt žvakė sutrumpėja dydžiu $\Delta L = u\,\Delta t$, o panirimo gylis sumažėja dydžiu

$$\Delta H = \rho_p/\rho_v\,\Delta L = u\,\Delta t\,\rho_p/\rho_v. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Vadinasi, indo atžvilgiu žvakė juda greičiu

$$v = \Delta H/\Delta t = u\,\rho_p/\rho_v = 0{,}9u = 4{,}5\cdot 10^{-5}\ \text{m/s}. \qquad \text{(3 taškai)}$$

3. Į $t_1 = 10$ ºC temperatūros vandenį įleidus iki $t_2 = 100$ ºC įkaitintą varinį kūną po tam tikro laiko nusistovi šiluminė pusiausvyra. Po to, neišėmus pirmojo kūno, į tą patį vandenį įleidžiamas toks pat kitas kūnas, įkaitintas iki 100 ºC temperatūros. Vėl nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, vandens temperatūra pasidarė lygi $t = 55°\text{C}$. Vandens savitoji šiluma $c_1 = 4200\ \text{J/(kg}\cdot°\text{C)}$, vario savitoji šiluma $c_2 = 400\ \text{J/(kg}\cdot°\text{C)}$. Apskaičiuokite varinio kūno ir vandens masių santykį m_2/m_1. Indo šiluminės talpos ir šilumos nuostolių nepaisykite.

Sprendimas

Tegul įleidus į vandenį pirmąjį kūną nusistovi temperatūra t_x. Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$c_2 m_2 (t_2 - t_x) = c_1 m_1 (t_x - t_1).$$ (2 taškai)

Iš šios lygties randame t_x:

$$t_x = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}. \quad (1)$$ (2 taškai)

Įleidus antrąjį kūną, pagal energijos tvermės dėsnį:

$$c_2 m_2 (t_2 - t) = c_1 m_1 (t - t_x) + c_2 m_2 (t - t_x).$$ (2 taškai)

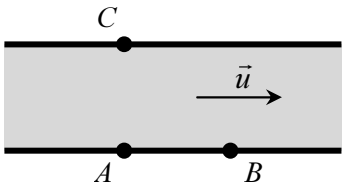
Iš šios lygties taip pat randame t_x :

$$t_x = \frac{c_1 m_1 t + c_2 m_2 (2t - t_2)}{c_1 m_1 + c_2 m_2}. \quad (2)$$ (2 taškai)

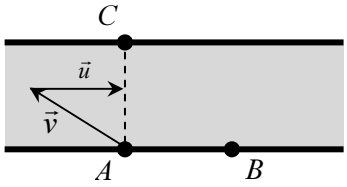
Sulyginę (1) ir (2) lygtis, randame masių santykį:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{c_1 (t - t_1)}{2c_2 (t_2 - t_1)} = 5{,}25.$$ (2 taškai)

4. Prie upės kranto yra 3 prieplaukos: dvi iš jų (*A* ir *B*) yra ant to paties kranto, trečia (*C*) – kitame upės krante. Taškai *A*, *B* ir *C* sudaro lygiašonį statųjį trikampį (kampas *A* status). Tuo pačiu metu iš prieplaukos *A* išplaukia dvi valtys: pirmoji plaukia tiesia linija link *B*, o ją pasiekusi apsisuka ir iš karto tuo pačiu keliu plaukia atgal. Antroji valtis plaukia tiesia linija link prieplaukos *C*, o ją pasiekusi taip pat apsisuka ir tuo pačiu keliu sugrįžta. Koks yra abiejų valčių kelionių trukmių santykis, jeigu jų greitis vandens atžvilgiu yra *v*, o upės srovės greitis lygus *u*?



Sprendimas



Tegul $AB = AC = l$. Plaukdama pasroviui, pirmoji valtis šį atstumą nuplaukia per laiką $t_1 = \dfrac{l}{v+u}$. (1 taškas)

Jai sugrįžti reikalingas laikas $t_1' = \dfrac{l}{v-u}$. (1 taškas)

Visa šios kelionės trukmė yra $T_1 = t_1 + t_1' = \dfrac{2vl}{v^2 - u^2}$. (1 taškas)

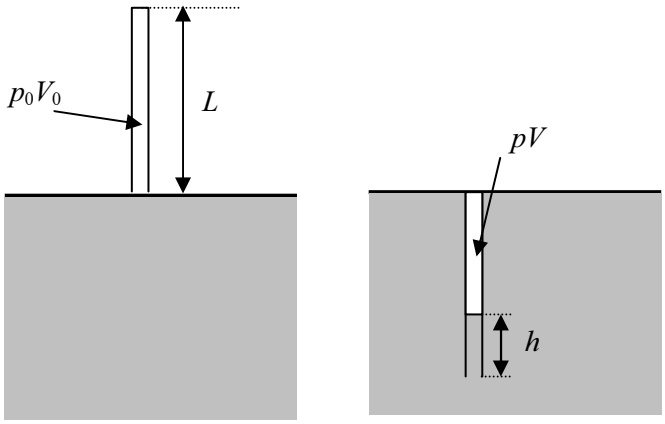
Kad antroji valtis plauktų statmenai krantui, jos greitis $\vec{v}$ (vandens atžvilgiu) turi būti nukreiptas taip, kaip parodyta brėžinyje. (3 taškai)

Tokiu atveju antrosios valties greitis $\vec{v}$ kranto atžvilgiu yra $v' = \sqrt{v^2 - u^2}$, ir visa jos kelionės trukmė lygi $T_2 = \frac{2l}{v'} = \frac{2l}{\sqrt{v_2 - u^2}}$. (2 taškai)

Taigi ieškomas laikų santykis $\frac{T_1}{T_2} = \frac{v}{v^2 - u^2}\sqrt{v^2 - u^2} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - u^2}}$ (2 taškai)

5. Uždaras viršutiniame gale vamzdelis, kurio ilgis L = 1,00 m, įleidžiamas visu ilgiu į gyvsidabrį. Koks patekusio į vamzdelį gyvsidabrio stulpelio aukštis h? Atmosferos slėgis p_0 = 760 mm Hg stulpelio.

Sprendimas



Užrašome dujų būvio lygtį orui vamzdelyje prieš panardinimą ir po jo (procesas izoterminis) – žiūr. pav.:

$p_0V_0 = pV$ (3 taškai)

Čia $p_0 = H = 760$ mm Hg, $V_0 = SL$, $p = H + L - h$ (mm Hg), $V = S(L - h)$, S – vamzdelio skerspjūvio plotas. (3 taškai)

Surašę šiuos dydžius į lygtį ir pertvarkę gauname lygtį h atžvilgiu:

$$h^2 - (H + 2L)h + L^2 = 0.$$ (2 taškai)

Jos sprendinys

$$h = \frac{H + 2L - \sqrt{H(H + 4L)}}{2} \approx 43 \text{ cm}.$$ (2 taškai)

Čia imame tik vieną (mažesnį, turintį fizikinę prasmę) kvadratinės lygties sprendinį.

6. Plonas spindulio R žiedas homogeniškai įelektrintas krūviu $-Q < 0$. Žiedo centre padėtas taškinis krūvis $q > 0$. 1) Kokia jėga žiedas veikia krūvį? Iš žiedo iškertamas nedidelis ilgio λ segmentas ir pašalinamas ($\lambda \ll R$). Krūvio žiede pasiskirstymas lieka nepakitęs. Kokia dabar jėga veikia krūvį q? Nurodykite ir jėgos kryptį.

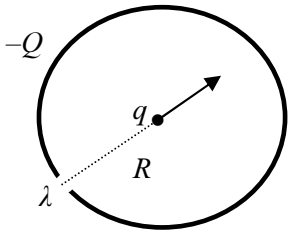
Sprendimas

1) Taškinis krūvis q krūvio $-Q$ homogeniško pasiskirstymo atveju neveikimas jokia jėga, nes žiedo krūviai veikia taškinį krūvį simetriškai į visas puses ir kompensuoja viena kitą. (2 taškai)

2) Šiuo atveju simetrijos nebelieka. Uždavinį galime spręsti, hipotetiškai užpildydami žiedą su tarpeliu iki viso žiedo, pridėdami ilgio λ segmentą (kartu su jam tenkančiu krūviu) ir atstatydami 1-ąjį atvejį (jėga lygi 0), bet atvejui su tarpeliu turime atimti jėgą, kuria šis segmentas veikia taškinį krūvį. (3 taškai)

Segmento krūvis neigiamas, o taškinio – teigiamas, todėl segmentas traukia krūvį ir nukreiptas į segmentą. Vadinasi, krūvį q veikianti jėga nukreipta nuo segmento (žiūr pav.). (1 taškas)

Belieka apskaičiuoti segmento krūvį ΔQ (toliau Q ženklą praleidžiame, nes jėgos kryptį jau aptarėme).

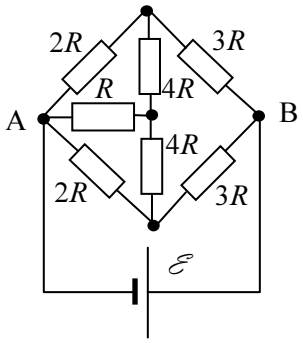


$$\Delta Q = \frac{Q\lambda}{2\pi R}.$$ (2 taškai)

Tada $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2\lambda}{2\pi R^3} = \frac{Q^2\lambda}{8\pi^2\varepsilon_0 R^3}$. (2 taškai)

7. Prie grandinės taškų A ir B prijungiamas idealus nuolatinės įtampos šaltinis, kurio elektrovara $\mathcal{E}$. 1) Raskite grandinės varžą tarp taškų A ir B? 2) Kokio stiprio srovė I teka per šaltinį?

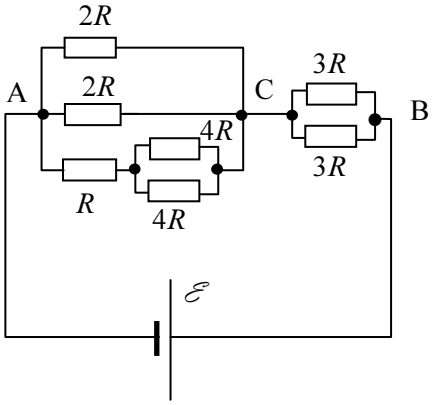
Visų grandinės elementų parametrai duoti paveiksle.



Sprendimas

1) Grandinės varžų dalies viršutinis ir apatinis taškai (jie simetriški taškų A ir B atžvilgiu) turi vienodus potencialus, todėl juos galima sujungti. (3 taškai)

Tada ekvivalentinė grandinė atrodo taip: (3 taškai)



Jei pažymėsime varžą tarp taškų A ir C lygią R_{AC}, tai

$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R}$. Iš čia $R_{AC} = \frac{3}{4}R$. (2 taškai)

Tada $R_{\text{AB}} = \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right)R = \frac{9}{4}R$. (1 taškas)

2) Srovės stipris per šaltinį $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{AB}}} = \frac{4\mathcal{E}}{9R}$. (1 taškas)

8. Tekanti per lemputės kaitinimo siūlelį elektros srovė jį įkaitina, ir šis spinduliuoja šviesą. Laikui bėgant siūlelio medžiaga garuoja, dėl to jo skersmuo sumažėja. Kaip reikia pakeisti srovės per siūlelį stiprį, kad siūlelio temperatūra išliktų nepakitusi, jei siūlelio skersmuo sumažėjo α = 3,0 %? Kaip pasikeitė lemputės naudojama galia?

Sprendimas

Lemputės siūlelyje išsiskiria Džaulio ir Lenco šiluma, o siūlelis atiduoda šią šilumą aplinkai. Pastaroji šiluma proporcinga siūlelio paviršiaus plotui ir jo bei aplinkos temperatūrų skirtumui. Jei tarsime, kad srovės per siūlelį stipris I, jo medžiagos savitoji varža ρ, ilgis L, skersmuo d, siūlelio ir aplinkos temperatūrų skirtumas ΔT, tai pusiausvyros atveju

$$I^2 \rho \frac{4L}{\pi d^2} = k\Delta T \pi d L .$$ (3 taškai)

Čia k – proporcingumo koeficientas. Pradinei situacijai naudodami atitinkamiems dydžiams indeksą „0“, o sumažėjus 3,0 % siūlelio skersmeniui – indeksą „1“, sudarome 2 lygtis:

$$\begin{cases} I_0^2 \rho \frac{4L}{\pi d_0^2} = k\Delta T \pi d_0 L \\ I_1^2 \rho \frac{4L}{\pi d_1^2} = k\Delta T \pi d_1 L \end{cases}$$ (2 taškai)

Padalinę lygtis vieną iš kitos randame:

$$I_1 = I_0 \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^{3/2} = I_0 (1-\alpha)^{3/2} .$$ (2 taškai)

Tuo būdu $\beta = \frac{I_0 - I_1}{I_0} = 1 - (1-\alpha)^{3/2} = 4{,}5\,\%$ (1 taškas)

Taigi, srovės stiprio vertę reikia sumažinti $\beta = 4{,}5\,\%$.

Galima samprotauti ir taip: $I_1 = I_0 \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^{3/2} = I_0 (1-\alpha)^{3/2} \approx I_0 \left(1 - \frac{3}{2}\alpha\right)$, $\beta = \frac{3}{2} 3\%. = 4{,}5\,\%.$

Pasinaudodami tuo, kad atiduodamos aplinkai šilumos kiekis sumažėja proporcingai siūlelio paviršiaus plotui, gauname $\frac{W_1}{W_0} = \frac{d_1}{d_0} = 1 - \alpha$, t.y. ir lemputės sunaudojama galia (energija per laiko vienetą) sumažėja 3,0 %. (2 taškai)

9. Glaudžiamojo lęšio optinėje ašyje atstumu $l = \frac{4}{3} f$ (čia f – lęšio židinio nuotolis) nuo jo centro padėtas taškinis šviesos šaltinis. Kokiu atstumu L nuo lęšio kitoje jo pusėje statmenai jo optinei ašiai reikia pastatyti plokščiąjį veidrodį, kad praėję pro lęšį, atsispindėję nuo veidrodžio bei antrą kartą praėję pro lęšį šviesos spinduliai sudarytų lygiagretų pluoštelį? Nubraižykite kelių šviesos spindulių eigą.

Sprendimas

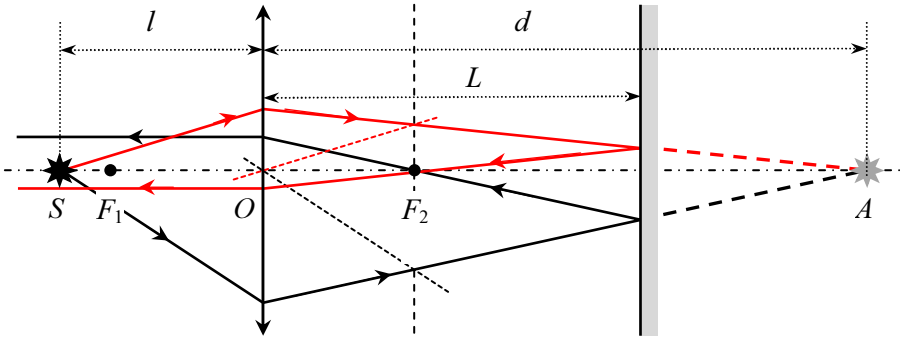
Jeigu nebūtų veidrodžio, pro lęšį praėję spinduliai fokusuotųsi taške A atstumu d nuo lęšio:

$$d = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{l}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{\frac{4}{3} f}\right)^{-1} = 4f\,. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Kita vertus, pastačius veidrodį, dukart pro lęšį praėję spinduliai sudarys lygiagretų pluoštelį, jeigu prieš tai atsispindėję nuo veidrodžio jie susifokusuotų lęšio židinyje (taške F_2 – žiūr. pav.).(3 taškai)
Šiam tikslui veidrodis turi būti padėtas atkarpos $F_2A = d - f = 3f$ viduryje, taigi ieškomas atstumas

$$L = OF_2 + \frac{F_2A}{2} = 2{,}5f\,. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Paveksle pavaizduota nuo šviesos šaltinio sklindančių spindulių eiga. (3 taškai)



10. Ličio plokštelę apšvietus ν_1 dažnio šviesa, elektronų stabdymo įtampa U_1. Pakeitus šviesos dažnį 1,5 karto, elektronų stabdymo įtampą reikia padidinti du kartus. Apskaičiuokite šviesos dažnį abiem atvejais. Ličio išlaisvinimo darbas 2,3 eV.

Sprendimas

Fotoefektą nusako lygtis $h\nu = A + eU$. Čia ν – šviesos kvanto dažnis, A – išlaisvinimo darbas, e – elektrono krūvis, U – stabdymo įtampa. (2 taškai)
Duotais dviem atvejais lygtys virsta

$$\begin{cases} h\nu_1 = A + eU_1 \\ h\nu_2 = A + eU_2 \end{cases}. \qquad \text{(2 taškai).}$$

Iš sąlygos aišku, kad $U_2 = 2U_1$, tada $\nu_2 = 1{,}5\nu_1$. (2 taškai)
Išsprendę lygčių sistemą randame:

$$\nu_1 = \frac{2A}{h} = \frac{2 \cdot 2{,}3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}} = 1{,}11 \cdot 10^{15}\ \text{(Hz)}\,. \qquad \text{(2 taškai)}$$

$$\nu_2 = 1{,}5\nu_1 = 1{,}66 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}\,. \qquad \text{(2 taškai)}$$