Gabija Maršalkaitė
Motiejus Valiūnas

Astronomijos pratybų užduočių komplektas

Vilnius 2014

1 Įvadas

1.1 Astronomijos olimpiados

Lietuvoje kylant moksleivių susidomėjimu astronomijos olimpiada buvo pastebėta, kad nėra tam pritaikytos literatūros – mokykliniai fizikos vadovėliai padengia ne visą informaciją, reikalingą olimpiadoms, o specializuotos knygos yra pernelyg detalios ir dėl to tampa sudėtinga atsirinkti reikalingiausias formules bei informaciją. Tokiai padėčiai ištaisyti ir yra parašytas šis komplektas, kuris padės pasiruošti astronomijos olimpiadų teoriniam turui.

Tiek respublikinės, tiek tarptautinės olimpiados skiriasi uždavinių pateikimu, tačiau dažniausiai jos susideda iš trijų turų – teorinio, praktinio ir stebėjimų. Teoriniame ture, kurio įvertinimas sudaro apie 50% visų taškų, sprendžiami astronominiai uždaviniai. Praktiniame ture, kuris vertinamas apie 25% visų taškų ir Lietuvos astronomijos olimpiadoje yra sujungtas su teoriniu turu, analizuojami pateikti stebėjimų duomenys. Stebėjimų turas, vertinamas apie 25% taškų, skirtas įvertinti dalyvių astronominių objektų pažinimą ir orientavimąsi danguje (esant giedrai nakčiai šis turas vyksta po atviru dangumi, kitu atveju – „ant popieriaus“).

Moksleiviai, gerai pasirodę Lietuvos astronomijos olimpiadoje (LAO), turi galimybę dalyvauti tarprtautinėse olimpiadose. Moksleiviai iki 18 metų gali būti kviečiami dalyvauti Tarptautinėje astronomijos olimpiadoje (IAO) – joje, be uždavinių sprendimo įgūdžių, vertinamas ir dalyvių kūrybinis mąstymas. Iki 20 metų amžiaus gerai LAO pasirodę mokiniai kviečiami dalyvauti Tarptautinėje astronomijos ir astrofizikos olimpiadoje (IOAA) – šioje olimpiadoje labiausiai koncentruojamasi į dalyvių įgūdžius sprendžiant astrofizikinius uždavinius. Į abi olimpiadas kiekvienais metais siunčiama iki 5 moksleivių, nors jaunesniųjų olimpiadoje (IAO) dalyviai skirstomi į dvi amžiaus grupes, tad iš Lietuvos į šią olimpiadą dažniausiai siunčiami mažiau nei 5 dalyviai.

Astronomijos olimpiadose reikalingos ne vien astronominių formulių žinojimas – taip pat svarbios matematika ir fizika, gebėjimas išsiversti formules. Iš mokyklinio matematikos kurso yra verta mokėti trigonometriją, dešimtainius logoritmus, žinoti pagrindines mažų dydžių aproksimacijas. Taip pat per olimpiadų praktinį turą svarbūs statistikos pagrindai. Iš fizikos kurso kartais praverčia mechanikos, termodinamikos, optikos ir branduolinės fizikos žinios.

1.2 Astronomijoje naudojamos konstantos ir vienetai

Astronomijoje dažnai naudojami ne SI sistemos vienetai. Vienas iš svarbesnių vienetų yra **astronominis vienetas** (AU), lygus vidutiniam atstumui nuo Žemės iki Saulės, juo matuojami santykinai nedideli atstumai astronomijoje. Didesni atstumai matojami parsekais (pc): 1 pc = 206 265 AU. Jei atstumas ar laikas yra labai dideli, tiek prie parseko (pc), tiek prie metų (yr) gali būti pridedami SI sistemos priešdėliai: pvz., 1 kpc yra 1000 parsekų, o 1 Gyr – 10^9 metų.

Dažniausiai astronomijoje naudojami vienetai ir konstantos pateikiami lentelėje.

Pavadinimas	Žymėjimas	Skaitinė vertė
Fizikinės konstantos		
Šviesos greitis	c	$2{,}998 \cdot 10^8$ m s^{-1}
Gravitacijos konstanta	G	$6{,}673 \cdot 10^{-11}$ N m^2 s^{-2}
Planko konstanta	h	$6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J s
Bolcmano konstanta	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1}
Stefano ir Bolcmano konstanta	σ	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4}
Vyno konstanta	b	$2{,}898 \cdot 10^{-3}$ m K
Hablo konstanta	H_0	70 km s^{-1} Mpc^{-1}
Visatos amžius	t_0	$1{,}38 \cdot 10^{10}$ metų
Vienetai		
Astronominis vienetas	AU	$1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
Šviesmetis	l.y.	$9{,}461 \cdot 10^{15}$ m
Parsekas	pc	$3{,}086 \cdot 10^{16}$ m
Metai	yr	$3{,}156 \cdot 10^7$ s
Saulės parametrai		
Masė	$\mathcal{M}_\odot$	$1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg
Spindulys	$R_\odot$	$6{,}960 \cdot 10^8$ m
Paviršiaus temperatūra	$T_\odot$	5785 K
Šviesis	$L_\odot$	$3{,}9 \cdot 10^{26}$ W
Regimasis vizualinis ryškis	$m_{\odot V}$	$-26{,}78$ mag
Absoliutinis vizualinis ryškis	$M_{\odot V}$	4,83 mag
Absoliutinis bolometrinis ryškis	$M_{\odot b}$	4,72 mag
Atstumas iki Galaktikos centro	$r_{\odot G}$	8,5 kpc
Žemės ir Mėnulio parametrai		
Žemės pusiaujo posvyris į ekliptiką	ϵ	$23°26'$
Žemės masė	$\mathcal{M}_\oplus$	$5{,}974 \cdot 10^{24}$ kg
Žemės vidutinis spindulys	$R_\oplus$	$6{,}371 \cdot 10^6$ m
Mėnulio orbitos didysis pusašis	$r_{☽}$	$3{,}844 \cdot 10^8$ m
Mėnulio vidutinis spindulys	$R_{☽}$	$1{,}737 \cdot 10^6$ m
Žmogaus akies vyzdžio parametrai		
Skersmuo	D_a	$6 \cdot 10^{-3}$ m
Skiriamoji geba	θ_a	$1'$
Maksimalus pastebimo objekto ryškis	$m_{\max}$	6 mag

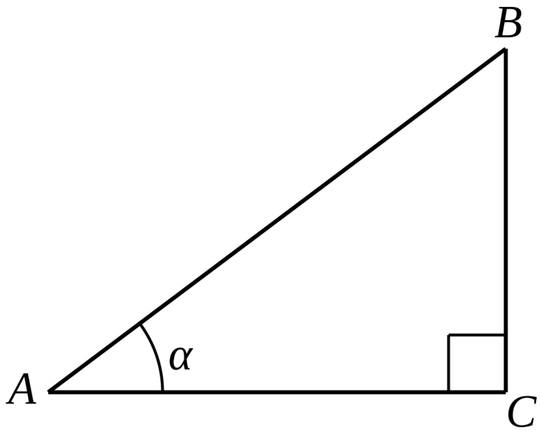
1.3 Astrofizikoje naudojamos matematikos žinios

Astronomijos ir astrofizikos olimpiadose dažnai praverčia matematikos žinios, mokomos tik paskutinėse klasėse arba iš viso neįeinančios į mokyklinį matematikos kursą. Šiame skyriuje pateikiami pagrindinių matematinių sąvokų apibrėžimai, ir atitinkami matematiniai žymėjimai, naudojami šiame komplekte.

Astronominėse formulėse arba uždavinių sprendinuose dažnai figūruoja trigonometrinės funkcijos ir logaritmai. **Trigonometrinės funkcijos** yra *sinusas* (sin), *kosinusas* (cos) ir *tangentas* (tg) ir jos yra apibrėžtos kampui. Stačiam trikampiui su statiniais $BC = a$ ir $AC = b$, įžambine $AB = c$ ir kampu $\angle BAC = \alpha$, turime:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}; \quad \cos\alpha = \frac{b}{c}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

Atvirkštinės trigonometrinės funkcijos arksinusas, arkkosinusas ir arktangentas (žymima atitinkamai arcsin, arccos ir arctg) yra naudojamos, kai reikia rasti kampą žinant jo kažkurią trigonometrinę funkciją (pvz., jei $\sin\alpha = x$, tai $\arcsin x = \alpha$).



1 pav.: Trikampis, naudojamas trigonometrinių funkcijų apibrėžimui.

Skaičiui taip pat galima apibrėžti jo **logaritmą**. *Dešimtainis logaritmas* (log) yra atvirkštinė dešimties kėlimo laipsniu operacija: jei $10^b = a$, tai $\log a = b$ (čia $a > 0$). Jei vietoj 10 paimsime skaičių e ($e \approx 2{,}72$; šis skaičius pasižymi kai kuriomis įdomiomis savybėmis), tai gausime *natūralųjį logaritmą* (ln): jei $e^b = a$, tai $\ln a = b$ (čia $a > 0$). Pagrindinės logaritmų savybės (visos savybės tinka ir abiejose pusėse pakeitus dešimtainius logaritmus natūraliaisiais):

$$\log(ab) = \log a + \log b; \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b; \quad \log(a^k) = k\log a$$

Kadangi astronomijoje dažnai vyksta operacijos su labai dideliais arba labai mažais skaičiais, yra naudingos funkcijų aproksimacijos mažiems skaičiams. Pavyzdžiui, kai x yra artimas nuliui (dažniausiai aproksimacijos vartojamos kai $-0{,}1 < x < 0{,}1$), turime:

$$(1+x)^n \approx 1 + nx; \quad \ln(1+x) \approx x$$

Taip pat, kai α yra artimas nuliui kampas ir yra išreikštas *radianais* (žymima rad; 1 rad $= 180°/\pi \approx 57{,}3°$), turime:

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \alpha$$

Be radianų, maži kampai dar gali būti matuojami *lanko minutėmis* (žymima $'$; $1' = \frac{1}{60}^{\circ}$) ir *lanko sekundėmis* (žymima $''$; $1'' = \frac{1}{60}' = \frac{1}{3600}^{\circ}$).

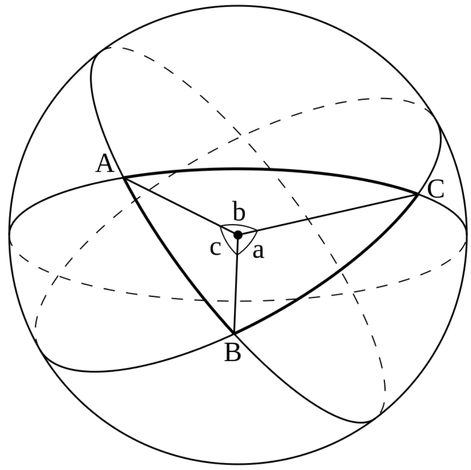
Taip pat yra matematinių sąvokų ir objektų, dažniausiai nefigūruojančių formulėse, bet naudingų jas išvedant. Pavyzdžiui, kai kurie dydžiai astronomijoje yra aprašomi **vektoriais** – matematiniais objektais, turinčiais ne tik dydį, bet ir kryptį (pvz. jėga, greitis, pagreitis). Šiame komplekte vektoriai žymimi rodykle virš raidės (pvz. $\vec{F}$ yra vektorius, nurodantis jėgą). Vertikaliais brūkšniais žymimas vektoriaus dydis (pvz. $\left|\vec{F}\right|$ yra jėgos dydis). Su vektoriais atliekamos dvi papildomos operacijos, kurių negalima atlikti su paprastais skaičiais: skaliarinė ir vektorinė sandaugos. Vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ **skaliarinė sandauga** yra žymima $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ir tai yra skaičius $|\vec{a}|\left|\vec{b}\right|\cos\alpha$, kur α yra kampas tarp šių vektorių. **Vektorinė sandauga** yra žymima $\vec{a}\times\vec{b}$ ir tai yra vektorius, kurio dydis yra $|\vec{a}|\left|\vec{b}\right|\sin\alpha$, o kryptis statmena abiejų vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ kryptims.

Komplekte taip pat yra vartojama išvestinė – dydis, parodantis, kaip vienas dydis kinta didėjant kitam. Jei x ir y yra du kintamieji, ir y gali būti aprašytas kaip funkcija nuo x, $y(x)$, tai y **išvestinė** x atžvilgiu yra y ir x pokyčių santykis, kai x yra padidinamas mažu dydžiu (t.y. skaičius $(y(x+\mathrm{d}x)-y(x))/\mathrm{d}x$, kur $\mathrm{d}x$ turi atimą nuliui vertę). Dažniausiai fizikoje naudojama išvestinė laiko atžvilgiu, ir tokiu atveju ji yra žymima tašku virš raidės (pvz. jei kūno judėjimas vyksta viena kryptimi, ir kūnas juda greičiu v ir pagreičiu a, tai $a = \dot{v}$). Galima naudoti ir vektorių išvestines: jei kūno padėtis kažkokio fiksuoto taško atžvilgiu yra vektorius $\vec{r}$, tai kūnas turi greitį $\dot{\vec{r}}$ ir pagreitį $\ddot{\vec{r}}$ to taško atžvilgiu.

2 Sferinė astronomija

2.1 Sferinė trigonometrija

Astronomijoje dažnai naudinga supaprastinti kūnų judėjimą erdve, laikant, kad kūnai yra fiksuoti tam tikroje sferoje arba juda jos paviršiumi. Apskritimas, susidaręs kaip tos sferos ir plokštumos Π sankirta, yra vadinamas **didžiuoju apskritimu**, jei Π eina per sferos centrą O, ir **mažuoju apskritimu** kitu atveju. Pavyzdžiui, Žemės pusiaujas yra didysis Žemės paviršiaus apskritimas, kitos lygiagretės (vienodos platumos linijos) – mažieji apskritimai. Trumpiausias sferos paviršiumi einantis kelias, kuriuo iš sferos taško A galima patekti į kitą tašką B, yra per A ir B einančio didžiojo apskritimo dalis. **Kampiniu atstumu** tarp A ir B yra laikomas kampas $\angle AOB$.



2 pav.: Sferinis trikampis.

Tarkime, ant sferos, kurios centras O, paviršiaus yra trys taškai A, B ir C. Šie taškai ir juos jungiančių didžiųjų apskritimų trumpesniosios dalys (t. y. trumpiausi keliai tarp kiekvienos taškų poros) sudaro **sferinį trikampį**. Šio trikampio kampas A yra kampas tarp plokštumų OAB ir OAC, einantis sferinio trikampio vidumi, o prieš kampą A esanti kraštinė yra kampinis atstumas tarp B ir C: $a = \angle BOC$. Analogiškai išreiškiami ir kampai B ir C bei prieš juos esančios kraštinės b ir c. Trikampio kampų suma visada tenkina sąlygą $180° < A + B + C < 540°$.

Trikampio kampams ir kraštinėms yra išvestos kelios naudingos formulės. *Kosinusų formulė*:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

yra naudojama norint sužinoti trikampio kraštinę žinant kitas dvi kraštines ir kampą tarp jų, arba norint sužinoti kampą žinant visas kraštines. Kitu atveju yra naudojama *sinusų formulė*:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

arba *sinusų–kosinusų formulė*:

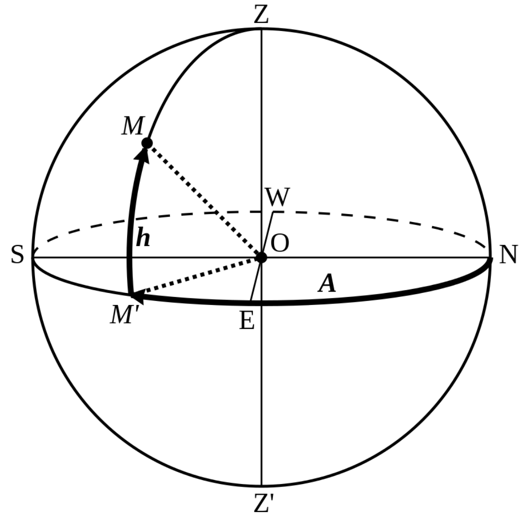
$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$$

2.2 Dangaus koordinačių sistemos

Iš Žemės stebimų šviesulių padėtims nagrinėti yra įvesta **dangaus sfera** – įsivaizduojama sfera, kurios centre O yra stebėtojas. Laikoma, kad visi dangaus kūnai juda dangaus sfera. Šviesulio M padėtį dangaus sferoje nusako jo astronominės koordinatės.

Paprasčiausia yra **horizontinė koordinačių sistema**, kuri nejuda stebėtojo atžvilgiu. Ji nustato šviesulių padėtį **matematinio horizonto** („horizontalaus“ dangaus sferos didžiojo apskritimo) ir pasaulio šalių atžvilgiu. Matematiniame horizonte yra **šiaurės** (N), **pietų** (S), **rytų** (E) ir **vakarų** (W) **taškai**, esantys atitinkamomis pasaulio kryptimis. „Tiesiai virš galvos“ esantis taškas vadinamas **zenitu** Z, priešingoje pusėje esantis – **nadyru** Z'.

Horizontinėje sistemoje šviesulio padėtį nusako du kampiniai atstumai dangaus sferoje. Šviesulio **aukštis** h yra jo mažiausias kampinis atstumas nuo matematinio horizonto: $h = \angle MOM'$; aukštis yra teigiamas, jei šviesulys yra virš matematinio horizonto (t. y. link zenito) ir neigiamas kitu atveju. Vietoje aukščio kartais nurodomas kūno **zenitinis nuotolis**: $z = \angle ZOM = 90° - h$. Kūno **azimutas** A yra kampinis atstumas nuo šiaurės taško iki šviesulio „projekcijos“ į matematinį horizontą: $A = \angle NOM'$; azimutas nuo šiaurės taško visada matuojamas į rytus (t. y. į dešinę arba pagal laikrodžio rodyklę).



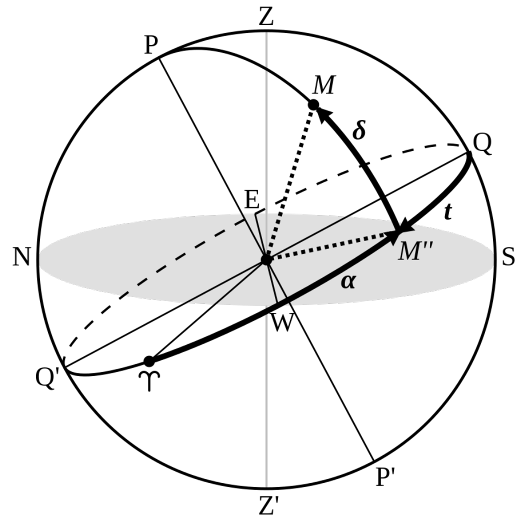
3 pav.: Horizontinė sistema.

Šiek tiek sudėtingesnė yra **pirmoji pusiaujinė koordinačių sistema**, kuri taip pat fiksuota stebėtojo atžvilgiu, bet „pasvirusi“ horizontinės sistemos atžvilgiu. Jai įvesti reikalingas šiaurinis ir pietinis **dangaus poliai** P ir P' – atitinkamai į šiaurę ir pietus nuo zenito esantys taškai, apie kuriuos (tiksliau apie tiesę PP') yra stebimas parinis dangaus sukimasis. Didysis apskritimas, kurio kampinis atstumas nuo dangaus polių yra 90°, vadinamas **dangaus pusiauju**; jo aukščiausiai virš horizonto pakilęs taškas yra Q, žemiausiai – Q'. Kadangi tiesė PP' yra lygiagreti ašiai, apie kurią sukasi Žemė, nesunku pamatyti, kad šiaurinio poliaus aukštis yra:

$$h_P = \varphi$$

čia φ – stebėtojo geografinė platuma, astronomijoje skaičiuojama kaip teigiama Žemės šiaurės pusrutulyje, ir neigiama pietų pusrutulyje. (Geografinė ilguma λ astronomijoje yra teigiama rytų kryptimi ir neigiama vakarų.)

Pirmojoje pusiaujinėje sistemoje šviesulio padėtį nusako taip pat du kampiniai atstumai. Kūno **deklinacija** δ yra mažiausias jo kampinis atstumas iki dangaus pusiaujo: $\delta = \angle MOM''$; link šiaurinio dangaus poliaus skaičiuojama teigiama deklinacija, link pietinio – neigiama. Tolimų dangaus kūnų deklinacija visada išlieka pastovi. Kita koordinatė – **valandinis kampas** $t = \angle QOM''$; jis skaičiuojamas visada į vakarus nuo taško Q. Valandinis kampas dažnai matuojamas kampinėmis valandomis ($1^{\mathrm{h}} = 15°$), minutėmis ($1^{\mathrm{m}} = 15' = \frac{1}{4}°$) ir sekundėmis ($1^{\mathrm{s}} = 15'' = \frac{1}{4}'$).

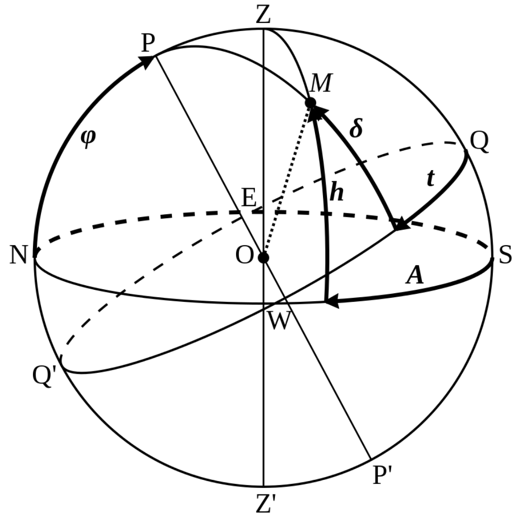


4 pav.: Pusiaujinės sistemos.

Kai šviesulys dėl savo parinio sukimosi pakyla į didžiausią aukštį virš horizonto, sakoma, kad jis yra **viršutinėje kulminacijoje**; tuo metu šviesulio valandinis kampas yra $t = 0^{\mathrm{h}}$. Analogiškai apibrėžiama **apatinė kulminacija**, kurios metu šviesulio aukštis yra mažiausias, o valandinis kampas $t = 12^{\mathrm{h}}$. Jei šviesulys yra virš horizonto apatinės kulminacijos metu, jis yra vadinamas **nenusileidžiančiu**.

Be šių dviejų sistemų yra **antroji pusiaujinė koordinačių sistema**, kuri sukasi stebėtojo atžvilgiu, bet pakankamai tolimi kūnai yra fiksuoti joje. Šiai sistemai apibrėžti reikalinga **ekliptika** – metinis Saulės nueinamas kelias tolimų šviesulių atžvilgiu. Su dangaus pusiauju ekliptika kertasi **pavasario lygiadienio** (♈) ir **rudens lygiadienio** (♎) **taškuose**. Antrojoje pusiaujinėje sistemoje šviesulio padėtį nustato jo **deklinacija** (kaip ir pirmojoje sistemoje) ir **rektascensija** $\alpha = \angle ♈ OM''$, matuojama į rytus nuo pavasario lygiadienio taško ir, kaip ir valandinis kampas, dažnai išreiškiama kampinėmis valandomis. Šių koordinačių atžvilgiu galima iš naujo nustatyti ekliptiką: tai didysis apskritimas 90° kampiniu atstumu nuo šiaurinio ekliptikos poliaus – dangaus sferos taško, kurio koordinatės $\alpha = 18^{\mathrm{h}}$ ir $\delta = 66°34'$.

Sąryšį tarp horizontinės ir pirmosios pusiaujinės sistemų lengviausia rasti iš **paralaksinio trikampio** – sferinio trikampio, kurio viršūnėse yra zenitas Z, dangaus polius P ir šviesulys M. Nesunku įsitikinti, kad šio trikampio kampai ir kraštinės tiesiogiai susiję su šviesulio koordinatėmis: $P = t$, $Z = 360° - A$, $PM = 90° - \delta$, $ZM = 90° - h$ ir $PZ = 90° - \varphi$.



5 pav.: Paralaksinis trikampis.

Be minėtų sistemų, dar egzistuoja, bet yra retai naudojamos ekliptinė ir galaktinė koordinačių sistemos, kuriose horizonto / dangaus pusiaujo vaidmenį atlieka atitinkamai ekliptika ir Galaktikos disko plokštumos vaizdas dangaus sferoje.

Kartais yra svarbus dar vienas reiškinys, dėl kurio gali pakisti šviesulio koordinatės. Tai yra **atmosferinė refrakcija** – šviesos lūžimas Žemės atmosferoje, dėl kurio šviesulys yra stebimas didesniame aukštyje nei būtų stebimas, jei nebūtų Žemės atmosferos poveikio. Tiksli refrakcijos vertė priklauso nuo šviesulio aukščio virš horizonto, ir ji tuo didesnė, kuo šviesulys yra žemiau. Ties horizontu atmosferinė refrakcija lygi $\sim 35'$.

2.3 Laiko skaičiavimo sistemos

Pagrindiniai astronomijoje naudojami laiko vienetai yra susieti su periodiniais procesais. Kadangi Žemė sukasi apie savo ašį maždaug tolygiai, o su tuo yra susieta dienos ir nakties kaita, Žemės sukimasis apie ašį gerai tinka laiko skaičiavimui. Tam įvesta **para** – laiko tarpas tarp dviejų iš eilės einančių tam tikro šviesulio (ar kito taško) viršutinių (arba apatinių) kulminacijų tam tikroje vietovėje.

Laikotarpis tarp dviejų Saulės apatinių kulminacijų – **saulinė para** (vidutiniškai lygi 24 h) – yra **tikrojo saulinio laiko** $T_{\odot}$ skaičiavimo pagrindas:

$$|T_{\odot} - t_{\odot}| = 12\,\mathrm{h}$$

čia $t_{\odot}$ – Saulės skritulio centro valandinis kampas. Tačiau dėl Žemės orbitos eliptiškumo ir ekliptikos posvyrio į dangaus pusiaują, Saulės rektascensija einant laikui kinta netolygiai, todėl netolygiai kinta ir jos valandinis kampas. Taigi reikėjo įvesti laiką, kuris kinta tolygiai (nepriklausomai nuo metų laiko) – jis yra vadinamas **vidutiniu sauliniu laiku** $T_{\odot\mathrm{m}}$. Paversti tikrajam sauliniam laikui į vidutinį naudojama **laiko lygtis** η, priklausanti nuo konkrečios datos (mėnesio ir dienos):

$$\eta = T_{\odot} - T_{\odot\mathrm{m}}$$

Laikotarpiui tarp apatinių ar viršutinių tolimo (Saulės sistemai nepriklausančio) objekto kulminacijų nustatyti naudojama **žvaigždinė para** – laiko tarpas tarp dviejų viršutinių pavasario lygiadienio taško kulminacijų. Dėl Žemės judėjimo orbita žvaigždinė para yra trumpesnė už saulinę: metuose žvaigždinių parų yra viena daugiau nei saulinių. Žvaigždinė para yra **žvaigždinio laiko** s skaičiavimo pagrindas: šis laikas gaunamas išreiškus kampą $\angle QO\Upsilon$, skaičiuojamą į vakarus nuo Q, kampinėmis valandomis, minutėmis ir sekundėmis. Iš čia matoma, kad jei objekto, kurio rektascensija yra α, valandinis kampas kurioje nors vietovėje yra t, tai žvaigždinis laikas toje vietovėje:

$$s = \alpha + t$$

Jei objektas tuo metu yra viršutinėje kulminacijoje, $t = 0$, taigi $s = \alpha$. Su vidutiniu sauliniu laiku žvaigždinis laikas sutampa per rudens lygiadienį.

Vidutinis saulinis laikas tam tikroje vietovėje (tam tikroje gegrafinėje ilgumoje λ) yra vadinamas **vietiniu laiku** t_λ. Kad būtų galima lyginti laiką skirtingose vietovėse, yra įvestas **pasaulinis laikas** t_0 – vietinis laikas ties nuliniu (Grinvičo) dienovidiniu. Tada tam tikru laiko momentu:

$$t_\lambda = t_0 + \lambda$$

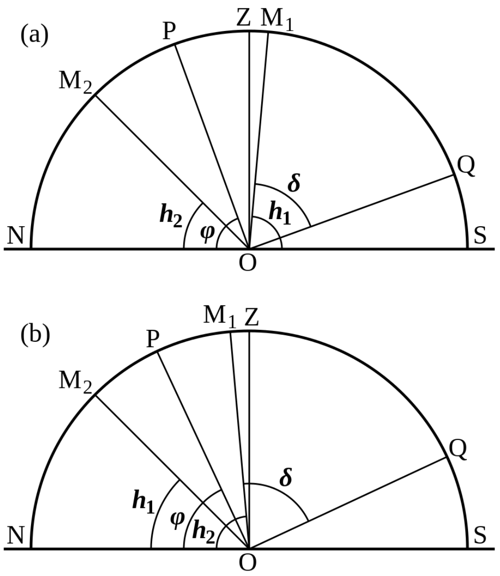
kur ilguma λ yra matuojama į rytus nuo nulinio dienovidinio ir išreikšta kampinėmis valandomis, minutėmis ir sekundėmis. Taip pat naudojamas **juostinis laikas**, pagrįstas Žemės paviršiaus padalijimu į 24 laiko juostas. Juostinis laikas yra apytiksliai lygus vietiniam laikui, bet visose vietovėse skiriasi sveiku valandų skaičiumi nuo pasaulinio laiko.

Bet koks laikas kinta nuo 0 iki 24 h. Jei iš atitinkamų formulių gaunamas laikas, mažesnis už 0 h arba didesnis už 24 h, prie laiko pridedama arba iš jo atimama 24 h.

2.4 Uždaviniai

1. Žvaigždės viršutinė kulminacija vyksta $h_1 = 80°$ aukštyje, o apatinė – $h_2 = 30°$. Raskite žvaigždės deklinaciją δ ir stebėtojo platumą φ, jei stebima Šiaurės pusrutulyje.

   Sprendimas. Pagal brėžinį matome, kad galimi du variantai – kai viršutinė kulminacija vyksta į pietus arba į šiaurę nuo zenito. Abiem atvejais sprendimas paremtas tuo, kad žvaigždės deklinacija nekinta, taigi $\angle POM_1 = \angle POM_2 = 90° - \delta$, iš čia $\delta = \frac{180° - \angle M_1OM_2}{2}$. Taip pat abiem atvejais $\varphi = \angle NOP = \angle POM_2 + \angle NOM_2 = 90° - \delta + h_2$.



Pirmu atveju (a) $h_1 = \angle SOM_1$, taigi:

$$\delta = \frac{\angle SOM_1 + \angle NOM_2}{2} = \frac{h_1 + h_2}{2} = 55°$$

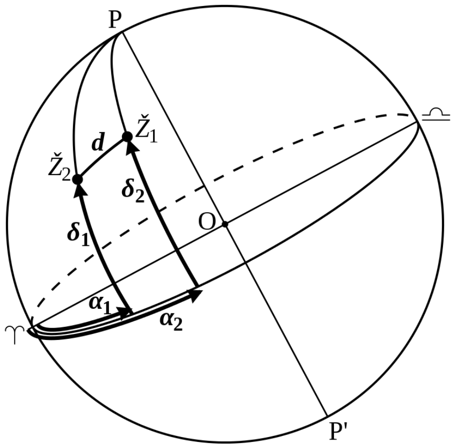
$$\varphi = 90° - \delta + h_2 = 65°$$

Antru atveju (b) $h_1 = \angle NOM_1$, taigi:

$$\delta = \frac{180° - \angle NOM_1 + \angle NOM_2}{2} = \frac{180° - h_1 + h_2}{2} = 65°$$

$$\varphi = 90° - \delta + h_2 = 55°$$

2. Žvaigždės $\check{Z}_1$ koordinatės yra $\alpha_1 = 10^{\mathrm{h}}$, $\delta_1 = 70°$, žvaigždės $\check{Z}_2$ – $\alpha_2 = 11^{\mathrm{h}}$, $\delta_2 = 80°$. Koks kampinis atstumas tarp šių žvaigždžių?



Sprendimas. Nusibraižome sferinį trikampį $P\check{Z}_1\check{Z}_2$, susižymime sąlygoje duotus kampus, tada pasinaudojame kosinusų formule:

$$\begin{aligned}\cos d &= \cos(\alpha_2 - \alpha_1)\sin(90^\circ - \delta_1)\sin(90^\circ - \delta_2) + \\ &+ \cos(90^\circ - \delta_1)\cos(90^\circ - \delta_2) = \\ &= \cos(\alpha_2 - \alpha_1)\cos\delta_1\cos\delta_2 + \sin\delta_1\sin\delta_2 = \\ &= \cos 15^\circ \cos 70^\circ \cos 80^\circ + \sin 70^\circ \sin 80^\circ = 0{,}983\end{aligned}$$

Iš čia gauname, kad $d = 11^\circ$.

3. Koks vietinis laikas yra Paryžiuje (ilguma $\lambda = 2^\circ$), kai laikrodžiai rodo vidurdienį? Prancūzijoje yra įvesta pirma laiko juosta.

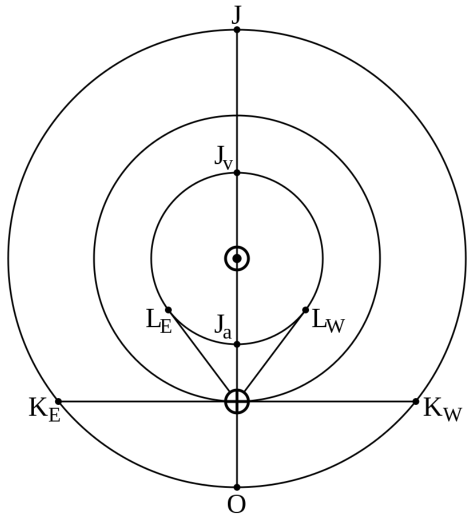
   Sprendimas. Kadangi vietinis laikas sutampa su pirmos laiko juostos laiku $1^{\mathrm{h}} = 15^\circ$ į rytus nuo Grinvičo, ilgumų skirtumas lygus $15^\circ - 2^\circ = 13^\circ = 52^{\mathrm{m}}$. Taigi vietinis (vidutinis saulinis) laikas yra 52 minutėmis mažesnis už juostinį, t.y. 11:08.

3 Dangaus mechanika ir Saulės sistema

3.1 Planetų konfigūracijos

Žemei skriejant aplink Saulę, ši brėžia žvaigždynų fone kelią per Zodiako žvaigždynus – šis kelias vadinamas **ekliptika**. Visų Saulės sistemos planetų (ir Mėnulio) orbitų plokštumos sudaro iki 7° kampus su ekliptikos plokštuma, taigi iš Žemės šie kūnai visada matomi netoli ekliptikos. Stebint planetas iš Žemės yra svarbus jų kampinis atstumas nuo Saulės – šis kampas vadinamas *rytų* arba *vakarų* **elongacija** ϵ, priklausomai nuo to, kuria kryptimi nuo Saulės planeta stebima. Dėl nedidelių planetų kampinių atstumų nuo ekliptikos, toliau šiame skyriuje elongacija ϵ žymi Saulės ir planetos ekliptinių ilgumų skirtumą.

Yra išskiriamos **vidinės planetos** (Merkurijus ir Venera) ir **išorinės** (Marsas, Jupiteris, Saturnas, Uranas, Neptūnas); pastarųjų elongacija gali pasiekti bet kokią vertę iki 180°, o vidinėms planetoms egzistuoja jų **didžiausia elongacija** $\epsilon_{\max}$, kurią pasiekusios (taške L atsidūrusios) planetos kampinis atstumas nuo Saulės ima mažėti. **Planetos konfigūracija** yra tam tikra jos padėtis orbitoje Žemės atžvilgiu; egzistuoja pavadinimai konfigūracijoms, kai $\epsilon = 0°$, $\epsilon = 90°$ arba $\epsilon = 180°$. Vidinėms planetoms egzistuoja jungtys, kai $\epsilon = 0°$: **apatinė jungtis** J_a (kai planeta yra tarp Saulės ir Žemės) ir **viršutinė jungtis** J_v (kai Saulė yra tarp planetos ir Žemės). Išorinėms planetoms yra apibrėžta **jungtis** J ($\epsilon = 0°$), **opozicija** O ($\epsilon = 180°$) ir **kvadratūra** K ($\epsilon = 90°$ – priklausomai nuo planetos padėties, išskiriama rytų ir vakarų elongacija).



6 pav.: Pagrindinės planetų konfigūracijos.

Taip pat kaip planetoms konfigūracijos apibrėžiamos ir nykštukinėms planetoms, asteroidams bei kitiems Saulės sistemos kūnams.

3.2 Periodai

Kiekvienai planetai yra apibrėžiamas jos **siderinis**, arba **žvaigždinis periodas** T – laikotarpis tarp dviejų planetos praskriejimų per tą patį orbitos tašką. Taip pat planetoms, išskyrus Žemę, apibrėžiamas **sinodinis periodas** S – laikotarpis tarp dviejų vienodų planetos konfigūracijų.

Laikykime, kad visų planetų orbitos apskritiminės – tada planetos apie Saulę juda pastoviais kampiniais greičiais. Iš čia aišku, kad Žemės $\oplus$ ir planetos P kampiniai greičiai yra atitinkamai $\omega_\oplus = 2\pi/T_\oplus$ ir $\omega_P = 2\pi/T_P$. Taip pat aišku, kad $\omega_S = 2\pi/S_P$ yra planetos P kampinis greitis apie Saulę linijos Saulė–Žemė atžvilgiu; taip pat aišku, kad:

$$\omega_S = |\omega_\oplus - \omega_P|$$

Vidinėms planetoms $\omega_\oplus < \omega_P$, taigi $\omega_S = \omega_P - \omega_\oplus$. Įsistačius ankstesnes kampinių greičių išraiškas ir suprastinę, gauname:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_P} - \frac{1}{T_\oplus}$$

Analogiškai išorinėms planetoms:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T_P}$$

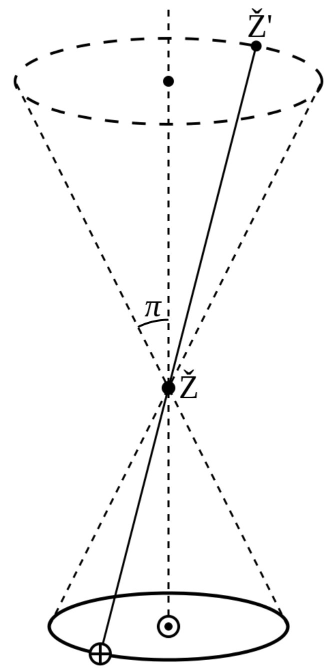
3.3 Paralaksai

Yra svarbus ne tik Saulės sistemos, bet ir tolimesnių kūnų regimasis judėjimas. Artimų žvaigždžių padėtis danguje periodiškai keičiasi tolimų žvaigždžių atžvilgiu – taip atsitinka dėl Žemės skriejimo aplink Saulę. Bendru atveju (kai žvaigždė nėra ekliptikos plokštumoje) šis regimas žvaigždės kelias dangaus sferoje, nueinamas kas metus, yra elipsė. Šios elipsės didysis pusašis (arba bendru atveju – padėties dangaus sferoje svyravimo metinė amplitudė ta kryptimi, kuria ji didžiausia) yra vadinamas **metiniu paralaksu** p ir yra lygus $p = \tan(1\ \mathrm{AU}/r) \approx 1\ \mathrm{AU}/r$, kur r – atstumas iki žvaigždės. Čia ir įvestas *parseko* vienetas, kurio pavadinimas sudarytas iš žodžių „paralaksas“ ir „sekundė“; taigi:

$$p = \frac{1\ \mathrm{pc}''}{r}$$

Panašiai aprašomas ir Saulės sistemos kūno, iki kurio atstumas yra r, **parinis paralaksas** p', atsirandantis dėl Žemės ašinio sukimosi. Jis nustatytas toks, koks būtų matomas iš Žemės pusiaujo: $p' = \tan(R_\oplus/r) \approx R_\oplus/r$, kur $R_\oplus$ – Žemės pusiaujo spindulys. Taigi:

$$p' = \frac{8{,}8\ \mathrm{AU}''}{r}$$



7 pav.: Žvaigždės Ž padėties dangaus sferoje Ž′ kitimas dėl metinio paralakso.

3.4 Keplerio dėsniai

Bendru atveju išsprendžiamos tik dviejų gravitaciškai susietų kūnų judėjimo lygtys. Tarkime, kad yra susieti masių $\mathcal{M}_1$ ir $\mathcal{M}_2$ kūnai, kurių padėtys bendro masių centro atžvilgiu yra atitinkamai $\vec{r_1}$ ir $\vec{r_2}$. Tarkime, kad $\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$ yra antrojo kūno padėtis pirmojo atžvilgiu, $\vec{F}$ – jėga, kuria antrasis veikia pirmąjį. Tada:

$$\mathcal{M}_1\ddot{\vec{r_1}} = \vec{F} = G\frac{\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2\vec{r}}{r^3}$$

$$\mathcal{M}_2\ddot{\vec{r_2}} = -\vec{F} = -G\frac{\mathcal{M}_1\mathcal{M}_2\vec{r}}{r^3}$$

kur G – gravitacinė konstanta. Iš šių lygčių gauname:

$$\ddot{\vec{r}} + G\left(\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2\right)\frac{\vec{r}}{r^3} = 0$$

Išsprendę šią lygtį, gauname, kad dviejų kūnų sistemoje kūnai vienas kito atžvilgiu juda elipse, kurios židinyje yra vienas iš kūnų. Tai yra **pirmasis Keplerio dėsnis**.

Šios elipsės parametrai yra kūno **orbitos elementai**, iš kurių pagrindiniai:

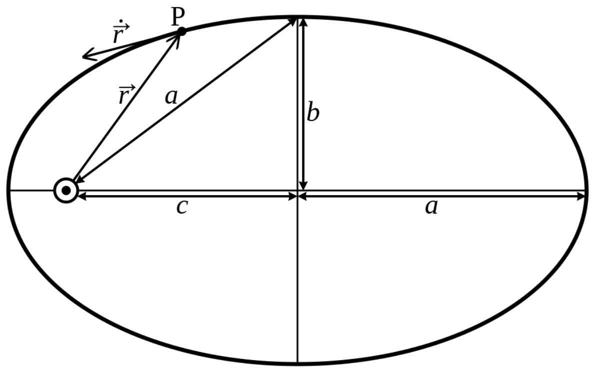
- **didysis pusašis** a;
- **ekscentricitetas** e – elipsės židinio nuotolio nuo centro c ir didžiojo pusašio santykis: $e = c/a$.

Pirmojo kūno judesio kiekio momentas skaitine verte lygus:

$$L = \mathcal{M}_1 \left|\vec{r} \times \dot{\vec{r}}\right|$$

Tarkime, vektorius $\vec{r}$ brėžia kūno orbitos elipsėje plotą S. Tada:

$$\dot{S} = \frac{r \cdot \dot{r}_\perp}{2} = \frac{\left|\vec{r} \times \dot{\vec{r}}\right|}{2} = \frac{L}{2\mathcal{M}_1}$$



8 pav.: Planetos P orbita aplink Saulę $\odot$.

kur $\dot{r}_\perp$ yra $\dot{\vec{r}}$ projekcija į vektorių, statmeną $\vec{r}$. Taigi $\dot{S}$ yra pastovus pagal judesio kiekio momento tvermės dėsnį. Tai yra **antrasis Keplerio dėsnis**: kūno, skriejančio orbita apie kitą kūną, padėties jo atžvilgiu vektorius nubrėžia lygius plotus per lygius laiko tarpus. Pritaikius šį dėsnį visam periodui, gauname:

$$\dot{S} = \frac{\pi ab}{T} = \frac{\pi a^2}{T}\sqrt{1 - e^2}$$

kur b – kūno orbitos mažasis pusašis.

Iš antrojo gali būti išvestas **trečiasis Keplerio dėsnis**, kuris teigia:

$$\frac{T^2(\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2)}{a^3} = \frac{4\pi}{G} = \text{const}$$

Pritaikius šį dėsnį Žemės ir kito Saulės sistemos kūno orbitoms apie Saulę (abiem atvejais Saulės masė daug didesnė), gauname:

$$T[\text{metai}] = (a[\text{AU}])^{\frac{3}{2}}$$

3.5 Kūnų orbitiniai greičiai

Dviejų gravitaciškai susietų kūnų sistemoje, vieno kūno orbitinis greitis kito kūno atžvilgiu yra:

$$\dot{r}^2 = G\left(\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2\right)\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

Dažniausiai naudojamas atvejis, kai $\mathcal{M}_2 \gg \mathcal{M}_1$ (tada $\dot{r} \approx \dot{r}_1$), o orbita yra apskritiminė ($r \equiv a$) arba parabolinė ($a = \infty$) – tada gaunamas atitinkamai **apskritiminis greitis** $v_a = \sqrt{G\mathcal{M}_2/a}$ arba **parabolinis greitis** $v_p = \sqrt{G\mathcal{M}_2/2r}$. Parabolinis greitis yra mažiausias greitis, kurį reikia pasiekti norint ištrūkti iš masės $\mathcal{M}_2$ kūno gravitacinio lauko.

Dažniausiai aprašomas dviejų kūnų judėjimas jų bendro masių centro atžvilgiu: tada kūnai skriedami savo orbitomis brėžia vienodo ekscentriciteto elipses. Pažymėkime pirmo ir antro kūno orbitų pusašius atitinkamai a_1 ir a_2; akivaizdu, kad $a = a_1 + a_2$. Iš masių centro apibrėžimo seka, kad:

$$\mathcal{M}_1 a_1 = \mathcal{M}_2 a_2$$

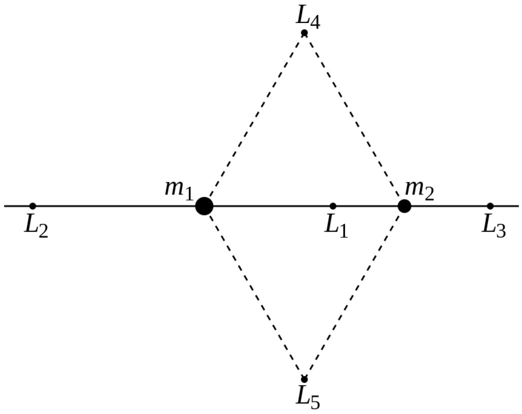
Duotoje atskaitos sistemoje masių centras nejuda, taigi:

$$\mathcal{M}_1 \dot{\vec{r_1}} + \mathcal{M}_2 \dot{\vec{r_2}} = 0$$

Iš šių lygčių dažnai nustatoma apie kitą žvaigždę (t.y. ne Saulę) skriejančios planetos masė ir orbitos didysis pusašis.

3.6 Trijų ir n kūnų uždaviniai

Trijų kūnų uždavinys išsprendžiamas tik apytiksliai ir tik atskirais atvejais – tada, kai mažos (palyginti su kitais dviem kūnais) masės kūnas yra viename iš penkių **Lagranžo taškų**. Šie taškai yra dviejų masyvesniųjų kūnų orbitos plokštumoje – trys yra tiesėje, jungiančioje tuos kūnus, du tokiose vietose, kad visi trys kūnai būtų lygiakraščio trikampio viršūnėse. Kai nykstamai mažos masės kūnas yra Lagranžo taške, atstumų tarp kūnų santykiai yra pastovūs.



9 pav.: Lagranžo taškai kūnų, kurių masės m_1 ir m_2, atžvilgiu.

Bendru atveju daugelio kūnų sistemos stabilumą aprašo **Virialo teorema**: pusiausvyroje esančios N kūnų sistemos energija pasiskirsto taip, kad:

$$2\langle T\rangle + \langle U\rangle = 0$$

čia $\langle T\rangle$ ir $\langle U\rangle$ – atitinkamai sistemos kinetinė ir potencinė energija, jų vidurkiai laike. Teorema dažniausiai taikoma žvaigždžių spiečiams.

Kita teoremos forma gali būti gauta tariant, kad žvaigždžių masės $\mathfrak{m}$ yra lygios. Tada:

$$\langle T\rangle = \frac{\mathfrak{m}v_{\text{rms}}^2}{2}\cdot N = \frac{\mathcal{M}v_{\text{rms}}^2}{2}$$

kur v_{rms} yra žvaigždžių vidutinis kvadratinis greitis spiečiaus masės centro atžvilgiu, $\mathcal{M}$ – spiečiaus masė. Taip pat:

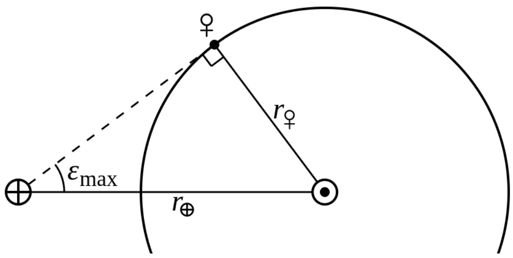
$$\langle U\rangle = -G\frac{\mathfrak{m}^2}{r}\cdot\frac{N(N-1)}{2} \approx -G\frac{\mathcal{M}^2}{2r}$$

tariant kad $N \gg 1$, čia r yra virialinis spindulys, kuris skaitine verte dažniausiai yra artimas spiečiaus **pusės masės spinduliui** – spinduliui sferos, kurios centras sutampa su spiečiaus masės centru ir kuri talpina pusę spiečiaus masės. Taigi, gauname:

$$v_{\text{rms}}^2 = G\frac{\mathcal{M}}{2r}$$

3.7 Uždaviniai

1. Kokiu didžiausiu kampiniu atstumu nukrypsta Venera nuo Saulės stebint iš Žemės? Žemės atstumas nuo Saulės yra 1 AU, Veneros 0,723 AU.



Sprendimas. Veneros didžiausia elongacija $\epsilon_{\max}$ gali būti apskaičiuota kaip:

$$\sin\epsilon_{\max} = \frac{r_♀}{r_⊕} = \frac{0{,}723\ \text{AU}}{1\ \text{AU}} = 0{,}723$$

Iš čia $\epsilon_{\max} = 46{,}3°$.

2. Tuščioje Visatoje vienas apie kitą sukasi du 5 kg masės akmenys 1 m atstumu nuo vienas kito. Koks jų orbitinis periodas?

Sprendimas. Periodą gauname iš trečio Keplerio dėsnio:

$$P = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{G(\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2)}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 1\ \mathrm{m}^3}{6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}^3\ \mathrm{kg}^{-1}\ \mathrm{s}^{-2} \cdot (5\ \mathrm{kg} + 5\ \mathrm{kg})}} = 243000\ \mathrm{s} = 2{,}8\ \mathrm{d}.$$

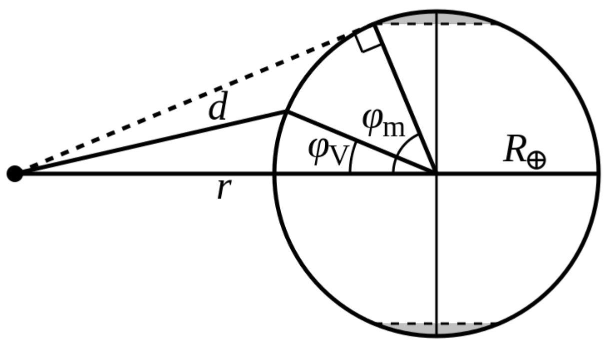
3. Raskite geostracionaraus palydovo orbitos spindulį (toks palydovas visą laiką „kabo“ virš vieno Žemės pusiaujo taško, palydovo padėtis Žemės paviršiaus atžvilgiu nekinta). Kokiose platumose teoriškai galima stebėti geostacionarų palydovą? Kokiame didžiausiame aukštyje virš horizonto palydovas gali būti matomas Vilniuje (platuma $\varphi_V = 54°40'$)?

Sprendimas. Geostacionaraus orbitos palydovo orbitos periodas turi sutapti su Žemės apsisukimo apie ašį sideriniu periodu: $T = 23{,}93$ h $= 86160$ s, kuris dėl Žemės skriejimo orbita yra trumpesnis už saulinę parą (24 h). Sulyginame įcentrinį pagreitį su gravitacija:

$$G\frac{\mathcal{M}}{r^2} = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Taigi orbitos spindulys lygus:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G\mathcal{M}T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}^3\ \mathrm{kg}^{-1}\ \mathrm{s}^{-2} \cdot 5{,}974 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg} \cdot (86160\ \mathrm{s})^2}{4\pi^2}} = 4{,}216 \cdot 10^7\ \mathrm{m}$$



Kaip matome iš brėžinio, geostacionarus palydovas negali būti matomas iš arti ašigalių esančių sričių. Didžiausia šiaurės platuma, iš kurios galima pamatyti palydovą:

$$\varphi_\mathrm{m} = \cos^{-1}\frac{R_\oplus}{r} = \cos^{-1}\frac{6{,}371 \cdot 10^6\ \mathrm{m}}{4{,}216 \cdot 10^7\ \mathrm{m}} = 81{,}3°$$

Stebint palydovą iš Vilniaus (V), palydovo mažiausias atstumas nuo Vilniaus d gali būti rastas pasinaudojus kosinusų teorema:

$$d = \sqrt{r^2 + R_\oplus^2 - 2rR_\oplus \cos\varphi_\mathrm{V}}$$

Taigi, pasinaudojus sinusų teorema gaunamas didžiausias palydovo pakilimo aukštis h:

$$\begin{aligned}\cos h = \sin(90° + h) = \frac{r}{d}\sin\varphi_\mathrm{V} &= \frac{r\sin\varphi_\mathrm{V}}{\sqrt{r^2 + R_\oplus^2 - 2rR_\oplus\cos\varphi_\mathrm{V}}}\\ &= \frac{4{,}216 \cdot 10^7\ \mathrm{m} \cdot \sin 54°40'}{\sqrt{(4{,}216 \cdot 10^7\ \mathrm{m})^2 + (6{,}371 \cdot 10^6\ \mathrm{m})^2 - 2 \cdot 4{,}216 \cdot 10^7\ \mathrm{m} \cdot 6{,}371 \cdot 10^6\ \mathrm{m} \cdot \cos 54°40'}}\\ &= 0{,}886\end{aligned}$$

Iš čia $h = 27°40'$.

4 Stebėjimo prietaisai

4.1 Antžeminiai stebėjimai ir teleskopai

Astronominiai stebėjimai yra svarbi tiek profesionalios astronomijos, tiek olimpiadinių uždavinių dalis. Didžioji dalis astronominių stebėjimų atliekami Žemėje, todėl svarbu atsižvelgti į spindulių **nukrypimą** ir **susilpnėjimą** atmosferoje, **oro turbulenciją**, kuri keičia atvaizdo ryškumą (būtent dėl to žvaigždės, laikomos taškiniais šviesos šaltiniais, mirga labiau už planetas), atmosferos **praleidžiamų bangų ruožus** (dalį bangų atmosfera sugeria). Svarbiausias praleidžiamų bangų ilgių intervalas vadinamas *optiniu langu*, kuris beveik sutampa su akies priimamu diapazonu. Kiti langai yra *radijo* ir *infraraudonasis.*

Teleskopai yra pagrindinė stebėjimo priemonė. Jie turi objektyvą, surenkantį šviesą, ir okuliarą, sukoncentruojantį ją – okuliaro padėtis židinio plokštumos atžvilgiu gali būti keičiama norint gauti ryškų vaizdą. Teleskopai skirstomi į du tipus: lęšiniai teleskopai (objektyvas – lęšis) vadinami **refraktoriais**, veidrodiniai (objektyvas – parabolinis arba sferinis veidrodis) – **reflektoriais**. Kadangi lęšinių teleskopų pagaminimas ir naudojimas yra sudėtingesnis (reikia šlifuoti du paviršius, lęšio masė didesnė už veidrodžio), todėl didžiausias refraktorius yra tik 1 m skersmens. Didžiausių reflektorių skersmuo siekia 10 metrų, dalis iš jų sudaryti iš atskirų kompiuteriu valdomų veidrodžių, kiti turi vieną pagrindinį kietą veidrodį arba yra sudaryti iš besisukančio indo su gyvsidabriu.

Teleskopą apibūdinantys dydžiai:

- **Objektyvo židinio nuotolis** F.
- **Apertūra** D – teleskopo objektyvo skersmuo, dažnai vadinamas tiesiog skersmeniu.
- **Apertūros santykis** D/F, kuris parodo teleskopo šviesos surinkimo galią. Šis santykis dažnai žymimas kaip f/x, kur $x = F/D$ pvz. 20 cm apertūros ir 1 m židinio nuotolio teleskopo apertūros santykis yra $f/5$.
- **Skiriamoji geba** θ – mažiausias kampinis atstumas tarp dviejų objektų, kad juos būtų galima išskirti. Teorinis skiriamosios gebos limitas yra apribotas difrakcijos nuo objektyvo kraštų: kai stebimas bangos ilgis λ,aprašomas formule:

  $$\theta_{\min} \approx \sin\theta_{\min} = 1{,}22\frac{\lambda}{D}$$

  Praktiškai skiriamoji riba yra apribojama atmosferos – net ir esant idealioms sąlygoms, antžeminiams teleskopams $\theta > 0{,}5''$.

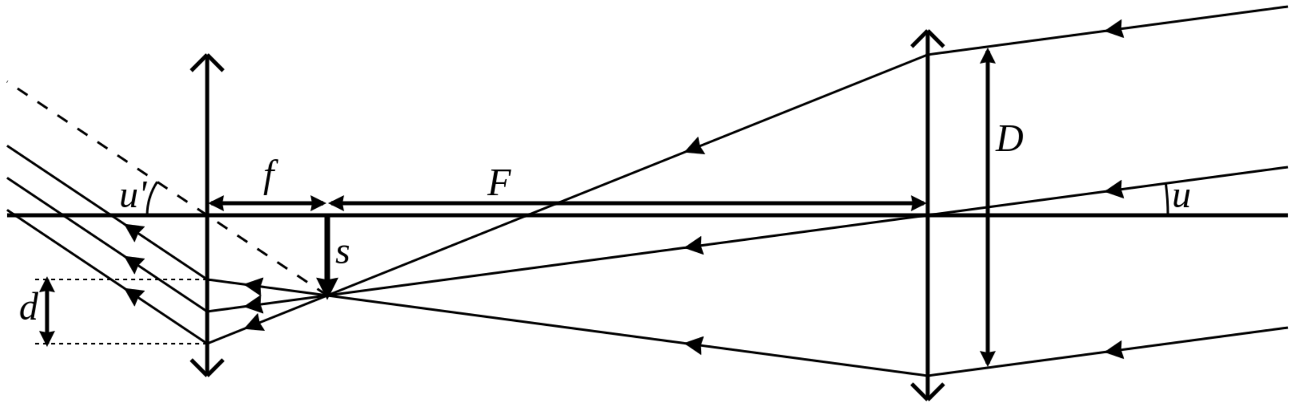
  Žmogaus akies lęšiuko apertūra naktį $D_a \approx 6$ mm, skiriamoji geba $\theta_a \approx 1'$.

4.2 Atvaizdo dydis ir didinimas

Teleskopo sukuriamo **atvaizdo dydis** s susijęs su stebimo objekto **kampiniu dydžiu** u sąryšiu:

$$s = F\tan u \approx Fu$$

Tokio dydžio atvaizdas ir gaunamas ant kameros plokštelės, kai fotografuojama per teleskopą.



10 pav.: Teleskopo schema.

Jei su teleskopu stebima pro židinio nuotolio f **okuliarą**, pro kurį matomo objekto kampinis dydis yra u', tai teleskopo **didinimas** lygus:

$$W = \frac{u'}{u} \approx \frac{F}{f}$$

Didžiausias didinimas, kurį dar verta naudoti stebėjimuose – toks, su kuriuo stebint akimi matomas vaizdas neišblukęs dėl difrakcijos: $W_{\max} = \theta_a/\theta \approx 5 \cdot 10^{-4} D/\lambda$. Taigi, stebint bangos ilgiu, kuriam akis jautriausia ($\lambda = 550$ nm), $W_{\max} \approx D$[mm].

Mažiausias didinimas, kuris dar naudingas stebint akimi – toks, su kuriuo išeinančių spindulių srauto skersmuo d neviršija vyzdžio skersmens: kadangi $d/D \approx f/F = 1/W$, $W_{\min} \approx D/D_a \approx \frac{1}{6}D$[mm].

4.3 Teleskopų montuotės

Montuotės yra dviejų tipų: pusiaujinės ir azimutinės. **Pusiaujinėje montuotėje** viena ašis, vadinama poline, nukreipta į dangaus polių, o kita – deklinacijų ašis – statmena jai. Kadangi polinė ašis lygiagreti Žemės sukimosi ašiai, regimasis dangaus sukimasis gali būti kompensuojamas tiesiog sukant teleskopą apie ją pastoviu greičiu. **Azimutinė montuotėje** viena ašis nukreipta į zenitą, kita – horizontali. Tokia montuotė daug paprastesnė ir stabilesnė, tačiau kompensuojant dangaus sukimąsi teleskopas turi būti sukamas apie abi ašis kintančiais greičiais.

4.4 Uždaviniai

1. Dvi žvaigždės yra $\theta = 2''$ kampiniu atstumu. Kokio skersmens turi būti teleskopas, kad būtų galima jas išskirti? Jei teleskopo židinio nuotolis yra 80 cm, ar stebint šiuo teleskopu per 20 mm židinio nuotolio okuliarą galima bus išskirti žvaigždes? Akies skiriamoji geba yra $\theta_a = 1'$.

   Sprendimas. Kadangi tai optinis regionas, naudojame bangos ilgį $\lambda = 550$ nm. Tada teleskopo minimalus skersmuo:

   $$D \approx \frac{1{,}22\lambda}{\theta} = \frac{1{,}22 \times 550 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}}{2 \times \pi/(180 \times 3600)} = 0{,}07\ \mathrm{m} = 7\ \mathrm{cm}$$

   Stebint su okuliaru, reikiamas didinimas yra $W \geq \theta/\theta_a = 1'/2'' = 30$, o su sąlygoje minimu okuliaru gaunamas didinimas yra $W = F/f = 80\ \mathrm{cm}/2\ \mathrm{cm} = 40$, taigi žvaigždes išskirti įmanoma.

2. Su 10 cm skersmens ir $f/10$ apertūros santykio teleskopu stebima dvinarė žvaigždžių sistema. Ši sistema nufotografuota su CCD kamera, gautoje nuotraukoje pastebėta, kad žvaigždžių koordinatės nuotraukoje pikseliais yra (5, 10) ir (8, 6). Jei kameros vieno pikselio matmenys yra 15×15 μm, koks yra tikrasis kampinis atstumas tarp žvaigždžių?

   Sprendimas. Atstumas tarp žvaigždžių nuotraukoje pikseliais yra $\Delta d_{\mathrm{pix}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$, kur Δx ir Δy yra žvaigždžių x ir y koordinačių skirtumai. Kadangi pikselio matmuo yra $a = 15$ μm, tikrasis atstumas nuotraukoje yra $s = ad_{\mathrm{pix}} = a\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$. Taigi, kadangi teleskopo židinio nuotolis yra $F = D \cdot (F/D)$, kampinis atstumas tarp žvaigždžių:

$$u = \frac{s}{F} = \frac{a\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{D \cdot (F/D)} = \frac{15\ \mu\mathrm{m}\sqrt{3^2 + 4^2}}{10\ \mathrm{cm} \cdot 10} = 7{,}5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{rad} = 15''$$

5 Fotometrija ir spinduliuotė

5.1 Žvaigždžių skleidžiama energija

Temperatūros T spinduolio vienetinio paviršiaus ploto skleidžiamą spinduliavimo galią ϵ vienetiniame bangos ilgių intervale ties λ aprašo **Planko dėsnis**:

$$\epsilon(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1\right)^{-1}$$

čia c – šviesos greitis vakuume, h ir k – Planko ir Bolcmano konstantos. Šiuo dėsniu aproksimuojama ir žvaigždės, kurių paviršiaus temperatūra T, spinduliuotė. Išdiferencijavus Planko dėsnį ir išvestinę prilyginus nuliui, galima gauti bangos ilgį $\lambda_{\max}$, ties kuriuo išspinduliuojama daugiausia energijos. Tai aprašo **Vyno poslinkio dėsnis**:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

čia b – Vyno konstanta.

Suintegravus Planko dėsnį gaunama visa žvaigždės vienetinio ploto spinduliavimo galia F, aprašoma **Stefano ir Bolcmano dėsniu**:

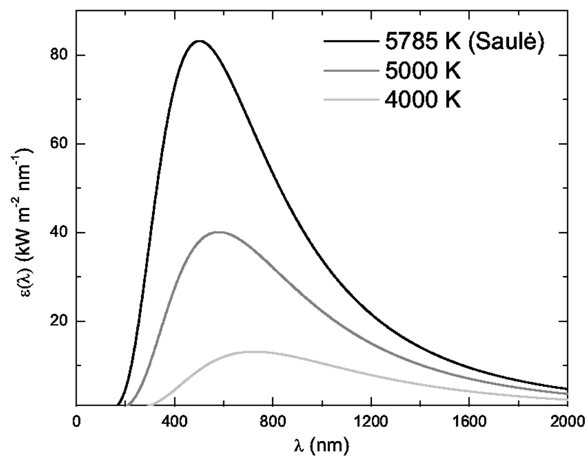
$$F = \sigma T^4$$

čia σ – Stefano ir Bolcmano konstanta. Žvaigždės paviršių laikant spindulio R sfera, gaunama visa žvaigždės spinduliavimo galia – žvaigždės **šviesis** (luminosity) L:

$$L = 4\pi R^2 F = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Jei žvaigždė yra nutolusi atstumu r, energijos srautas krintantis į ploto vienetą yra vadinamas žvaigždės **spindesiu** (flux) J, ir yra lygus:

$$J = \frac{L}{4\pi r^2} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 F$$



11 pav.: Planko dėsniu aprašomų kūnų spinduliuotė.

5.2 Ryškiai

Hiparchas, gyvenęs II a. pr. m. e., suskirstė žvaigždes į šešias grupes pagal jų ryškumą: į pirmą klasę pateko ryškiausios žvaigždės, į šeštą – vos matomos. Kadangi žmogus supranta į akis patenkantį energijos srautą ne tiesiškai, o logaritmiškai, šias klases atitinkantys spindesiai yra pasiskirstę tolygiai logaritminėje skalėje. Vėliau šios klasės buvo pavadintos žvaigždžių **regimaisiais ryškiais** (apparent magnitude) m, kurie apibrėžti taip, kad 100 kartų didesnio spindesio žvaigždės ryškis yra mažesnis penkiais. Taigi:

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \log\left(\frac{J_1}{J_2}\right)$$

Regimieji ryškiai, iš pradžių buvę nuo 1 iki 6, buvo praplėsti į abi puses. Ryškiausios žvaigždės Sirijaus ryškis yra –1,5, Saulės –26,8, o Mėnulio pilnaties –12,5. Blankiausių matomų objektų ryškis priklauso nuo teleskopo, kuriuo stebima, dydžio, ekspozicijos laiko ir detektoriaus jautrumo, paskutiniu metu stebimų blyškiausių objektų ryškis yra >30.

Ryškis gali būti matuojamas arba visam žvaigždės spektrui (taip gaunamas **bolometrinis ryškis** m_b), arba su filtru, praleidžiančiu tik bangos ilgius tam tikrame intervale. Dažniausiai matuojamas **vizualinis ryškis** V (arba m_V), atitinkantis ryškį matomą akimi. Populiariausi su kitais filtrais matuojami ryškiai yra ultravioletinis U, mėlynas B, raudonas R, infraraudonas I (arba atitinkamai m_U, m_B, m_R, m_I). Atimant vieną ryškį iš kito, gaunamas žvaigždės **spalvos rodiklis** (colour index), dažniausiai yra naudojami indeksai $B - V$ ir $V - I$.

Kadangi žvaigždės yra skirtingais atstumais, jų regimieji ryškiai priklauso nuo jų nuotolių. Šitam efektui pašalinti yra įvestas **absoliutinis ryškis** (absolute magnitude) M – žvaigždės regimasis ryškis stebint ją iš 10 pc atstumo. Kadangi žvaigždės spindesys atvirkščiai proporcingas jos nuotolio kvadratui,

$$m - M = -2{,}5 \log \left(\frac{J(r)}{J(10\ \mathrm{pc})} \right) = -2{,}5 \log \left(\frac{10\ \mathrm{pc}^2}{r^2} \right) = 5 \log \left(\frac{r}{10\ \mathrm{pc}} \right)$$

Absoliutinis ryškis, kaip ir bolometrinis, gali būti matuojamas visam spektrui arba per tam tikrą filtrą. Bolometrinis absoliutinis ryškis gali būti išvedamas iš vizualinio, jei žinoma **bolometrinė pataisa** (bolometric correction) BC:

$$M_b = M_V - BC$$

Bolometrinė pataisa visada yra neneigiama.

5.3 Ekstinkcija

Dažnai tarpžvaigždinė erdvė nėra visiškai tuščia, todėl nepraleidžia visų ją praeinančių spindulių. Tam įvertinti įvesta **ekstinkcija** (extinction) A – dydis, kuriuo padidėja objekto ryškis dėl spindulių sugerties ir sklaidos. Taigi, esant **tarpžvaigždinei ekstinkcijai**:

$$m - M = 5 \log \frac{r}{10pc} + A$$

Ekstinkcija visada neneigiama, nes jos paveikto šviesulio spindesys susilpnėja, taigi ryškis padidėja. Absoliutinis žvaigždės ryškis skaičiuojamas toks, koks būtų jei nebūtų ekstinkcijos.

Dėl ekstinkcijos įvairių bangos ilgių šviesa susilpninama nevienodai, taigi įvesta **spalvos eksceso** (colour excess) E sąvoka. Tai yra dydis, kuriuo padidėja objekto spalvos rodiklis dėl ekstinkcijos – pavyzdžiui, rodikliui $B - V$:

$$E(B - V) = (B - V) - (B - V)_0 = A_B - A_V$$

čia $(B - V)$ ir $(B - V)_0$ – atitinkamai stebimas (observed) ir tikrasis (intrinsic) spalvos rodikliai $B - V$. Analogiškai skaičiuojami ir spalvos rodikliai kitiems ryškiams.

Ekstinkcija taip pat dažnai pasireiškia ne tik tarpžvaigždinėje erdvėje, bet ir žemės atmosferoje – tai vadinama **atmosferine ekstinkcija**. Kadangi pro vienalytę medžiagą sklindančios šviesos santykinis silpnėjimas nekinta (t.y. spindesys kinta tolygiai logaritminėje skalėje), tai atmosferinė ekstinkcija proporcinga atmosferos sluoksnio, pro kurį praėjo šviesa, storiui. Tam įvesta *oro masė* X – atmosferos sluoksnio storio ties zenitiniu nuotoliu z santykis su sluoksnio storiu ties zenitu. Kai z nėra artimas 90°, atmosferą galima laikyti „plokščia“, taigi $X(z) = (\cos z)^{-1}$. Tada atmosferinė ekstinkcija:

$$A(z) = kX(z) = \frac{k}{\cos z}$$

čia k – *ekstinkcijos koeficientas* (ties zenitu esančio objekto ekstinkcija).

5.4 Uždaviniai

1. Kokiame bangos ilgyje Saulė išspinduliuoja daugiausiai energijos?

   Sprendimas. Kadangi Saulės paviršiaus temperatūra yra $T = 5785$ K, pagal Vyno poslinkio dėsnį:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2{,}98 \cdot 10^{-3}\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}{5785\ \mathrm{K}} = 515\ \mathrm{nm}$$

2. Kintamosios žvaigždės skersmuo padidėja 1,3 karto, o temperatūra sumažėja nuo 6000 K iki 4800 K. Kiek kartų pasikeis jos šviesis?

   Sprendimas. Galutinio ir pradinio šviesių santykis lygus:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{4\pi {R_2}^2 \sigma {T_2}^4}{4\pi {R_1}^2 \sigma {T_1}^4} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = 1{,}3^2 \left(\frac{4800\ \mathrm{K}}{6000\ \mathrm{K}}\right)^4 = 0{,}7$$

3. Žvaigždės regimasis bolometrinis ryškis yra $m = 8{,}88$, o paralaksas $p = 0{,}0022''$. Jei žvaigždės šviesis L yra 70 kartų didesnis už Saulės, kokia yra ekstinkcija žvaigždės kryptimi?

   Sprendimas. Kadangi absoliutinis ryškis yra ryškis, koks būtų matomas iš 10 pc atstumo, gauname, kad Saulės ir duotos žvaigždės absoliutinių ryškių skirtumas:

$$M - M_\odot = -2{,}5 \log \frac{L/(4\pi \cdot 10\ \mathrm{pc})}{L_\odot/(4\pi \cdot 10\ \mathrm{pc})} = -2{,}5 \log \frac{L}{L_\odot}$$

   Taigi, kadangi atstumas iki žvaigždės $r = 1''\ \mathrm{pc}/p$, ekstinkcija lygi:

$$\begin{aligned} A = m - M - 5 \log \frac{r}{10\ \mathrm{pc}} &= m - (M_\odot - 2{,}5 \log \frac{L}{L_\odot}) - 5 \log \frac{1''\ \mathrm{pc}/p}{10\ \mathrm{pc}} \\ &= m - M_\odot + 2{,}5 \log \frac{L}{L_\odot} + 5 \log \frac{p}{0{,}1''} = 8{,}88 - 4{,}72 + 2{,}5 \log 70 + 5 \log 0{,}022 = 0{,}48 \end{aligned}$$

4. Plutono orbitos ekscentricitetas yra $e = 0{,}245$. Kiek kinta Saulės ryškis stebint iš Plutono?

   Sprendimas. Tarkime, Plutono orbitos didysis pusašis yra lygus a. Tada, Plutonui keliaujant orbita aplink Saulę, jo artimiausias atstumas nuo Saulės yra $r_{\min} = a(1-e)$, tolimiausias $r_{\max} = a(1+e)$. Taigi, maksimalaus ir minimalaus ryškių skirtumas:

$$\begin{aligned} m_{\max} - m_{\min} &= -2{,}5 \log \frac{J_{\min}}{J_{\max}} = -2{,}5 \log \frac{L_\odot/(4\pi r_{\max}^2)}{L_\odot/(4\pi r_{\min}^2)} = 5 \log \frac{r_{\max}}{r_{\min}} = 5 \log \frac{1+e}{1-e} \\ &= 5 \log \frac{1+0{,}245}{1-0{,}245} = 1{,}09 \end{aligned}$$

6 Žvaigždės

6.1 Saulė

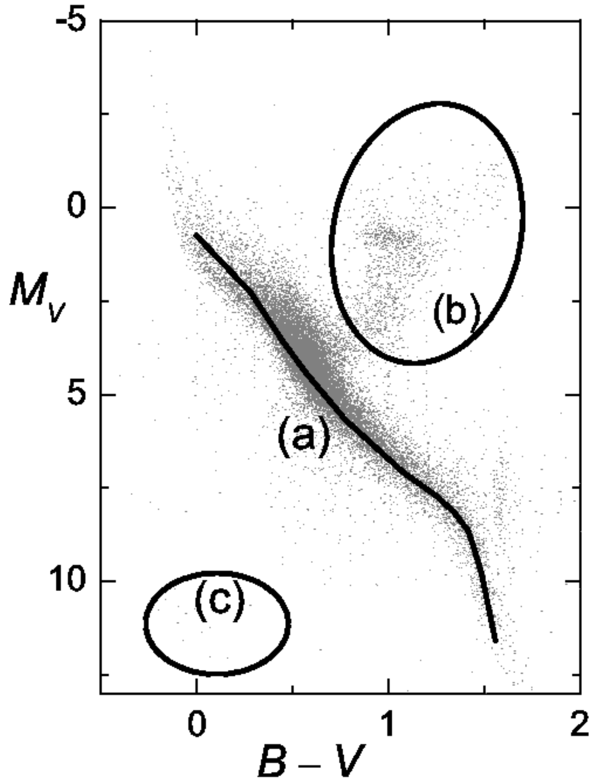
Saulėje stebimi keli jos atmosferos reiškiniai, susiję su magnetinio lauku. **Saulės dėmės** – vėsesnės ($\sim$ 1500 K mažesnės temperatūros nei aplinkinės sritys) ir tamsesnės jos paviršiaus sritys. Dažniausiai jos pasirodo poromis, magnetinio lauko kilpai iškylant virš Saulės pavišiaus ir sujungiant tas dėmes. **Protuberantai** susidaro kai tokia kilpa yra pernešamos dujos. Bendru stveju Saulės santykinį aktyvumą nusako **Volfo skaičius** W, gaunamas iš matomų dėmių skaičiaus f ir jų grupių skaičiaus g:

$$W = 10g + f$$

6.2 Žvaigždžių tipai

Kadangi žvaigždžių paviršiaus temperatūros apima intervalą tarp 2000 K ir 50000 K, o žvaigždžių spinduliavimą galima aprašyti Planko dėsniu, yra matomos skirtingų spalvų žvaigždės. Pagal tai žvaigždės skirstomos į O (karščiausios), B, A, F, G (Saulės tipo), K, M, L ir T (šalčiausios) **spektrines klases**.

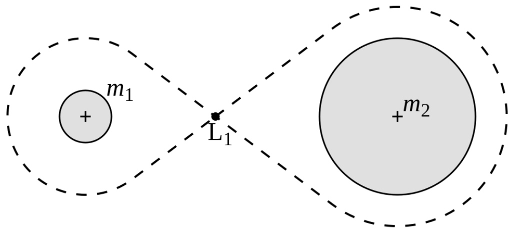
Diagrama, kurioje vaizduojami žvaigždžių ryškiai (ant y ašies; dažniausiai V) ir spalvos rodikliai (ant x ašies), vadinama **spalvos–ryškio diagrama**. Kadangi žvaigždžių regimasis ryškis yra jų absoliutinio ryškio (arba šviesio) rodiklis, o spalva – temperatūros, spalvos–ryškio diagramą galima transformuoti į fizikinį jos atitikmenį – **Hercšprungo–Raselo diagramą**, arba **HR diagramą**. Iš jos galima įvertinti žvaigždės spindulį, masę ir evoliucinę stadiją, kurioje žvaigždė yra (taigi dažniausiai ir jos amžių).



12 pav.: Spalvos–ryškio diagrama ir žvaigždžių evoliucinės stadijos: (a) pagrindinė seka, (b) raudonosios milžinės, (c) baltosios nykštukės

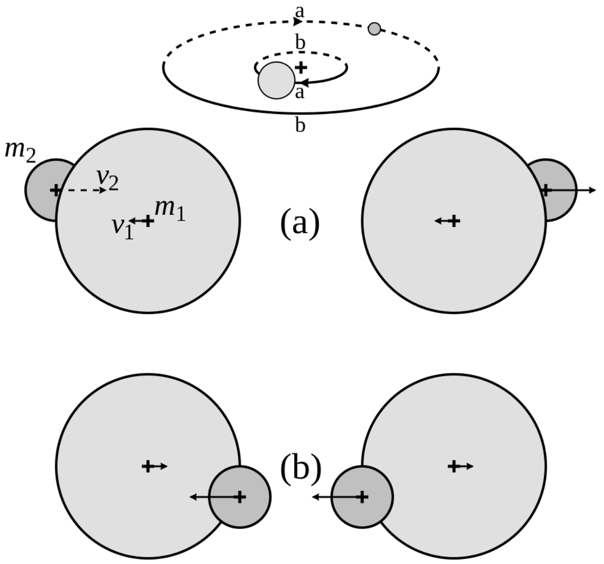
6.3 Dvinarės žvaigždės

Dvi žvaigždės, kurios danguje yra arti viena kitos, vadinamos **dvinarėmis žvaigždėmis** (binary stars). Dažnai dvi žvaigždės tik atrodo viena šalia kitos, tačiau jų atstumai nuo Žemės ženkliai skiriasi – tokios yra per stipriai nutolusios viena nuo kitos, kad būtų gravitaciškai susijusios, ir vadinamos **optinėmis dvinarėmis**. Jei dvinarės žvaigždės nariai gravitaciškai susieti, ir abu jie matomi iš Žemės, tokia sistema vadinama **vizualine dvinare**, jei abu nariai neišskiriami, bet iš sistemos judėjimo nustatomas daugiau nei vieno nario egzistavimas – **astrometrinėmis dvinarėmis**.



13 pav.: Algolio tipo dvinarė ir jos narių Rošo ertmės

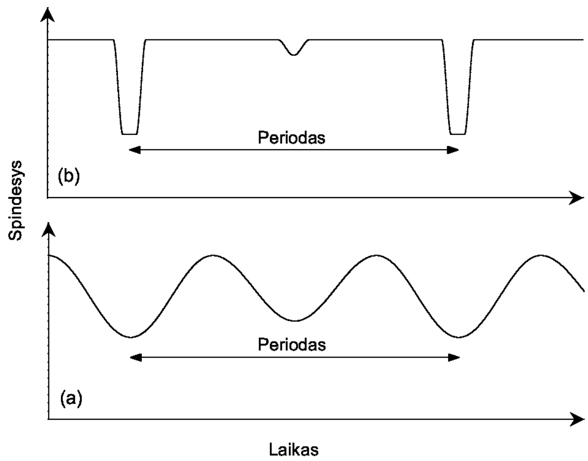
Užtemdomosios dvinarės (eclipsing binaries) yra tokios sistemos, kurių orbitos **inklinacija** (orbitos plokštumos posvyris į dangaus sferą) yra artima 90°, todėl žiūrint iš Žemės jų narių diskai periodiškai dalinai arba pilnai užtemdo vienas kitą. Per kiekvieną užtemdomosios dvinarės periodą įvyksta du užtemimai – kai pirmasis narys užtemdo antrąjį ir atvirkščiai. Aplink kiekvieną iš šios žvaigždės narių yra **Rošo ertmė** (Roche lobe) – erdvės dalis, kurią užpildžiusio sistemos nario medžiaga krenta į kitą narį. Pagal tai, ar sistemos nariai užpildo Rošo ertmes, galima išskirti keletą užtemdomųjų dvinarių tipų.



14 pav.: Algolio tipo užtemdomosios dvinarės pirminio (a) ir antrinio (b) užtemimų schema

Jei nė vienas narys neužpildo savo Rošo ertmės, dvinarė priskiriama *Algolio (β Per) tipui* – didžiąją laiko dalį matomi abu nariai, todėl bendras sistemos spindesys išlieka pastovus. Šioje sistemoje per kiekvieną periodą stebimas pirminis ir antrinis spindesio minimumai, iš kurių dažniausiai pirmasis yra gerokai gilesnis dėl žvaigždžių vienetinio ploto šviesių skirtumo. Pirminis užtemimas dažniausiai įvyksta kai didesnė žvaigždė, kuri dažnai yra vėsi milžinė, uždengia mažesnę ir karštesnę. Minimumo forma priklauso nuo to, ar užtemdymas pilnas, ar dalinis. Daliniame užtemime šviesos kreivė neturi ryškių lūžio taškų ir spindesys visą laiką kinta, nes užtemdytos žvaigždės spindesys viso užtemdymo metu kinta dėl jos disko **krašto patamsėjimo** ir/arba dėl užtemdytos disko dalies kitimo. Pilname užtemime spindesys kinta tik užtemdomam nariui pasislepiant arba išnyrant iš už kito nario disko, kitu metu sistemos spindesys pastovus – lygus neužtemdyto nario spindesiui.

Jei planetos, skriejančios aplink kitą žvaigždę (ne Saulę) – **egzoplanetos** – orbitos inklinacija artima 90°, tokią žvaigždės–planetos sistemą galima įsivaizduoti kaip Algolio tipo užtemdomąją dvinarę, kurios vieno nario matmenys ir šviesis nedideli (t. y. per periodą įvyksta tik vienas minimumas, gana staigiai prasidedantis ir pasibaigiantis).



15 pav.: Užtemdomųjų dvinarių spindesio kitimo kreivės: (a) Algolio tipo, (b) W UMa tipo.

Jei vienas narys užpildo savo Rošo ertmę, sistema priskiriama *Lyros β (β Lyr) tipui* – užpildantis Rošo ertmę narys yra ištęstas į elipsoidą, todėl sistemos spindesys kinta ir ne per užtemdymus. Šio nario medžiaga krenta į kitą narį per Lagranžo tašką L_1, ir krentančios medžiagos mechaninė energija galiausiai išspinduliuojama, taigi šis efektas taip pat padidina sistemos spindesį.

Jei abu nariai užpildo savo Rošo ertmes, sistema priskiriama *Didžiųjų Grįžulo ratų W (W UMa) tipui* – tokios žvaigždės abi yra stipriai ištęstos ir turi fizinį kontaktą viena su kita. Šios sistemos spindesys kinta tolygiai, abu jo minimumai yra beveik identiški, labai apvalūs ir platūs.

6.4 Žvaigždžių struktūra ir spinduliavimo mechanizmai

Kai buvo nustatyta žvaigždės spinduliavimo galia, iškilo klausimas, kokia tos energijos kilmė. Pavyzdžiui, normalus cheminis degimas galėtų trukti keletą tūkstančių metų, išspinduliuojamos energijos dėl traukimosi užtektų keletą milijonų metų. Vienintelis mechanizmas, galintis paaiškinti tokį energijos kiekį, kuris buvo išspinduliuotas per visą Saulės amžių ($5 \cdot 10^9$ m.), yra **termobranduolinės reakcijos**.

Žvaigždžių vidiniams sluoksniams galioja **hidrostatinė pusiausvyra**: gravitacinę jėgą, traukiančią žvaigždės medžiagą į centrą, atsveria slėgio jėga, susidaranti dėl šiluminio dalelių judėjimo. Iš čia žinoma, kad žvaigždės branduolyje gali susidaryti labai didelis slėgis ir aukšta temperatūra. Taigi tokiomis sąlygomis gali vykti termobranduolinės reakcijos, kurių metu gaminami sunkesnieji elementai, o susidaręs *masės defektas* $\Delta\mathfrak{m}$ virsta energija E pagal **Einšteino formulę** $E = \Delta\mathfrak{m}c^2$. Susidariusi branduolyje, energija spinduliavimo ir konvekcijos būdais pernešama į paviršių, kur yra išspinduliuojama.

6.5 Žvaigždžių evoliucija

Žvaigždė formuojasi iš pakankamai tankaus molekulinio vandenilio debesies jam kolapsuojant. Gravitacinė energija virsta šilumine energija, kurios nemaža dalis išspinduliuojama. Vidinėse debesies srityse šilumos sukurtas slėgis stabdo kolapsą, tačiau išoriniai sluoksniai vis dar krenta. Pasiekus reikiamą temperatūrą atomai yra jonizuojami, būsimą žvaigždę – **protžvaigždę** – sudaro plazma. Tęsiantis kolapsui žvaigždėje ima vykti vandenilio degimas. Yra tiek viršutinė, tiek apatinė žvaigždžių masių riba: mažesnės nei 0,08 $\mathcal{M}_\odot$ masės protžvaigždės nepasiekia pakankamos temperatūros helio sintezei, o didesnės nei 150 $\mathcal{M}_\odot$ masės protžvaigždžių gravitacija negali atsverti spinduliuotės slėgio.

Pradėjusi deginti vandenilį, žvaigždė pereina į **pagrindinę seką** (main sequence) – evoliucinį etapą, kai žvaigždės pagrindinis energijos šaltinis yra helio sintezė iš vandenilio. Tai yra ilgiausias etapas: žvaigždės buvimo jame laikas t yra apskaičiuojamas iš jos gautos energijos E ir šviesio L (kuris pastovus žvaigždei esant pagrindinėje sekoje). Kadangi 0,7% vandenilio masės prarandama jungiantis į helį, o $\sim$ 10% vandenilio žvaigždėje sudega prieš išsenkant jo atsargoms žvaigždės centre:

$$t = \frac{E}{L} \approx \frac{0{,}007 \cdot 0{,}1\mathcal{M}c^2}{L} = \frac{\mathcal{M}c^2}{L} \cdot 7 \cdot 10^{-4}$$

kur $\mathcal{M}$ – žvaigždės masė, c – šviesos greitis vakuume.

Kai vandenilio nebelieka žvaigždės centre, prasideda vandenilio degimas apie helio branduolį, vis jį pildantis – žvaigždė ima plėstis ir tampa **raudonąja milžine**. Priklausomai nuo milžinės masės gali imti degti helis, tapdamas anglimi, vėliau azotu, deguonimi, siliciu ir t. t. Geležis susidaro tik didesnės nei 15 $\mathcal{M}_\odot$ masės žvaigždėse, o sunkesni elementai nesusidaro: jų sintezei daugiau energijos išeikvojama nei sukuriama.

Vėlesniame evoliucijos etape žvaigždės virsta **pulsuojančiosiomis kintamosiomis**: kai žvaigždėje buvęs helis sudega, vandenilis ir naujai susintezuotas helis ima degti pakaitomis. Tai atsispindi išorinių žvaigždės sluoksnių pulsavimu, dėl kurio kinta žvaigždės spindulys, paviršiaus temperatūra ir šviesis. Yra keli pulsuojančiųjų kintamųjų tipai, vienas žymiausių jų – **cefeidės**. Šios žvaigždės pasižymi taisyklingu pulsacijų periodu ir dideliu šviesiu: jų vidutinį absoliutinį vizualinį ryškį $\langle M_V \rangle$ ir ryškio kitimo periodą P sieja sąryšis:

$$\langle M_V \rangle = -2{,}81 \log \frac{P}{3{,}23 \text{ d.}}$$

Šis sąryšis dažnai naudojamas atstumams iki kitų galaktikų nustatyti.

Galinė žvaigždės evoliucijos stadija priklauso nuo jos masės $\mathcal{M}$. Jei $\mathcal{M} < 8\mathcal{M}_\odot$, žvaigždė dažniausiai nusimeta išorinius sluoksnius, o jos liekana susitraukia ir tampa **baltąja nykštuke**. Šio tipo žvaigždėje nebegaminama nauja energija, bet kurį laiką žvaigždė dar šviečia dėl išlaisvinamų sukauptos energijos atsargų. Jei $\mathcal{M} < 8\mathcal{M}_\odot$, sumažėjus slėgiui žvaigždėje jos medžiaga krinta į žvaigždės vidų, o dėl šio kritimo sukelto smūgio įvyksta **supernovos** sprogimas, kurio metu išlaisvinama $10^{43} - 10^{44}$ J energijos. Po tokio sprogimo mažiau masyvios liekanos tampa **neutroninėmis žvaigždėmis**, sudarytomis iš iki atomo branduolio tankio suspaustos neutronų masės. Masyviausios liekanos tampa **juodosiomis skylėmis**, kurių pabėgimo (parabolinis) greitis prie paviršiaus didesnis už šviesos greitį c. Iš čia apskaičiuojamas **Švarcšildo spindulys** R_S – tokio spindulio sferoje sutalpinta masė $\mathcal{M}$ tampa juodąja skyle:

$$R_S = \frac{2G\mathcal{M}}{c^2}$$

čia G – gravitacinė konstanta. Daugumos galaktikų centruose yra supermasyvios juodosios skylės su **akreciniais diskais** (diskais, susidariusiais iš į juodąją skylę krintančios medžiagos), kurie spinduliuoja net rentgeno spindulius.

Žvaigždei tapus baltąja nykštuke, iš jos atmestų išorinių žvaigždės sluoksnių dažnai susidaro **planetiškasis ūkas**, kuris būna taisyklingos formos (dažniausiai sferiškai simetriškas) ir tolsta nuo centrinės baltosios nykštukės maždaug pastoviu greičiu. Taip pat egzistuoja kitomis sąlygomis susidarę matomi dujų telkiniai – **difuziniai ūkai**.

6.6 Žvaigždžių grupės

Gravitaciškai susietos keleto (iki 10) žvaigždžių grupės vadinamos **daugianarėmis žvaigždėmis**. Jei grupę sudaro bent keliolika žvaigždžių, ji vadinama žvaigždžių spiečiumi arba asociacija. Tai yra susiformavusių vienu metu toje pačioje vietoje žvaigždžių grupė, taigi jo žvaigždės pasižymi vienodu amžiumi ir panašia chemine sudėtimi.

Jei tokios grupės susidarymo metu ji nėra gravitaciškai susieta, tokia grupė per kelis milijonus metų išyra ir yra vadinama **žvaigždžių asociacija**. Tokia grupė dažniausiai atrandama tik pagal karštų (O ir B spektrinių klasių) žvaigždžių gausą arba išmatavus žvaigždžių greičius.

Jei susidaro gravitaciškai susieta grupė, ji vadinama **žvaigždžių spiečiumi**, kurių yra du tipai. **Padrikieji spiečiai** dažniausiai sudaryti iš nuo kelių dešimčių iki kelių šimtų gana jaunų žvaigždžių, ir yra gana netaisyklingos formos. **Kamuoliniai spiečiai** įprastai sudaryti iš nuo kelių tūkstančių iki milijono senų, dažnai 80% Visatos amžiaus siekiančių, žvaigždžių; jų forma taisyklinga, sferiškai simetriška.

6.7 Uždaviniai

1. Stebima $L = 0{,}7L_\odot$ šviesio žvaigždė, esanti pagrindinėje sekoje. Jei žvaigždė yra $t_1 = 7 \cdot 10^9$ metų amžiaus, kokia mažiausia gali būti šios žvaigždės masė $\mathcal{M}$?

   Sprendimas. Žvaigždės buvimo pagrindinėje sekoje laikotarpis yra lygus $t = 7 \cdot 10^{-4} \cdot \mathcal{M}c^2/L$, kur c – šviesos greitis. Taigi, kadangi pagal sąlygą $t_1 \leq t$, gauname:

$$\mathcal{M} \geq \frac{Lt}{7 \cdot 10^{-4} \cdot c^2} = \frac{0{,}7 \cdot 3{,}9 \cdot 10^{26}\ \mathrm{W} \cdot 7 \cdot 10^9 \cdot 3{,}156 \cdot 10^7\ \mathrm{s}}{7 \cdot 10^{-4} \cdot (2{,}998 \cdot 10^8\ \mathrm{m\ s^{-1}})^2} = 9{,}6 \cdot 10^{29}\ \mathrm{kg} = 0{,}48\mathcal{M}_\odot$$

2. Žvaigždžių spiečiuje pastebėta cefeidė, kurios vidutinis regimasis V ryškis $\langle m_V \rangle = 10{,}39$, o periodas $T = 4{,}21$ d. Koks atstumas iki spiečiaus?

   Sprendimas. Pasinaudodami cefeidžių absoliutinio V ryškio ir periodo sąryšiu ir neatsižvelgdami į tarpžvaigždinę ekstinkciją, gauname:

$$r = 10\ \mathrm{pc} \cdot 10^{\frac{\langle m_V \rangle - \langle M_V \rangle}{5}} = 10\ \mathrm{pc} \cdot 10^{0{,}2\left(\langle m_V \rangle + 2{,}81 \log \frac{P}{3{,}23\ \mathrm{d.}}\right)} = 10\ \mathrm{pc} \cdot \left(\frac{P}{3{,}23\ \mathrm{d.}}\right)^{2{,}248} \cdot 10^{0{,}2\langle m_V \rangle}$$
$$= 10\ \mathrm{pc} \cdot \left(\frac{4{,}21\ \mathrm{d.}}{3{,}23\ \mathrm{d.}}\right)^{2{,}248} \cdot 10^{0{,}2 \cdot 10{,}39} = 2{,}17\ \mathrm{kpc}$$

3. Kokio dydžio būtų Saulė, jei nepakeitusi savo masės ji taptų juodąja skyle?

   Sprendimas. Iš Švarcšildo spindulio formulės gauname, kad Saulė tokiu atveju tilptų į sferą, kurios spindulys:

$$R_S = \frac{2GM_\odot}{c^2} = \frac{2 \cdot 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ s^{-2}} \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}}{(2{,}998 \cdot 10^8\ \mathrm{m\ s^{-1}})^2} = 2{,}95\ \mathrm{km}$$

4. Žvaigždžių asociacija sudaryta iš $N = 100$ žvaigždžių. Jei kiekviena žvaigždė būtų $L = 20L_\odot$ šviesio, koks būtų asociacijos ryškis iš $r = 10$ kpc atstumo?

   Sprendimas. Asociacijos regimojo ir Saulės absoliutinio ryškių skirtumas lygus:

$$m - M_\odot = -2{,}5 \log \frac{J}{J_\odot} = -2{,}5 \log \frac{NL/(4\pi r^2)}{L_\odot/(4\pi (10\ \mathrm{pc})^2)} = 5 \log \frac{r}{10\ \mathrm{pc}} - 2{,}5 \log \left(N \frac{L}{L_\odot}\right)$$

   Taigi, asociacijos ryškis:

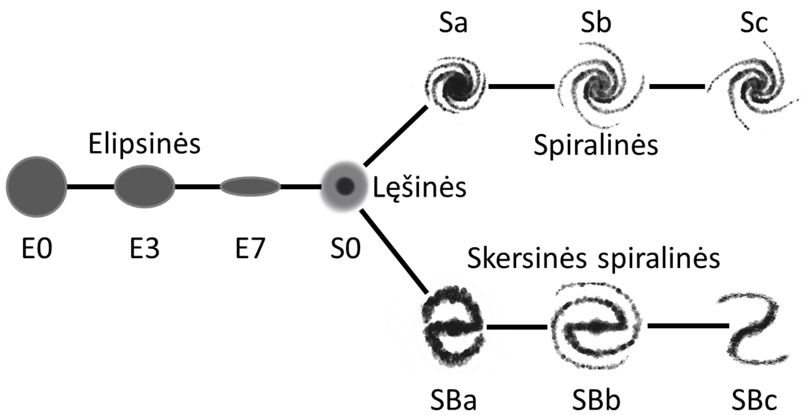
$$m = M_\odot + 5 \log \frac{r}{10\ \mathrm{pc}} - 2{,}5 \log \left(N \frac{L}{L_\odot}\right) = 4{,}72 + 5 \log \frac{10000\ \mathrm{pc}}{10\ \mathrm{pc}} - 2{,}5 \log(100 \cdot 20) = 11{,}5$$

7 Galaktikos ir kosmologija

7.1 Galaktikų morfologinė klasifikacija

Galaktikos – didelės žvaigždžių, tarpžvaigždinių dulkių ir dujų bei nematomosios medžiagos sistemos. Jos apima plačią grupę objektų, kurie skiriasi savo dydžiu ir forma. E. Hablas, pastebėjęs esminių skirtumų tarp galaktikų formų, 1926 m. įvedė morfologinę klasifikaciją, vadinamą **Hablo seka**, kurioje galaktikos suskirstytos į eliptines, spiralines, skersines spiralines, lęšines ir netaisyklingąsias.

Elipsinės galaktikos (elliptical galaxies; E) yra elipsoido formos, taigi danguje jos stebimos kaip elipsės. Priklausomai nuo elipsės didžiojo ir mažojo pusašių santykio, šios galaktikos skirstomos į tipus nuo E0 iki E7. Elipsinės galaktikos yra senos galaktikos, kuriose mažai tarpžvaigždinių dujų, taigi beveik nebevyksta *žvaigždėdaros* (naujų žvaigždžių susidarymo) procesas.



16 pav.: Hablo seka.

Spiralinės galaktikos (normal spiral galaxies; S) turi plokščią **diską**, kuriame susitelkusi didžioji dalis galaktikos matomos medžiagos. Disko centre yra iš žvaigždžių sudarytas **centrinis telkinys**, arba **baldžas** (tankiausia galaktikos dalis), o pačiame diske yra iš centrinio telkinio išeinančios logaritminės spiralės formos sutankėjimai – **spiralinės vijos** (manoma, kad jos sklinda bangomis). Pagal disko ir centrinio telkinio matmenų santykį spiralinės galaktikos skirstomos į Sa, Sb ir Sc tipus. Spiralinės galaktikos diskas yra jaunas (jame dažniausiai dar vyksta žvaigždėdara), o jį supa senas **sferoidas**, arba **halas**.

Skersinės spiralinės galaktikos (barred spiral galaxies; SB) nuo spiralinių skiriasi tuo, kad jose yra pailga iš centrinio telkinio išeinanti ir iš žvaigždžių sudaryta **skersė**, iš kurios galų išeina spiralinės vijos. Pasak naujausių stebėjimų, galaktika, kurioje gyvename – **Paukščių Takas** (arba tiesiog **Galaktika**) – yra skersinė spiralinė. Panašiai kaip spiralinės, skersinės spiralinės galaktikos skirstomos į tipus SBa, SBb ir SBc.

Lęšinės galaktikos (lenticular galaxies; S0) yra tarpinis tipas tarp spiralinių ir elipsinių: jos turi diską (nors ir be vijų), tačiau yra senos, kaip ir elipsinės; taip pat egzistuoja ir **skersinės lęšinės galaktikos** (barred lenticular galaxies; SB0). Galaktikos, kurios nepriklauso jokiam anksčiau minėtam tipui (yra netaisyklingos formos), vadinamos **netaisyklingosiomis galaktikomis** (irregular galaxies; Irr).

Taip pat egzistuoja kelios kitos galaktikų rūšys. **Nykštukinės galaktikos** (dwarf galaxies) yra mažesnės už įprastas galaktikas, pagal formą jos skirstomos į *nykštukines sferoidines* ir *nykštukines netaisyklingąsias* galaktikas. Galaktikos, priartėjusios arba susiliejančios viena su kita ir darančios viena kitai stiprią gravitacinę įtaką, vadinamos **sąveikaujančiomis galaktikomis**, jose dažniausiai labai aktyvi žvaigždėdara. Taip pat stebimos tolimos (taigi jos matomos daug jaunesnės nei yra dabar) aktyvios galaktikos **kvazarai**, kurių stebėjimai gali atskleisti ankstyvąsias Visatos stadijas.

7.2 Galaktikų dinamika

Spiralinėje arba skersinėje spiralinėje galaktikoje žvaigždės ir tarpžvaigždiniai debesys juda apytiksliai apskritiminėmis orbitomis, atstumu r nuo galaktikos centro. Todėl kiekvienai S ir SB galaktikai egzistuoja jos **sukimosi kreivė**, vaizduojanti objektų greičių $v(r)$ priklausomybę nuo atstumo r. Dažniausiai galaktikoms yra būdinga plokščia sukimosi kreivė, t. y. $v(r) = v_{0\max}$ yra pastovus kai r nėra labai mažas. Kai galaktika stebima ne iš jos disko plokštumos, stebimas maksimalus greitis $v_{\max}$ yra mažesnis dėl galaktikos **inklinacijos** i – disko plokštumos posvyris į dangaus sferą:

$$v_{\max} = v_{0\max} \sin i$$

Dažniausiai laikoma, kad visa galaktikos masė $\mathcal{M}(r)$, esanti mažesniu nei r atstumu nuo galaktikos centro ir daranti įtaką objekto judėjimui, yra susitelkusi galaktikos centre. Tada iš apskritiminio greičio formulės gauname:

$$\mathcal{M}(r) = \frac{v_{0\max}^2 r}{G} = \frac{v_{\max}^2 r}{G \sin i}$$

kur G – gravitacinė konstanta. Šis metodas dažnai naudojamas galaktikų masėms apskaičiuoti. Panašiais metodais rasta, kad galaktikose stebimos medžiagos masės neužtenka dideliems objektų greičiams paaiškinti, todėl daugumos galaktikų didžiąją masės dalį sudaro **nematomoji medžiaga**.

Elipsinėms galaktikoms empiriškai nustatyta, kad jų masė M, mėlynosios spektro dalies (B ruožo) šviesis L_B ir spindulys R susiję sąryšiais $L_B \propto \mathcal{M}$ ir $R \propto \sqrt{\mathcal{M}}$. Iš šių sąryšių ir Virialo teoremos gauname **Faber ir Džeksono formulę**, naudojamą atstumams iki galaktikų nustatyti:

$$L_B \sim \sigma_v^4$$

kur σ_v yra galaktikos žvaigždžių vidutinis kvadratinis greitis. Panašiai S ir SB galaktikoms galioja **Tulio ir Fišerio formulė**:

$$L_B \sim v_{\max}^3$$

Abiems formulėms proporcingumo koeficientas stipriai priklauso nuo konkretaus galaktikos tipo.

7.3 Raudonasis poslinkis

Dėl objekto tolimo pastebimas jo spektro linijų (kurių bangos ilgis rimties būsenoje λ_0) pasislinkimas į raudonąją spektro pusę (iki bangos ilgio λ) – tai vadinama **raudonuoju poslinkiu** (redshift) z:

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

Analogiškai, kai objektas artėja, stebimas jo *mėlynasis poslinkis.*

Objekto tolimo greitis astronomijoje vadinamas jo **radialiniu greičiu** v_r ir jo apskaičiavimo būdas priklauso nuo priežasties, dėl kurios spektro linijos pasislenka. Jei linijos pasislenka dėl greito objekto judėjimo erdve, stebimas **Doplerio raudonasis poslinkis**:

$$v_r = c\frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}$$

čia c – šviesos greitis vakuume. Jei poslinkis atsiranda dėl erdvės plėtimosi, tai stebimas **kosmologinis raudonasis poslinkis**:

$$v_r = c \ln (z+1)$$

Kai $z \ll 1$, abiem atvejais radialinį greitį galima rasti kaip:

$$v_r \approx cz$$

Taip pat stebimas **gravitacinis raudonasis poslinkis**, atsirandantis dėl stipraus gravitacijos lauko (kurį sukuria masės $\mathcal{M}$ objektas, pvz., juodoji skylė) sukeliamo erdvės iškreivinimo:

$$z = \sqrt{\frac{1 - \frac{2G\mathcal{M}}{c^2 r}}{1 - \frac{2G\mathcal{M}}{c^2 r_0}}} - 1$$

kai fotonas buvo išspinduliuotas atstumu r_0 ir užregistruotas atstumu r nuo masyvaus objekto.

7.4 Visatos plėtimasis

Tolimų galaktikų, esančių atstumu r, radialinius greičius aprašo **Hablo dėsnis**:

$$v_r(r) = Hr$$

čia H – Hablo konstanta. Iš tikro, Hablo konstanta nėra konstanta, nes ji kinta kintant mūsų Visatos amžiui. Skaičius $t_H = \frac{1}{H}$ yra vadinamas *Hablo laiku*, kuris atsitiktinai yra lygus Visatos amžiui.

Atstumus Visatoje nusako santykinis Visatos dydis, vadinamas **skalės daugikliu** (scale factor) $R(t)$ – jei $d(t)$ yra atstumas tarp dviejų erdvės taškų laiko momentu t, tai:

$$d(t) = R(t)d(t_0)$$

čia t_0 tenkina sąlygą $R(t_0) = 1$. Dažniausiai naudojama t_0 vertė yra dabartinis laikas. Naudojant šią vertę, su laiku t išspinduliuotų bangų raudonuoju poslinkiu skalės faktorius susijęs kaip:

$$R(t) = \frac{1}{1+z} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

Tai reiškia, kad Visata išsiplėtė $z + 1$ kartą nuo to laiko, kai buvo išspinduliuoti fotonai.

7.5 Uždaviniai

1. Stebima masės $\mathcal{M} = 2{,}3\mathcal{M}_\odot$ žvaigždė, apie kurią skrieja viena planeta. Dėl to šios žvaigždės tam tikros spektro linijos bangos ilgis kas $T = 69$ dienas pasiekia minimalią $\lambda_{\min} = 633{,}037$ nm vertę. Jei šios spektro linijos ilgis rimties būsenoje yra $\lambda_0 = 633{,}040$ nm, o planetos orbita yra pasvirusi į dangaus sferą 90° kampu, kokia yra planetos masė $\mathfrak{m}$?

   Sprendimas. Tarkime, kad planeta apie žvaigždę skrieja apskritimine orbita, o jos masė $\mathfrak{m} \ll \mathcal{M}$ (taigi $\mathcal{M} + \mathfrak{m} \approx \mathcal{M}$). Žvaigždės raudonasis poslinkis $z = (\lambda_{\min} - \lambda_0)/\lambda_0$ yra mažas ($|z| \ll 1$), taigi jos minimalus radialinis greitis yra $v \approx cz = c(\lambda_{\min} - \lambda_0)/\lambda_0$.

   Kadangi planetos orbita yra statmena dangaus sferai, $|v|$ ir yra žvaigždės greitis jos orbitoje su planeta. Kaip pamatėme anksčiau, planetos orbitinis greitis u tada gali būti rastas iš sąryšio $\mathfrak{m}u = \mathcal{M}|v|$, iš čia planetos greitis žvaigždės atžvilgiu yra $u' = u + |v| = |v|(\mathcal{M} + \mathfrak{m})/\mathfrak{m}$. Taigi, kadangi orbitinis sistemos periodas sutampa su žvaigždės spektro linijų „svyravimų“ periodu T, sistemos orbitos didysis pusašis yra

$$a = \frac{Tu'}{2\pi} \approx \frac{T|v|\mathcal{M}}{2\pi m} = \frac{cT\mathcal{M}|\lambda_{\min} - \lambda_0|}{2\pi m\lambda_0}$$

Tada iš trečiojo Keplerio dėsnio gauname, kad $4\pi^2 a^3 = G(\mathcal{M}+\mathfrak{m})T^2 \approx G\mathcal{M}T^2$, taigi planetos masė:

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{m} &\approx \frac{cT\mathcal{M}|\lambda_{\min}-\lambda_0|}{2\pi a\lambda_0} = \frac{cT\mathcal{M}|\lambda_{\min}-\lambda_0|}{2\pi\lambda_0}\sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{G\mathcal{M}T^2}} = \frac{c|\lambda_{\min}-\lambda_0|}{\lambda_0}\sqrt[3]{\frac{\mathcal{M}^2 T}{2\pi G}} \\
&= \frac{2{,}998\cdot 10^8\ \mathrm{m\ s^{-1}}\cdot|633{,}037\ \mathrm{nm}-633{,}040\ \mathrm{nm}|}{633{,}040\ \mathrm{nm}}\sqrt[3]{\frac{(2{,}3\cdot 1{,}989\cdot 10^{30}\ \mathrm{kg})^2\cdot 69\cdot 24\cdot 3600\ \mathrm{s}}{2\pi\cdot 6{,}673\cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}}} \\
&= 9{,}5\cdot 10^{28}\ \mathrm{kg} = 0{,}05 M_\odot
\end{aligned}
$$

2. Tolimoje galaktikoje stebimas spektro linijos Hα poslinkis: bangos ilgis, išmatuotas laboratorijoje, yra lygus $\lambda_0 = 656{,}28$ nm, tačiau šioje galaktikoje linija stebima $\lambda = 724$ nm bangos ilgyje. Koks atstumas iki galaktikos?

   Sprendimas. Galaktikos raudonasis poslinkis lygus $z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$. Tardami, kad galaktika tolsta tik dėl Visatos plėtimosi, gauname, kad galaktika tolsta greičiu:

$$v = c\ln(z+1) = c\ln\frac{\lambda}{\lambda_0}$$

   Taigi, iš Hablo dėsnio gauname atstumą iki galaktikos:

$$R = \frac{v}{H} = \frac{c}{H}\ln\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{2{,}998\cdot 10^5\ \mathrm{km\ s^{-1}}}{70\ \mathrm{km\ s^{-1}\ Mpc^{-1}}}\ln\frac{724\ \mathrm{nm}}{656{,}28\ \mathrm{nm}} = 420\ \mathrm{Mpc}$$

Naudota literatūra

1. Ažusienis A., Pučinskas A., Straižys V. **Astronomija**. – 2-asis papildytas ir pataisytas leidimas. – Vilnius : Kultūra, 2003.

2. Karttunen H., Kröger P., Oja H., Poutanen M., Donner K.J. **Fundamental Astronomy**. – 5th edition. – Heidelberg : Springer, 2007.