

Mokinių matematikos olimpiados
rajono etapo uždutys 9-10 klasei
2010 m.

1. Prisirinkę riešutų, iš miško poromis išeina vaikai. Kiekvienoje poroje yra mergaitė ir berniukas. Be to, kiekvienas berniukas turi dvigubai daugiau arba dvigubai mažiau riešutų nei jo porininkė mergaitė. Ar gali būti taip, kad iš viso vaikai turi 2009 riešutus?

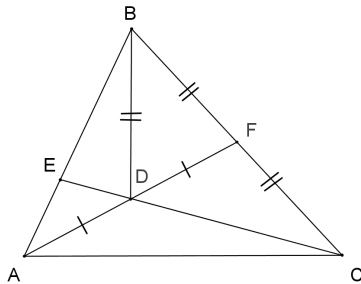
(5 taškai)

2. Su kuriomis a reikšmėmis lygtys $x^3 + ax + 1 = 0$ ir $x^4 + ax^2 + 1 = 0$ turi bendrą šaknį?

(5 taškai)

3. Trikampyje ABC išvesta pusiauakraštinė AF , kurios vidurio taškas yra D (žr. 1 PAV.). Tiesė, einanti per taškus C ir D , kraštinę AB kerta taške E . Be to, $BD = BF = CF$. Įrodykite, kad $AE = DE$.

(5 taškai)



1 PAV.

4. Raskite visus triženklus skaičius, kurie 12 kartų didesni už savo skaitmenų sumą.

(5 taškai)

5. Raskite mažiausią teigiamą skaičių x , su kuriuo teisinga nelygybė

$$[x] \cdot \{x\} \geq 3.$$

Čia $[x]$ žymi skaičiaus x sveikąją dalį, t.y. didžiausią sveiką skaičių, neviršijantį x ; $\{x\} = x - [x]$ – skaičiaus x trupmeninė dalis. Pavyzdžiui, $[2, 7] = 2$; $\{2, 7\} = 0, 7$; $[0, 1] = 0$; $\{0, 1\} = 0, 1$; $[-2, 3] = -3$; $\{-2, 3\} = 0, 7$.

(5 taškai)