

2007 Lietuvos mokinių astronomijos olimpiados pirmo turo uždavinių sprendimai

1 Uždavinys. Merkurijus didžiausioje elongacijoje

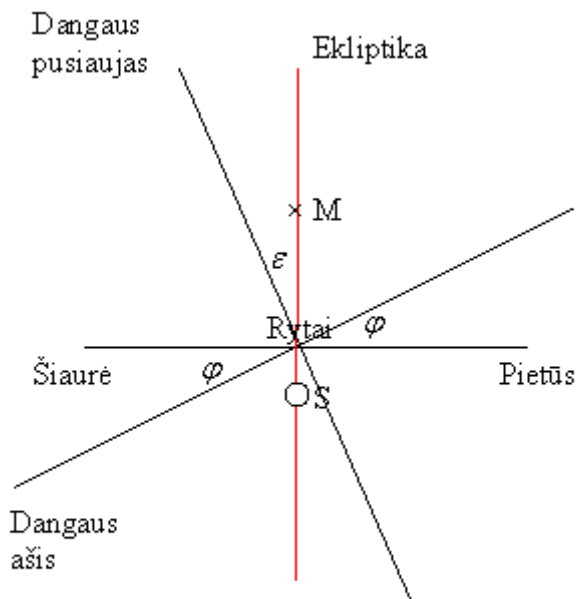
2007 kovo 22 d. Merkurijus pasieks didžiausią 28 laipsnių vakarinę elongaciją. Lietuvoje tuo metu jis bus nematomas. Kokioje geografinėje platumoje esantis stebėtojas galės matyti Merkurijų aukščiausiai virš horizonto? Kam bus lygus didžiausias Merkurijaus horizontinis aukštis toje geografinėje platumoje?

(Merkurijus matomas plika akimi, kai Saulė yra po horizontu žemiau nei 6 laipsniai. Į kampą tarp Merkurijaus orbitos plokštumos ir ekliptikos plokštumos neatsižvelkite.)

Sprendimas.

Vakarų elongacijos metu planeta yra į vakarus nuo Saulės ir matoma rytais. Kovo 22 dieną Saulė bus arti pavasario lygiadienio taško. Aukščiausiai virš horizonto Merkurijus matomas toje geografinėje platumoje, kur linija Merkurijus – Saulė, kuri akivaizdu yra ekliptikos plokštumoje, statmena horizontui. Tokia vietovė bus ties pietų atogrąža ($\varphi = -23^{\circ}26'$). Kadangi Saulė turi būti nusileidusi po horizontu ne mažiau kaip 6 laipsnius, tai Merkurijus bus matomas virš horizonto ne aukščiau kaip:

$$h = 28^{\circ} - 6^{\circ} = 22^{\circ}.$$



2 uždavinys. CCD kamera

Jaunasis astronomas Petriukas įsigijo nedidelę CCD kamerą, kuri sudaryta iš 512x512 šviesai jautrių vaizdo elementų, vieno vaizdo elemento dydis 20x20 μm. Apskaičiuokite, ar galės jaunasis astronomas viename kadre nufotografuoti visą Andromedos galaktiką, kurios kampinis dydis ~180x60 lanko minučių, su 30 cm skersmens teleskopu, kurio ekvivalentinis židinio nuotolis, $F = 2000$ mm?

Sprendimas.

Pirmiausia apskaičiuosime CCD kadro kraštinės ilgį:

$$l = 512 \cdot 20 \mu m = 10240 \mu m \approx 10.2 mm .$$

Tuo būdu, CCD kadro dydis ~10x10 mm.

Regimasis kampinis šviesulių dydis danguje, α , atvaizduojamas židinio plokštumoje linijiniu dydžiu:

$$l = F \cdot \operatorname{tg} \alpha .$$

Tuomet maksimalus objekto, kurį galima nufotografuoti viename kadre, kampinis dydis:

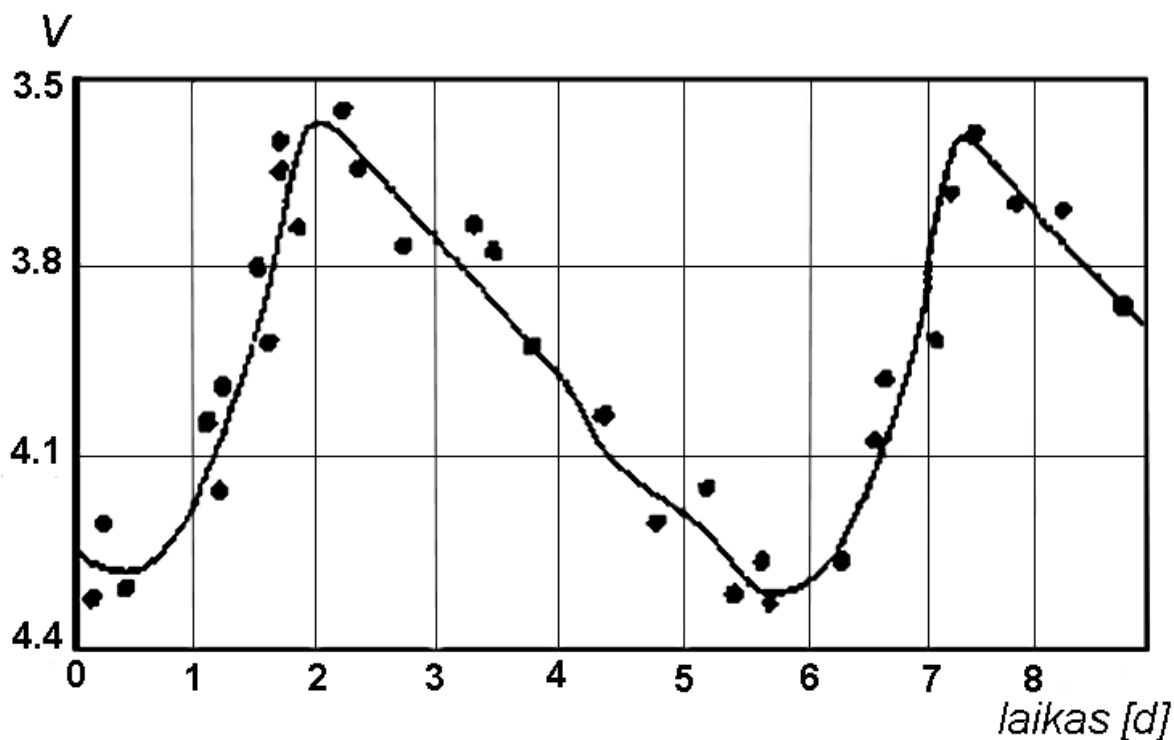
$$\alpha_{\max} = \operatorname{arctg}(l/F) \approx 17' ,$$

taigi Andromedos galaktika tikrai netilps į vieną CCD kadra.

3 uždavinys. Cefeidė

Iš žemiau pateiktos cefeidės regimojo ryškio, V , kitimo kreivės nustatykite atstumą iki jos. Abscisių ašyje laikas nurodytas paromis [d]. Cefeidžių periodo ir absoliutinio ryškio sąryšis:

$$\langle M_V \rangle = -2.81 \cdot \log P - 1.43, \text{ čia } P \text{ matuojamas paromis [d].}$$



Sprendimas.

Iš grafiko nustatome periodą: $P \approx 5.5d$

Iš grafiko nustatome vidutinį regimąjį ryškį: $\langle m_V \rangle \approx 4$

Remdamiesi periodo-absoliutinio ryškio sąryšiu surandame absoliutinį ryškį:

$$\langle M_V \rangle \approx -2.81 \cdot \log 5.5 - 1.43 \approx -3.5$$

ir apskaičiuojame atstumą:

$$r \approx 10^{\frac{m_V - M_V + 5}{5}} \approx 320 pc.$$

4 uždavinys. Nykštukės ir milžinės

Raudonesnės už Saulę žvaigždės paralaksas yra lygus 0,083 kampinių sekundžių. Išmatuotas jos regimasis ryškis, $V = -0.05$ ryškio. Nustatykite, ar ši žvaigždė yra milžinė ar nykštukė?

Sprendimas.

1 būdas.

Žvaigždės nuotolis parsekais:

$$r = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0,083} \approx 12 pc$$

Žvaigždės absoliutinis ryškis (tarpžvaigždinės ekstinkcijos nepaisome, nes žvaigždė artima):

$$M_V = V - 5 \cdot \lg r + 5 = -0,05 - 5 \cdot \lg(12) + 5 \approx -0.45$$

Raudonesnė ir šviesesnė už Saulę žvaigždė gali būti tik milžinė arba submilžinė. Pagal astronomines lenteles (pvz. Ažusienis A., Pučinskas A., Straizys V. Astronomija, psl. 576.) galime nustatyti, kad tokio absoliutinio ryškio už Saulę raudonesnė, t.y. G-M spektrinės klasės, žvaigždė priklauso trečiajai šviesio klasei ir yra milžinė.

2 būdas

Saulės vizualinis ryškis $V_S = -26.7$

Vidutinis Saulės nuotolis nuo Žemės $r_S = 149.6 \times 10^6 \text{ km} = 4.848 \times 10^{-6} \text{ pc}$

Remiantis ryškio apibrėžimu, Saulės ir žvaigždės ryškių skirtumas bus:

$$V_S - V_{zv} = -2.5 \lg \left(\frac{J_S}{J_{zv}} \right),$$

kur J_S ir J_{zv} yra Saulės ir žvaigždės spindesiai.

Spindesys:

$$J = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot r^2},$$

kur J - spindesys, L - šviesis, r - nuotolis.

Šviesis:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4,$$

kur R - žvaigždės spindulys, σ - Stefano ir Bolcmano konstanta, T - temperatūra.

Tada:

$$V_S - V_{zv} = -2.5 \cdot \lg \left(\frac{L_S}{L_{zv}} \cdot \frac{r_{zv}^2}{r_S^2} \right) = -2.5 \cdot \lg \left(\frac{R_S^2}{R_{zv}^2} \cdot \frac{T_S^4}{T_{zv}^4} \cdot \frac{r_{zv}^2}{r_S^2} \right)$$

$$\frac{R_S^2}{R_{\dot{z}v}^2} \cdot \frac{T_S^4}{T_{\dot{z}v}^4} \cdot \frac{r_{\dot{z}v}^2}{r_S^2} = 10^{0.4(V_{\dot{z}v} - V_S)} = 4.6 \cdot 10^{10}$$

$$R_{\dot{z}v} = \frac{1}{\sqrt{4.6 \cdot 10^{10}}} \cdot R_S \cdot \left(\frac{T_S}{T_{\dot{z}v}} \right)^2 \cdot \frac{r_{\dot{z}v}}{r_S} = 4.7 \cdot 10^{-6} \frac{12}{4.848 \cdot 10^{-6}} \cdot R_S \cdot \left(\frac{T_S}{T_{\dot{z}v}} \right)^2 \approx 11.5 \cdot R_S \cdot \left(\frac{T_S}{T_{\dot{z}v}} \right)^2$$

Kadangi žvaigždė raudonesnė už Saulę, tai $T_S > T_{\dot{z}v}$.

Tada žvaigždės spindulys didesnis negu Saulės spindulys:

$$R_{\dot{z}v} > R_S$$

Raudonesnė ir didesnio spindulio negu Saulė žvaigždė gali būti tik milžinė arba submilžinė.