

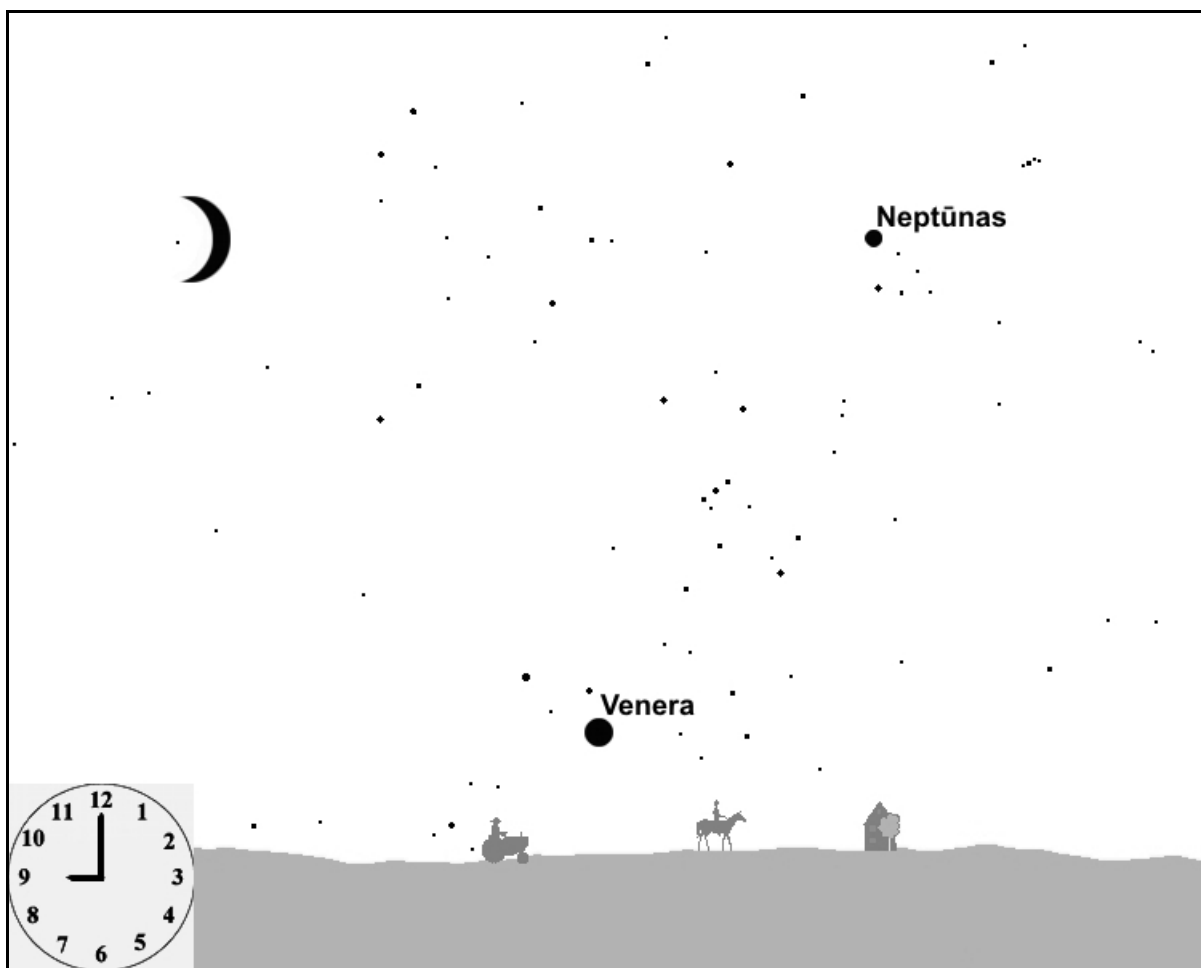
Lietuvos mokinių septintoji astronomijos olimpiada (2009)

Pirmo turo uždavinių sprendimai

X – XII klasė

1 uždavinys

Vilnietis Tadas mėgsta stebėti naktinį dangų. Tame pačiame mieste gyvenantis jo draugas Jonas neseniai irgi susidomėjo astronomija. Šių metų vasario 16 dienos vakarą Jonas nupiešė dangų, kurį matė pro savo namų langą. Kai giedras dangus, pro šį langą dienos metu beveik visą laiką šviečia Saulė. Po kelių dienų Jonas savo piešinį parodė Tadiui. Tačiau Tadas, pamatęs piešinį, suabejojo, ar Jonas tą vakarą tikrai stebėjo dangų. Pažvelkite į Jono piešinį ir parašykite kokius netikslumus jame pastebėjo Tadas?



Sprendimo rekomendacijos

Pastabos:

- Stebimas miesto dangus – žvaigždžių jame matosi mažiau nei esant idealioms stebėjimo sąlygoms;
- Pavaizduotas vaizdas pro langą – stebimas dangaus plotas yra lango apribotas;
- Pavaizduotas realus horizontas – jis dažniausiai nesutampa su matematiniu;
- Parodytas piešinys, ne žvaigždėlapis, todėl žvaigždes vaizduojančių skrituliukų dydžiai tiksliai neatitinka ryškių.
- Kadangi giedrą dieną pro šį langą beveik visą laiką šviečia Saulė, langas yra atsuktas į pietus.

Jono piešinio netikslumai:

- Mėnulis
 - 3) vasario 16 d. Mėnulis nusileido 9:14 val. ir 21 val. nebus matomas (tekės tik vasario 17 d. 3:01 val.);
Tačiau jei jis būtų matomas, netikslumų būtų daugiau:
 - 4) pavaizduota ne ta fazė, tokiu metu bus delčia (~ 21 diena po jaunaties, matyti 50 % Mėnulio);
 - 5) netiksli padėtis – vasario 16 dieną jis buvo Svarstyklių žvaigždyne;
 - 6) piešinyje per Mėnulį kiaurai persišviečia žvaigždė, taip negali būti, žvaigždės yra toliau už Mėnulį. Nors ir neapšviestas, jo diskas žvaigždės užstotų.
- Planetos
 - 3) Venera niekada nematoma Didžiojo Šuns žvaigždyne, tiek toli nuo ekliptikos ji negali būti. Tokiu metu ji švietė Žuvų žvaigždyne, vakaruose, netoli horizonto;
 - 4) Neptūnas – plika akimi nematomas, Jonas negalėjo jo pastebėti. Ši planeta taip pat pavaizduota ne vietoje, tokiu metu jis švietė Ožiaragyje, greta Saulės ir jau buvo nusileidusi.
- Pavaizduoti Mėnulio ir planetų dydžiai neatitinka jų regimųjų dydžių danguje.

2 uždavinys

Naudodamiesi sukamuoju žvaigždėlapiu išstirkite šviesulių stebėjimo galimybes ir sąlygas 2009 m. vasario 16-17 d. naktį:

- 1) Atspausdintame žvaigždėlapyje pažymėkite lentelėje (žr. žemiau) nurodytus šviesulius.
- 2) Kokiame žvaigždyne matysite Mėnulį?
- 3) Kada (Lietuvos laiku) Mėnulis bus matomas viršutinėje kulminacijoje?
- 4) Kuriuos iš išvardintųjų šviesulių galėsite stebėti vidurnaktį Lietuvos laiku?

2 uždavinio lentelė. Mėnulio ir planetų koordinatės 2009.02.17 0h Lietuvos laiku.:

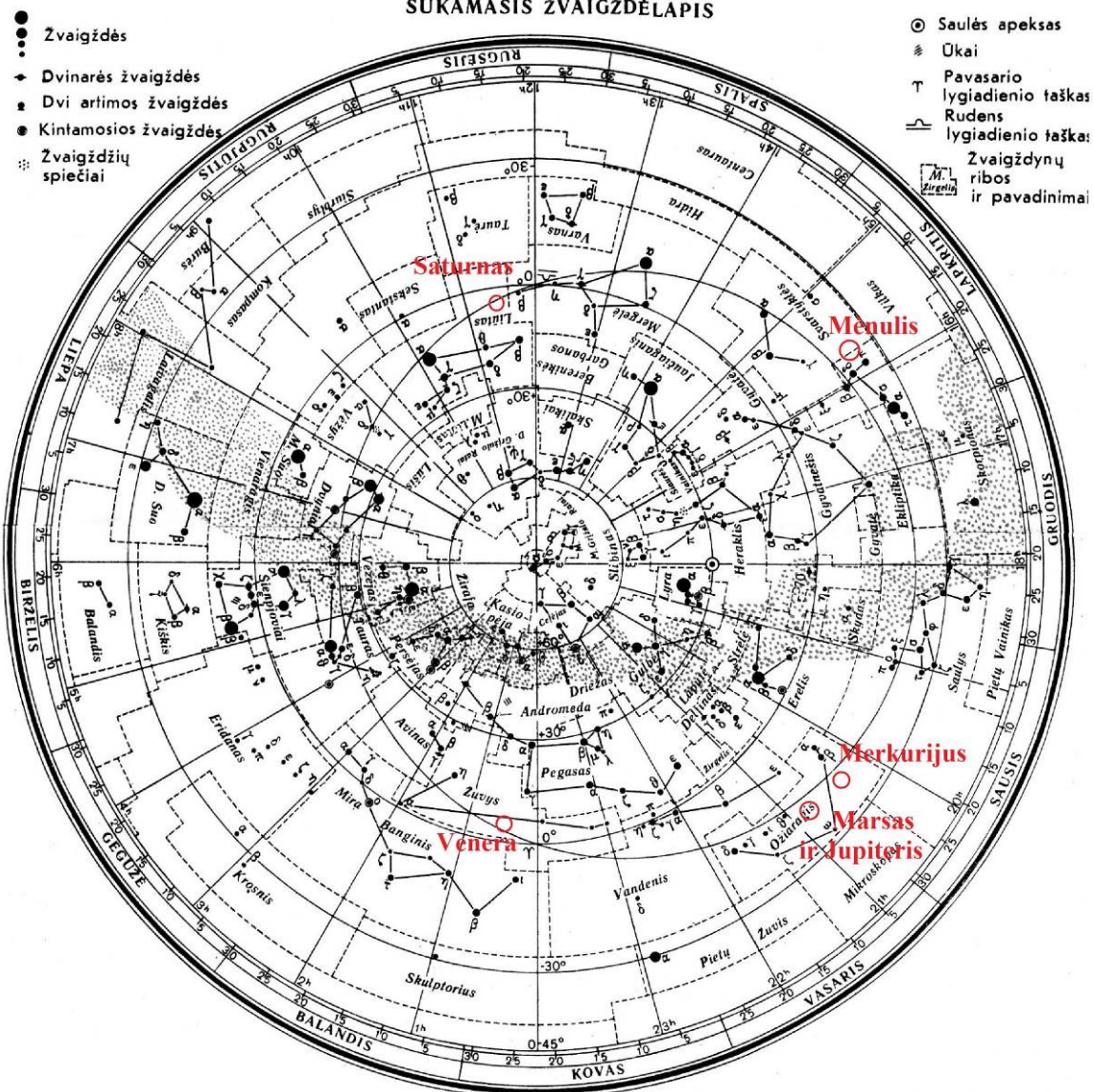
Šviesulys	Rektascensija		Deklinacija	
	h	m	°	'
Mėnulis	15	43	-25	20
Merkurijus	20	19	-19	43
Venera	00	30	+07	35
Marsas	20	49	-18	52
Jupiteris	20	50	-18	13
Saturnas	11	26	+06	03

Žvaigždėlapį su pažymėtais šviesuliais atsiųskite kartu su sprendimais.

Sprendimas:

- 1) Šviesuliai pažymėti žvaigždėlapyje. Marsas ir Jupiteris labai arti, pažymėtos vienu rutuliuku.

SUKAMASIS ŽVAIGŽDĖLAPIS



- 1) Mėnulis Svarstyklėse, prie Skorpiono žvaigždyno ribos.
- 2) Naudojant sukamąjį žvaigždėlapiį nustatome, kad 2009 m. vasario 16-17 d. naktį Lietuvos laiku Mėnulis kulminavo apie 6 val. ryto.
- 3) 2009 m. vasario 16-17 vidurnaktį Lietuvos laiku buvo galima stebėti tik Saturną.

Kaip naudotis sukamuoju žvaigždėlapiu:

Viename lape yra pats žvaigždėlapis, o kitame uždedama žvaigždėlapiio dalis. Atspausdinus abu lapus, uždedama žvaigždėlapiio dalį reikia iškirpti. Toliau uždedamos dalies viduje reikia iškirpti sritį išilgai linijos, kuri atitiktų Lietuvos geografinę platumą – apie 55 laipsnius. Pagrindinio žvaigždėlapiio pakraščiuose pažymėti mėnesiai ir dienos (kas 5 dienos). Vidinėje dalyje surašytos rektascensijos – nuo 0 h iki 24 h. Uždedamos žvaigždėlapiio dalies pakraščiuose surašytas paros laikas – nuo 0 iki 24 val.

Norėdami sužinoti, kokie šviesuliai bus matomi konkrečiu laiku, sutapatiname datą, užrašytą ant žvaigždėlapiio pagrindo, su reikiama uždedamos žvaigždėlapiio dalies

valanda. Tada pro iškirptą sritį matysime tą dangaus dalį, kurią galėsime stebėti norimu laiku Lietuvoje.

Sukamasis žvaigždėlapis dar vadinamas planisfera. Dažnai uždedama žvaigždėlapio dalis spausdinama ant skaidrios plėvelės. Pagrindinis žvaigždėlapis ir uždedama dalis sutvirtinama ties dangaus poliumi, aplink kurį sukasi dangaus sfera.

3 uždavinys

Žemiau pateikta nuotrauka (žr. nuorodą sąlygos pabaigoje) buvo padaryta vienoje iš Vidurio Europos observatorijų nuotraukoje matomų šviesiausių objektų kulminacijos metu.

Atsakykite į klausimus:

- 1) Kokie astronominiai objektai užfiksuoti nuotraukoje?
- 2) Kuris iš objektų yra arčiausiai Žemės?
- 3) Kas pasikeistų nuotraukoje, jei ši sritis būtų fotografuojama po 12 valandų, 1 paros, 100 milijonų metų?

Atsakymus pagrįskite.

Objektus, jų padėties pokyčius ir kryptį į Saulę pažymėkite juodai baltoje nuotraukoje.

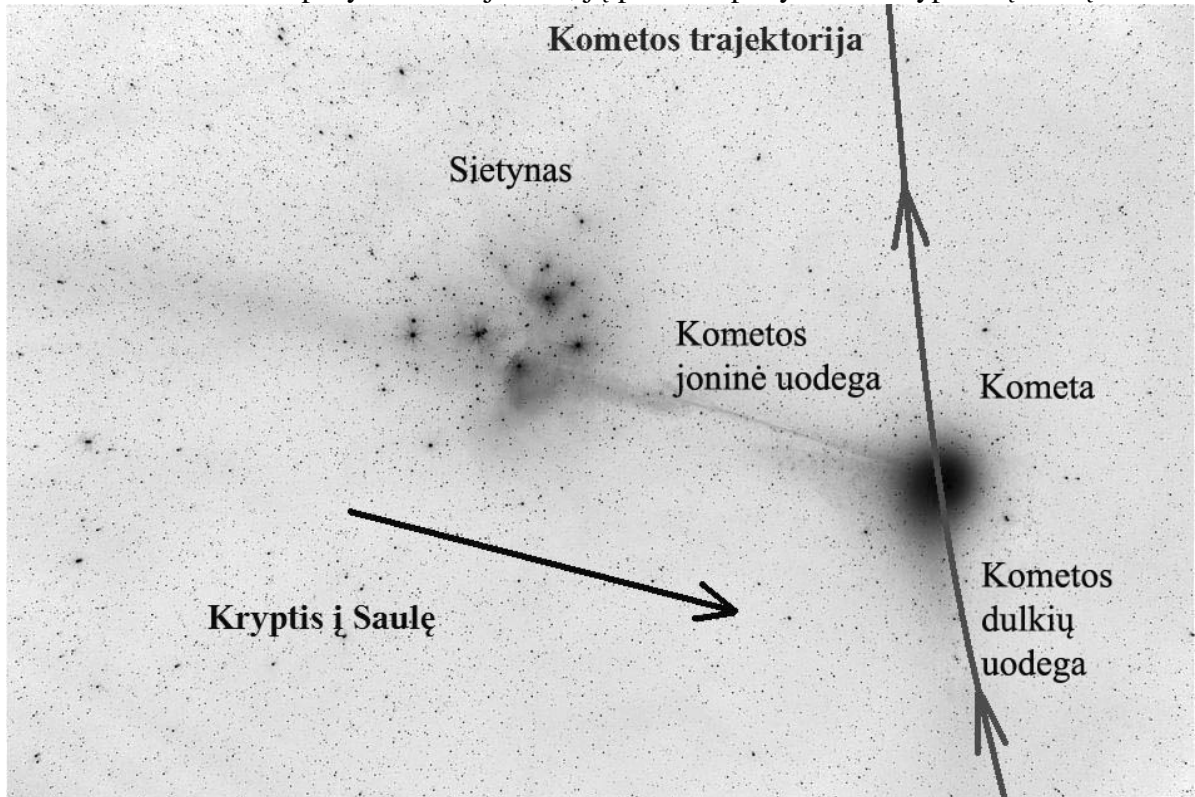


Machholz kometa 2005 m. sausio 7 d. šalia Sietyno (Stefan Steip fotografija, Vokietija)

Sprendimas

- 1) Nuotraukoje užfiksuota:
 - padrikasis žvaigždžių spiečius (*Sietynas / Plejados*);
 - atspindžio ūkas aplink spiečių, kuris sklaido jo žvaigždžių šviesą
 - kometa su dulkių ir jonine uodega;
 - foninės Galaktikos žvaigždės (ir foninės galaktikos).
- 2) Arčiausiai Žemės yra kometa, nes ji skrieja Saulės sistemoje, o kiti nuotraukoje matomo objektai yra toli už Saulės sistemos ribų.
- 3)
 - Po 12 val. objektai bus nusileidę - iš tos pačios observatorijos jų nufotografuoti bus neįmanoma (*sąlygoje ta pati vieta nebuvo aiškiai užakcentuota, todėl užskaityti ir kometos judėjimą apibūdinantys atsakymai*);
 - Po paros kometa bus kitoje vietoje - arčiau viršutinio nuotraukos krašto, nes gelsvos spalvos dulkių uodega, kuri seka paskui kometą, nuotraukoje yra nukreipta žemyn (*reali kometos trajektorija gali šiek tiek skirtis nuo parodytos, nes kometa juda 3-matėje erdvėje, o nuotraukoje matome 2-matę uodegos projekciją*).
 - po 100 milijonų metų šios kometos čia nebus (nebent ji sugrižtų), spiečiuje esančios dujos išsisklaidys, dalis jo žvaigždžių paliks spiečių, pasikeis artimesnių žvaigždžių padėtys. Mėlynos (ypač priklausančios spiečiui) žvaigždės dėl evoliucijos taps rausvomis arba iš viso nebespindės - vietoje jų, priklausomai nuo žvaigždės masės, gali atsirasti planetiškieji ūkai arba supernovų liekanos.

Kometos nuotrauka su pažymėtais objektais, jų padėties pokyčiais ir kryptimi į Saulę.



Kometos joninė uodega (melsva spalvotoje nuotraukoje) susiformuoja dėl Saulės vėjo poveikio ir yra nukreipta nuo Saulės, dulkių uodega (gelsva) - driekiasi kometai judant iš paskos.

4 uždavinys

Vieno iš pirmųjų (1609-1611 m.) Galilėjaus teleskopų duomenys buvo tokie: objektyvo skersmuo - 37 mm, židinio nuotolis - 980 mm, didinimas - 19 kartų, regėjimo laukas - 15 kampinių minučių.

Remdamiesi šio teleskopo duomenimis atsakykite į klausimus:

1. Kokias iš žemiau išvardintų vizualinių dvinarių žvaigždžių būtų galima pastebėti su šiuo teleskopu? Skliausteliuose pateiktas kampinis atstumas tarp komponenčių.

a) β Cyg ($34''$); b) α Gem ($3''$); c) ζ UMa ($14''$); d) ϵ 1 Lyr ($2,5''$).

2. Ar galima būtų su tokiu teleskopu pamatyti Jupiterio paviršiuje Ganimedo šešėlį ir Didžiąją Raudonąją Dėmę?

3. Koks yra šio teleskopo okuliario židinio nuotolis, optinė schema ir jo nuosavas regėjimo laukas?

Duomenys:

Jupiterio disko maksimalus kampinis skersmuo apie $45''$.

Jupiterio pusiaujo skersmuo 142 796 km.

Ganimedo skersmuo 5268 km.

Vidutinis Didžiosios Raudonosios dėmės skersmuo apie 25000 km.

Sprendimas

1. Teleskopo skiriamoji geba yra mažiausias kampas tarp dviejų taškinių objektų, kurie matomi akimi. Stebint vizualiai, teleskopo skiriamoji geba kampinėmis sekundėmis yra:

$$\delta = \frac{140''}{D},$$

kur D teleskopo objektyvo skersmuo išreikštas milimetrais.

Teleskopo $\delta = 3,8''$. Galima pastebėti dvinarės a ir c variantuose.

2. Ganimedas yra apie 27,1 kartų mažesnis už Jupiterį, nes $142\,796/5268 = 27,1$. Todėl Jupiterio diske jo šešėlis bus šitiek kartų mažesnis negu Jupiterio kampinis skersmuo: $45''/27,1 = 1,7''$. Ganimedo šešėlis bus mažesnis už teleskopo skiriamąją gebą, todėl jo nebus galima pamatyti.

Raudonoji dėmė mažesnė už Jupiterį $142\,796/25000 = 5,7$ karto.

Raudonosios dėmės kampinis skersmuo $45''/5,7 = 7,9''$.

Raudonąją dėmę bus galima pamatyti.

3. Okuliario židinio nuotolis lygus: $f = F/M$, kur F yra objektyvo židinio nuotolis, M yra teleskopo didinimas. Gauname $f = 980/19 = 51,6$ mm.

Okuliario nuosavas regėjimo laukas skaičiuojamas pagal formulę: $W = M \times P$, kur M - teleskopo didinimas, P - teleskopo regėjimo laukas (laipsniais).

Gauname: $W = 19 \times 0,25 = 4,8$ laipsnių.

Galilėjaus okuliario nuosavas regėjimo laukas buvo apie 5 laipsniai.
Galilėjaus teleskope buvo panaudotas okuliaras iš dviejų pusių įgaubtas sklaidomasis lęšis.

Galilėjaus teleskopo optinė schema:



O – objektyvas – glaudžiamasis lęšis, e – okuliaras – sklaidomasis lęšis.

5 uždavinys

Saulė visomis kryptimis nuolat skleidžia elektringų dalelių srautą, vadinamą Saulės vėju. Dėl to Saulė kasmet netenka tam tikros savo masės dalies. Apskaičiuokite Saulės masės netekimo spartą Saulės masės vienetais per metus, jei Saulės vėjo dalelių srautas prie Žemės yra lygus $3,8 \times 10^8$ dalelių $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$. Laikykite, kad Saulė sudaryta vien tik iš vandenilio.

Duomenys:

Vidutinis atstumas nuo Žemės iki Saulės $a = 1,496 \times 10^{13}$ cm;

Metų trukmė, išreikšta sekundėmis $t = 3,16 \times 10^7$ s;

Protono masė $m_p = 1,67 \times 10^{-24}$ kg;

Saulės masė $M_S = 1,99 \times 10^{33}$ kg;

Saulės vėjo dalelių srautas $N_d = 3,8 \times 10^8$ dal. $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$.

Sprendimas:

Saulės vėjas yra plazma, pagal sąlygą sudaryta iš protonų ir elektronų (Saulės plazma elektriškai neutrali). Todėl vienos dalelės masė vidutiniškai lygi $\frac{1}{2}m_p$, nes elektrono masė labai maža lyginant su protono mase ir ją galima laikyti lygia nuliui. Dalelių kiekis, kuris palieka Saulę per 1 s, bus lygus a spindulio sferos plotui, padaugintam iš Saulės vėjo dalelių srauto N_d : $4\pi a^2 N_d$. Tokiu būdu, Saulės masės netekimo sparta (masės netektis per 1 metus)

$$\Delta M = \frac{4\pi a^2 N_d m_p t}{2M_S}$$

$$\Delta M = \frac{2 \times 3,14 \times (1,496 \times 10^{13})^2 \times 3,8 \times 10^8 \times 1,67 \times 10^{-24} \times 3,16 \times 10^7}{1,989 \times 10^{33}} \gg 1,4 \times 10^{-14} M_e / \text{metus}$$

Atsakymas: $1,4 \cdot 10^{-14}$ Saulės masės per metus.

6 uždavinys

Žemiau pateikta Saulės protuberanto nuotraukų serija (žr. nuorodas sąlygos pabaigoje), kurią padarė Kosminė Saulės observatorija SOHO 1999 m. kovo 6 d. Kiekvienoje nuotraukoje yra įklija, kurioje nurodyta stebėjimo data ir tikslus stebėjimo momentas Pasauliniu laiku. Visose nuotraukose atvaizduotų laukelių matmenys 10'x10'. Kiekvienoje nuotraukoje išmatavę protuberanto pakilimo aukštį virš Saulės disko apskaičiuokite vidutinį protuberanto plazmos čiurkšlės sklidimo greitį km/s. 1999.03.06 Saulės nuotolis nuo Žemės buvo 0,992 AU. Palyginkite protuberanto matmenis su Žemės matmenimis vienoje iš protuberantų nuotraukų pavaizduodami apskaičiuotą pagal nuotraukos mastelį Žemės matmenų skrituliuką.

Rekomendacijos: 1) matavimus geriau atlikite juodai baltose nuotraukose, 2) pateikite matavimų ir skaičiavimų duomenų lentelę, 3) pateikite grafiką protuberanto aukščio priklausomybę nuo stebėjimo momento.

Saulės protuberanto nuotraukų serija: spalvotos ([saulprotub_sp.jpg](#)), juodai baltos ([saulprotub_plk.jpg](#)).

Sprendimas

1. A4 formato lape atspausdiname juodai-baltą protuberantų nuotraukų seriją. Matavimo duomenims surašyti parengiame lentelę (žr., pvz., 1 lentelę). Kadangi uždavinio sprendimui absoliutūs protuberantų stebėjimo momentai nesvarbūs, o tolimesniems skaičiavimams patogiu turėti laiko momentus, išreikštus sekundėmis, tai fotografavimo momentus apskaičiuojame sekundėmis pirmos nuotraukos fotografavimo laiko atžvilgiu. Rezultatus surašome į 1 lentelės 1 stulpelį.
2. Išmatuojame atspausdintų nuotraukų matmenis milimetrais ir pasinaudoję uždavinio sąlygoje duotais nuotraukų kampiniais matmenimis įvertiname nuotraukos mastelį (kiek arcmin, t. y. kampo minučių, telpa 1 mm). Tarkime, kad nuotraukos matmenys yra 82×82 mm. Tuomet nuotraukos mastelis lygus
$$\mu = \frac{10}{82} = 0,012195 \text{ arcmin/mm}.$$
 Akivaizdu, kad visų 6 nuotraukų mastelis vienodas.
3. Matuodami protuberanto pakilimo aukštį laikome, kad protuberantas išsiveržė maždaug iš regimojo Saulės disko krašto. Ši prielaida leis toliau taikyti paprasčiausią geometriją. Tuo remdamiesi, kiekvienoje nuotraukoje su liniuote kruopščiai išmatuojame aukščiausiai virš Saulės disko iškilusios protuberanto čiurkšlės atstumą mm nuo Saulės disko krašto. Matavimo rezultatus surašome į 1 lentelę (2 stulpelis).
4. Padauginę šį atstumą iš nuotraukos mastelio gauname protuberanto aukštį virš Saulės disko kampinėmis minutėmis (arcmin). Gautą rezultatą įrašome į 1 lentelę (3 stulpelis).
5. Protuberanto pakilimo aukščiui km apskaičiuoti reikalingas atstumas nuo Žemės iki Saulės stebėjimo momentu. Iš tiesų reikėtų įvertinti atstumą nuo Saulės iki

kosminės observatorijos, iš kurios buvo atliekami stebėjimai. Kadangi sąlygoje konkrečiai nieko nenurodyta, darome prielaidą, kad kosminė observatorija buvo apytiksliai tokiam pat nuotolyje nuo Saulės, kaip ir Žemė. Tokiu būdu, stebėjimo metu atstumas iki Saulės buvo lygus:

$$r = 0,992' \times 149597870 \approx 148400000 \text{ km} .$$

6. Apskaičiuojame Žemės rutulio kampinį spindulį Saulės nuotolyje:

$$\rho_z = \arctg \frac{R_z}{r} = \arctg \frac{6387}{148400000} = 0,15 \text{ arcmin}$$

čia r – atstumas nuo Žemės iki Saulės km stebėjimo metu, o R_z – tikras Žemės linijinis spindulys.

Gautą vertę padalijame iš nuotraukos mastelio ir gauname Žemės skrituliuko spindulį, apskaičiuotą pagal nuotraukos linijinį mastelį: $s_z = \rho_z / \mu = 1,23 \text{ mm} .$

7. Protuberanto pakilimo aukštį virš Saulės disko krašto km apskaičiuojame pagal formulę

$$h = r \operatorname{tg} \theta$$

čia r – atstumas nuo Žemės iki Saulės km stebėjimo metu, o θ – protuberanto pakilimo aukštis arcmin.

Skaičiavimo rezultatus surašome į 1 lentelės 4 stulpelį.

1 lentelė. Protuberantų aukščių matavimai

Laiko tarpas, Δt , s	Aukštis nuotraukoje, mm	Kampinis aukštis, θ , arcmin	Tikrasis aukštis, h , km
0	22,5	2,744	118454
840	25	3,049	131620
1681	29	3,537	152687
2520	34	4,146	178976
3781	44	5,366	231649
4200	47,5	5,793	250075

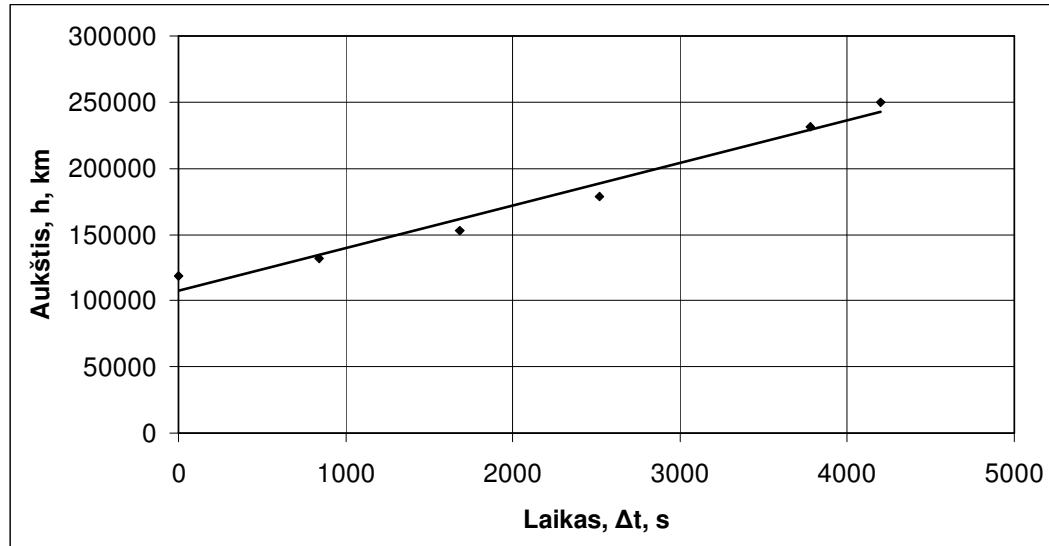
Pastaba: Tikrąjį aukštį galima apskaičiuoti ir kitaip. Pagal nuotraukos kampinius matmenis ir atstumą iki Saulės apskaičiuojame nuotraukos linijinį mastelį, kuriuo naudojantis apskaičiuojame tikrą protuberanto pakilimo aukštį.

8. Atrodo, kad vidutinį greitį apskaičiuoti dabar labai paprasta. Pasinaudojant 1 lentelės žymėjimais užrašome:

$$v_{\text{vid}} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

Jei turėtume tik du matavimus, tai būtų galima taip ir daryti – aukščio pokytį dalijame iš laiko intervalo ir gauname vidutinį greitį. Tačiau lentelėje yra 6 lygiaverčiai matavimai. Kombinacijos po du matavimus iš esmės neduos teisingo sprendimo. Tarytum turime per daug duomenų vienam nežinomajam surasti. Iš tiesų aukščio matavimai turi dideles paklaidas. Norint kuo tiksliau įvertinti vidutinį greitį kaip tik reikia turėti kuo daugiau matavimų ir juos visus panaudoti. Tam tikslui dažnai naudojamas taip vadinamas mažiausių kvadratų metodas.

Supaprastintas šio metodo variantas yra grafinis greičio radimo būdas. Milimetrinio popieriaus lape (bent A4 formato) atitinkamai įvertinę mastelį atidedame 1 lentelės duomenis grafike Δt (abscisė), h (ordinatė) (žr. pav.). Per taškus išbrėžiame tiesę taip, kad taškai būtų simetriškai išsidėstę abipus tiesės arba gulėtų ant jos (žr. pav.).



Nuskaitome nuo grafiko dvi ordinautes, per kurias eina tiesė, pvz.: kai $\Delta t = 0$ s, $h = 107500$ km, ir kai $\Delta t = 4000$ s, $h = 236000$ km. Iš šių duomenų randame tiesės lygtį:

$$h = 32,125\Delta t + 107500$$

Ieškomas vidutinis greitis yra šios tiesės polinkis:

$$v_{vid} = 32 \text{ km/s}$$

Pastaba: Šio uždavinio sprendimas palengvėja, jei pasinaudojame kompiuteriu, kuriame įdiegtas Microsoft Office programų paketas. Šiame pakete yra naudinga duomenų analizei skirta programa Excel. 1 lentelės 1 ir 2 stulpelio duomenis surašome į Excel lentelę. 3 ir 4 stulpelio duomenys apskaičiuojami atitinkamai užprogramavus Excel lentelės stulpelius. Toliau ši programa nubraižo reikalingą grafiką Δt (abscisė), h (ordinatė), apskaičiuoja tiesės lygtį mažiausių kvadratų metodu ir ją pavaizduoja grafike.

7 uždavinys

Tolimo galaktikų spiečiaus centre atrasta galaktika, kurios stebimas raudonasis poslinkis mūsų Galaktikos atžvilgiu $z = 0,00524$. Šioje galaktikoje aptikta cefeidė, kurios spindesio kitimo periodas $P = 20$ parų, o vidutinis regimasis ryškis $\langle V \rangle = 26,26$. Koks šios galaktikos radialinis judėjimo greitis km/s galaktikų spiečiaus centro atžvilgiu, jei Hablo konstanta $H = 71$ (km/s)/Mpc, o cefeidžių vidutinio absoliutinio ryškio ir spindesio kitimo periodo sąryšis yra: $\langle M_V \rangle = -1,4 - 2,8 \times \lg P$?

Sprendimas:

Iš Cefeidės periodo randame absoliutinį jos ryškį, po to nuotolį iki jos - tuo pačiu ir iki galaktikos (galaktikos matmenys yra labai maži palyginus su nuotoliu) ir iki galaktikų spiečiaus centro (galaktika yra spiečiaus centre):

$$\langle M_V \rangle = -1,4 - 2,8 \times \lg(P) = -1,4 - 2,8 \times \lg(20) = -5,04$$

Atstumo modulio formulė:

$$V - M_V = 5 \times \lg(d) - 5$$

$$d = 10^{(V - M_V + 5)/5} = 10^{(26,26 + 5,04 + 5)/5} = 10^{7,26} \approx 18,2 \text{ Mpc}$$

Iš Hablo dėsnio randame, kad ties tokiu nuotoliu, kosmologinis raudonasis poslinkis turėtų būti:

$$v = z_H \times c \approx H \times d$$

$$z_H \approx \frac{H \times d}{c} \approx \frac{71 \times 18,2}{300000} \approx 0,00431$$

Vadinasi, dėl galaktikos savojo judėjimo spiečiaus centro atžvilgiu, ji turi papildomą raudonąjį poslinkį:

$$\Delta z = z_g - z_H = 0,00524 - 0,00431 = 0,00093$$

Tolimos galaktikos radialinis greitis spiečiaus centro atžvilgiu:

$$v = \Delta z \times c = 0,00093 \times 300000 \approx 280 \text{ km/s}$$