

Lietuvos mokinių septintoji astronomijos olimpiada (2009)

Antro turo uždavinių sprendimai

IX klasių ir jaunesni mokiniai

1 uždavinys (2 taškai)

Mėnulio terminatorius kovo 31 d. pasiekė Hypatia kraterį, o balandžio 2 d. – Sinus Medii. Apskaičiuokite atstumą tarp šių kraterių Mėnulio paviršiuje.

Sprendimas

Mėnulio sinodinis periodas 29,5 d. Tada per 2 dienas Mėnulio terminatorius pasislinks kampu:

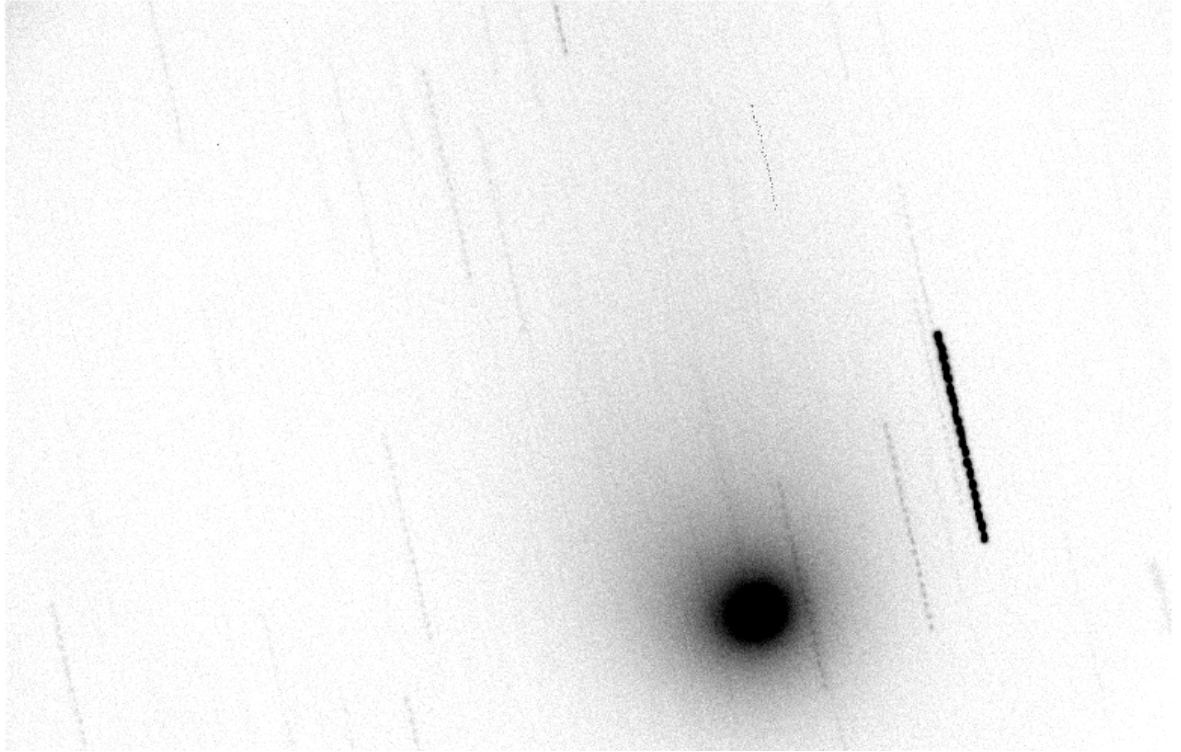
$$\varphi = 2\pi \times (2/29,5)$$

Atstumas tarp kraterių:

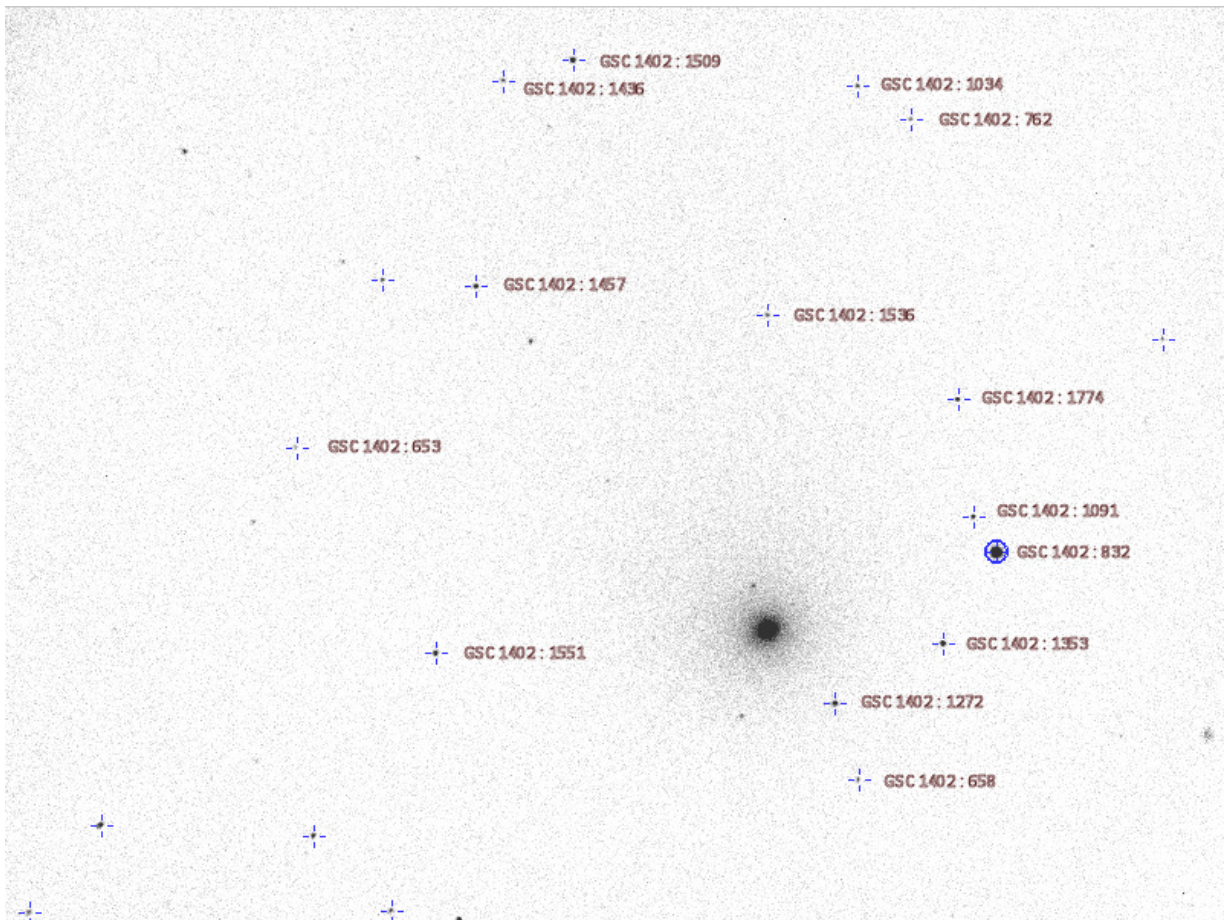
$$l = \varphi \times R = \pi(4/29,5) \times R = 3,14 \times (4/29,5) \times 1740 \approx 740 \text{ km}$$

2 uždavinys (6 taškai)

2009 metų kovo 2 dieną Vilniaus universiteto observatorijoje 28cm teleskopu su CCD kamera fotografuojant Lulin kometą vienas po kito buvo padaryti atskiri kadrai, kurie po to buvo susumuoti į vieną nuotrauką (1 pav.), sutapatinant kometos centrus. Suminė nuotraukos ekspozicija yra 1470 s. Fotografavimo metu atstumas nuo Žemės iki kometos buvo 0,48 AU. Iš gautos nuotraukos ir 1 lentelėje pateiktų žvaigždžių duomenų apskaičiuokite kometos judėjimo kampinį ir linijinį greitį nuotraukos plokštumoje.



1 pav. Suminė kometos nuotrauka.



2 pav. To paties mastelio kaip 1 pav. vieno kadro nuotrauka su identifikuotomis žvaigždėmis ir apibrėžta ryškiausia žvaigžde.

1 lentelė. Žvaigždžių koordinatės.

Žvaigždės numeris kataloge	Rektascensija	Deklinacija
GSC 1402 : 832	09h 19m 37.55s	+15° 17' 32.41"
GSC 1402 : 1353	09h 19m 30.72s	+15° 16' 42.27"
GSC 1402 : 1509	09h 20m 11.09s	+15° 09' 32.25"
GSC 1402 : 1457	09h 19m 54.29s	+15° 08' 06.94"
GSC 1402 : 1272	09h 19m 25.88s	+15° 14' 53.30"
GSC 1402 : 1551	09h 19m 27.52s	+15° 07' 51.13"
GSC 1402 : 1774	09h 19m 48.46s	+15° 16' 39.79"
GSC 1402 : 1091	09h 19m 40.06s	+15° 17' 05.24"
GSC 1402 : 1034	09h 20m 10.61s	+15° 14' 33.32"
GSC 1402 : 1536	09h 19m 53.59s	+15° 13' 14.45"
GSC 1402 : 1436	09h 20m 09.24s	+15° 08' 20.65"
GSC 1402 : 762	09h 20m 08.55s	+15° 15' 30.13"
GSC 1402 : 658	09h 19m 20.44s	+15° 15' 23.08"
GSC 1402 : 653	09h 19m 41.69s	+15° 05' 08.52"

Sprendimas

Pirmiausia nustatome nuotraukos mastelį:

Vieno kadro nuotraukoje pasirenkame pakankamai tolimas žvaigždes, kad paklaida būtų mažesnė, pvz. GSC 1402:1091 ir GSC 1402:1509. Su liniuote išmatuojame atstumą tarp šių žvaigždžių:

$$\Delta d = 85 \text{ mm}$$

Žvaigždžių deklinacijų skirtumas:

$$\Delta \delta = 453''$$

Žvaigždžių rektascensijų skirtumas:

$$\Delta \alpha = 465''$$

Nuotraukos mastelis:

$$k = \frac{\sqrt{453^2 + 465^2}}{85} = 7,64 ["/mm]$$

Nustatome kometos judėjimo kampinį greitį:

Suminėje nuotraukoje išmatuojame žvaigždės kelio ilgį $l = 30\text{mm}$.

Apskaičiuojame kometos judėjimo kampinį greitį:

$$\mu = k \times l / t = 7,64 \times 30 / 1470 = 0,156 ["/s] \approx 560 ["/h]$$

Kampas mažas, todėl kometos linijinį greitį nuotraukos plokštumoje galima skaičiuoti pagal formulę:

$$v_t = \mu \times D$$

čia D atstumas iki kometos, μ kometos judėjimo kampinis greitis radianais.

$$v_t = \mu \times D = (560 / 206265) \times 0,48 \times 149,6 \times 10^6 \approx 194955 \text{ km/h} = 54 \text{ km/s}$$

1 radiane yra 206265 kampinės sekundės, $149,6 \times 10^6$ astronominis vienetas kilometrais.

3 uždavinys (4 taškai)

Rutulio formos akmeninis asteroidas, kurio skersmuo 20 km, apsisuka aplink savo ašį per 120 minučių. Jo pusiaujuje esanti mobili asteroido tyrimo laboratorija ėmė judėti išilgai pusiaujo. Ar gali ji apvažiuoti asteroidą per 100 minučių? Akmeninio asteroido tankis 3500 kg/m^3 . Atsakymą pagrįskite skaičiavimais.

Sprendimas:

Užrašome mobilios laboratorijos atitrūkimo nuo paviršiaus sąlygą:

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}.$$

Taip pat turėdami omenyje, kad

$$M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3,$$

paskaičiuokime pirmąjį kosminį greitį pusiaujuje:

$$v = R \cdot \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} = 10^4 \sqrt{\frac{4\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3500}{3}} = 9,89 \text{ m/s}.$$

Tai atitiktų laiką

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 10^4}{9,89} = 6353 \text{ s}$$

arba 105 minutes ir 53 sekundes. Taigi, jei asteroidas nesisuktų, greičiau nei per apskaičiuotąjį laiką jį apvažiuoti neviršijant išcentrinės jėgos neįmanoma.

Kadangi asteroidas sukasi, mobiliai laboratorijai važiuojant prieš jo sukimosi kryptį, įmanoma apvažiuoti asteroidą neatitrūkstiant nuo jo paviršiaus ir neviršijant pirmojo kosminio greičio. Mobilios laboratorijos greitis šiuo atveju turėtų būti:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 10^4}{100 \cdot 60} = 10,47 \text{ m/s}$$

4 uždavinys (3 taškai)

Tyrinėjant vieną žvaigždėdaros rajoną, esantį 1800 pc nuotolyje, buvo atrastas kompaktiškas tarpžvaigždinis ūkas, kurio skersmuo $\theta = 1,41$ kampinių sekundžių. Tolimesni tyrimai parodė, kad dalelių koncentracija ūke siekia $n = 10^8 \text{ cm}^{-3}$ ir kad jį sudaro daugiausia vandenilio molekulės. Apskaičiuokite ūko masę Saulės masės vienetais.

Sprendimas

$$\text{ūko linijinis skersmuo } d = (\theta \times r)/206265 = 0,012 \text{ pc}$$

$$\text{masė } M = n \times 2m_{\text{H}} \times V$$

Čia V ūko tūris, $2m_{\text{H}}$ vandenilio molekulės masė.

$$V = 4/3 \times \pi \times (d/2)^3 = 4/3 \times 3,14 \times (0,012 \times 3,086 \times 10^{18} / 2)^3 = 2,658 \times 10^{49} \text{ cm}^3$$

$$M = 10^8 \times 2 \times 1,674 \times 10^{-27} \times 2,658 \times 10^{49} = 8,90 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$M = 4,5 M_{\text{S}}$$

5 uždavinys (3 taškai)

Su dideliu teleskopu tyrinėjant Galaktikos žvaigždėdaros rajoną, esantį 1800 parsekų nuotolyje, buvo atrasta kompaktiška 8 karštų žvaigždžių grupė, kurioje kiekvienos žvaigždės absoliutusias ryškis $M_V = -6,5$. Koks šios žvaigždžių grupės regimasis ryškis? Ar ji bus matoma plika akimi?

Sprendimas:

Apskaičiuojame 8 žvaigždžių grupės suminį absoliutinį ryškį.

$$M_{V8} - M_{V1} = -2,5 \lg(L_{V8}/L_V) = -2,5 \lg 8,$$

čia M_{V1} vienos žvaigždės absoliutinis ryškis, M_{V8} aštuonių žvaigždžių absoliutinis ryškis, L vienos žvaigždės šviesis.

Aštuonių žvaigždžių grupės regimasis ryškis apskaičiuojame iš atstumo modulio formulės:

$$V_8 - M_{V8} = 5 \lg r - 5$$

$$V_8 = M_{V8} + 5 \lg r - 5$$

čia r – atstumas iki žvaigždžių grupės.

$$V_8 = M_{V8} + 5 \lg r - 5 = -2,5 \lg 8 - 6,5 + 5 \lg 1800 - 5 + 1,5 = 4,02$$

Atsakymas: Žvaigždžių grupės ryškis 4,02. Žvaigždžių grupė bus matoma plika akimi.