Lietuvos mokinių aštuntoji astronomijos olimpiada (2010)

Antro turo uždavinių sprendimai

VIII – IX klasių mokiniai

<u>1 uždavinys</u> (3 taškai)

Keliautojai, plaukdami jachta aplink pasaulį, pabuvojo įvairiose geografinėse platumose. Kai naktimis būdavo giedra ir Šiaurinė matoma viršutinėje kulminacijoje, keliautojai atlikdavo jos stebėjimus. Kurioje iš lentelėje nurodytų vietovių Šiaurinė buvo stebima žemiausiai virš horizonto? Šiaurinės deklinacija lygi +89°16'. Atsakymą pagrįskite.

Vietovė	Platuma
1	+12°41'
2	–06°10'
3	–37°49'
4	–1°10'
5	+04°36'
6	+55°46'
7	+0°44'
8	+29°52'
9	–0°44'

Sprendimas

Šiaurinės horizontinis aukštis, kai Šiaurinė yra viršutinėje kulminacijoje (kulminuoja į šiaurę nuo zenito):

$h_{Š}=90°+\varphi-\delta=90°-89°16'+\varphi=44'+\varphi$

Taigi Šiaurinės horizontinis aukštis būtų lygus nuliui vietovėje, kurios geografinė platuma lygi –0°44′.

Tačiau artėjant prie horizonto didėja atmosferos refrakcija, kuri ties horizontu apytiksliai lygi 35′ (žr. konstantų lentelę). Jos dėka šviesulys atrodo aukščiau negu yra iš tiesų.

Todėl Šiaurinė dar bus matoma virš horizonto vietoje, kur $\varphi= -0°44'-35'= -79'= -1°19'$.

<u>Atsakymas:</u> Iš išvardintų vietovių Šiaurinė žemiausiai virš horizonto bus matoma 4 vietovėje.

<u>2 uždavinys</u> (4 taškai)

Teigiama, kad įprastinį gatvės apšvietimo žibintą naktį plika akimi galima pamatyti iš 20 km atstumo. Ar astronautas, būdamas Mėnulyje, galėtų plika akimi pamatyti Žemės naktinį miestą, jei tame mieste degtų milijonas gatvės žibintų? Kokios galimybės pamatyti tokio miesto šviesas su 30 cm teleskopu? Atsakymus pagrįskite skaičiavimais. Mėnulio nuotolis nuo Žemės lygus 384000 km, o akies vyzdžio skersmuo 6 mm. Į šviesos nuostolius Žemės atmosferoje nekreipkite dėmesio.

Sprendimas

Žinome, kad šviesos šaltinio spindesys silpnėja proporcingai nuotolio nuo jo kvadratui. Apskaičiuojame, kiek kartų susilpnėtų žibinto spindesys, jei jį iš 20 km nuotolio nukeltume į Mėnulio nuotolį.

$$\frac{J_1}{J_{1M}} = \left(\frac{r_M}{r_a}\right)^2 = \left(\frac{384000}{20}\right)^2 = 368640000 = 369 \times 10^6 \text{ kartų}$$

Čia J_1 – vieno gatvės žibinto, esančio nuotolyje r_a=20 km, spindesys, o J_{1M} – vieno gatvės žibinto, esančio Mėnulio nuotolyje r_M=384000 km, spindesys.
Taigi, iš Mėnulio astronautas galėtų pastebėti miestą Žemėje, jei jame degtų ne mažiau kaip 369 milijonai žibintų. Vadinasi, miesto su milijonu žibintų astronautas nematytų.

Su teleskopu matysime tiek kartų mažesnio spindesio šviesulius, kiek kartų teleskopo objektyvo plotas didesnis už akies vyzdžio plotą. Kadangi teleskopų objektyvai dažniausiai būna apvalūs, tai jų plotai proporcingi skersmens kvadratui. Iš čia išplaukia, kad didžiausias nuotolis, iš kurio dar galima būtų pamatyti gatvės žibintą su duotu teleskopu, bus lygus

$$r_t = r_a \frac{D_t}{D_a} = 20\frac{300}{6} = 1000\,\text{km}$$

Čia D_a yra akies vyzdžio skersmuo, o D_t teleskopo objektyvo skersmuo.

Apskaičiuojame, kiek kartų būtų sumažėjęs pro teleskopą stebimo vieno žibinto spindesys Mėnulyje

$$\frac{J_{1t}}{J_{1M}} = \left(\frac{r_M}{r_t}\right)^2 = \left(\frac{384000}{1000}\right)^2 \approx 147000$$

Taigi, iš Mėnulio žvalgydami Žemę su duotu teleskopu pastebėsime miestus, kuriuose dega ne mažiau kaip 147 tūkstančiai žibintų. Vadinasi, miestą su milijonu žibintų tikrai astronautas pamatys.

Atsakymas: Astronautas, būdamas Mėnulyje, plika akimi nematys Žemės naktinio miesto, jei jame degtų tik milijonas gatvės žibintų. Tačiau su 30 cm teleskopu astronautas tikrai pamatys tokį miestą Žemėje.

3 uždavinys (5 taškai)

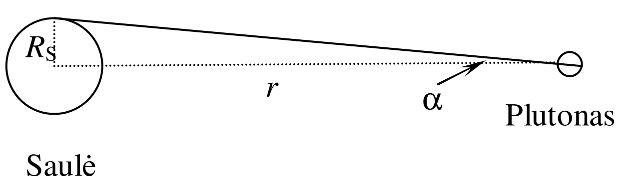
2110 metais Plutono palydovas Charonas bus arti orbitos mazgo ir Plutone vyks dažni Saulės užtemimai. Įvertinkite, kiek laiko Plutone trunka ilgiausias Saulės užtemimas, kurį sukelia palydovas Charonas. Tarkime, kad stebėtojas yra Plutono centre.

Duomenys:

Saulės spindulys R_S=700 000 km
Plutono atstumas nuo Saulės 2110 metais r_{Pl}=49,3 AU
Charono spindulys R_{Ch}=600 km
Charono orbitos ekscentricitetas $e_{Ch} \approx 0$
Charono orbitos spindulys r_{Ch}=19600 km
Charono orbitinis periodas P_{Ch} = 6,387d
Charono orbitos posvyris į Plutono orbitos plokštumą 96°.

Sprendimas

1. Saulės kampinis skersmuo, kai Plutonas r_{Pl}=49,3 AU



$$\text{tg}\ \alpha_A \approx \alpha_A[\text{rad}] = \frac{7{,}0 \cdot 10^5}{49{,}3 \times 1{,}5 \times 10^8} = 0{,}0057^\circ \approx 20''$$

2. Charono kampinis spindulys Plutono danguje:

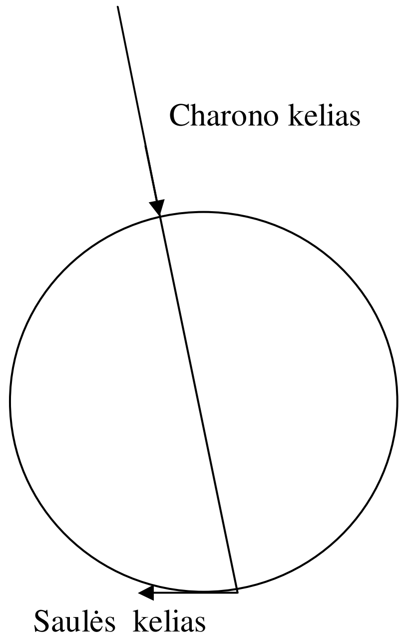
tg $\alpha \approx \alpha = R_{Ch}/r_{Ch}$= 600/19600 ≈ 1,75°=1°45′

Charono kampinis skersmuo ≈ 3°30′.

Tai apie 600 kartų daugiau nei Saulės kampinis skersmuo, nei stebint iš Plutono. Todėl Saulę galime laikyti taškiniu šaltiniu.

3. Ilgiausias užtemimas bus tada, kai užtemimas bus centrinis, t.y. Charono ir Plutono centrų projekcijos užtemimo viduryje sutaps.

Tada užtemimas truks tiek laiko, per kiek Charonas Plutono danguje nukeliaus Charono kampinį skersmenį.



1 pav. Charono ir Saulės judėjimas Plutono danguje stebint iš Plutono centro

Plutonas orbita juda labai lėtai, todėl Saulės disko judėjimo galime nepaisyti.

Per 6,387d Charonas nukeliauja 360 laipsnių. Apskaičiuojame, per kiek laiko Charono regimasis diskas pereis per tą orbitos tašką, kuriame yra Saulė:

$\Delta t = 3{,}5 \times 6{,}387 : 360 = 0{,}0639d \approx 1{,}5$ h

<u>Atsakymas</u>: Ilgiausias Saulės užtemimas truks apytiksliai 1,5 h.

<u>4 uždavinys</u> (4 taškai)

Saulė visomis kryptimis nuolat skleidžia elektringų dalelių srautą, vadinamą Saulės vėju. Dėl to Saulė kasmet netenka tam tikros savo masės dalies. Apskaičiuokite, kokią masės dalį kasmet praranda Saulė, jei Saulės vėjo dalelių srautas prie Žemės yra lygus 4×10^{8} dalelių cm^{-2} s^{-1}. Laikykite, kad Saulė sudaryta vien tik iš vandenilio.

Sprendimas

Saulės vėjo dalelių srautas turi būti elektriškai neutralus. Todėl vieną pusę dalelių srauto turi sudaryti protonai, o kitą pusę – elektronai. Kadangi elektrono masė yra žymiai mažesnė už protono masę, tai jų masės indėlio galime nepaisyti. Taigi, Saulės vėjo protonų srautas lygus $2\ 10^{8}$ dalelių cm^{-2} s^{-1}. Saulės masės dalis, kurios netenka Saulė per metus, bus lygi

$$M_{vejas} = \frac{4\pi\ r^{2} n_{p} m_{p}}{M_{\odot}} t$$

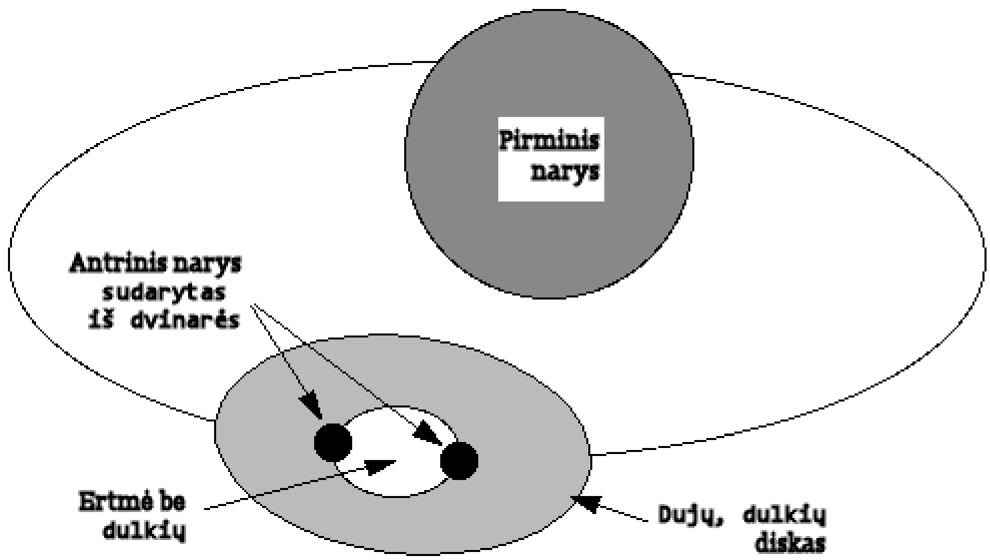
Čia r – vidutinis atstumas iki Saulės, n_p – Saulės vėjo protonų srautas, m_p – protono masė, $M_{\odot}$ – Saulės masė, t – metų trukmė sekundėmis.

$$M_{vejas} = \frac{4\pi\left(1{,}496\cdot10^{11}\right)^{2} 2\cdot10^{8}\cdot10^{4}\cdot1{,}67\cdot10^{-27}\cdot3{,}16\cdot10^{7}}{1{,}989\cdot10^{30}} = 1{,}5\cdot10^{-14}$$

<u>Atsakymas</u> $1{,}5\ 10^{-14}$.

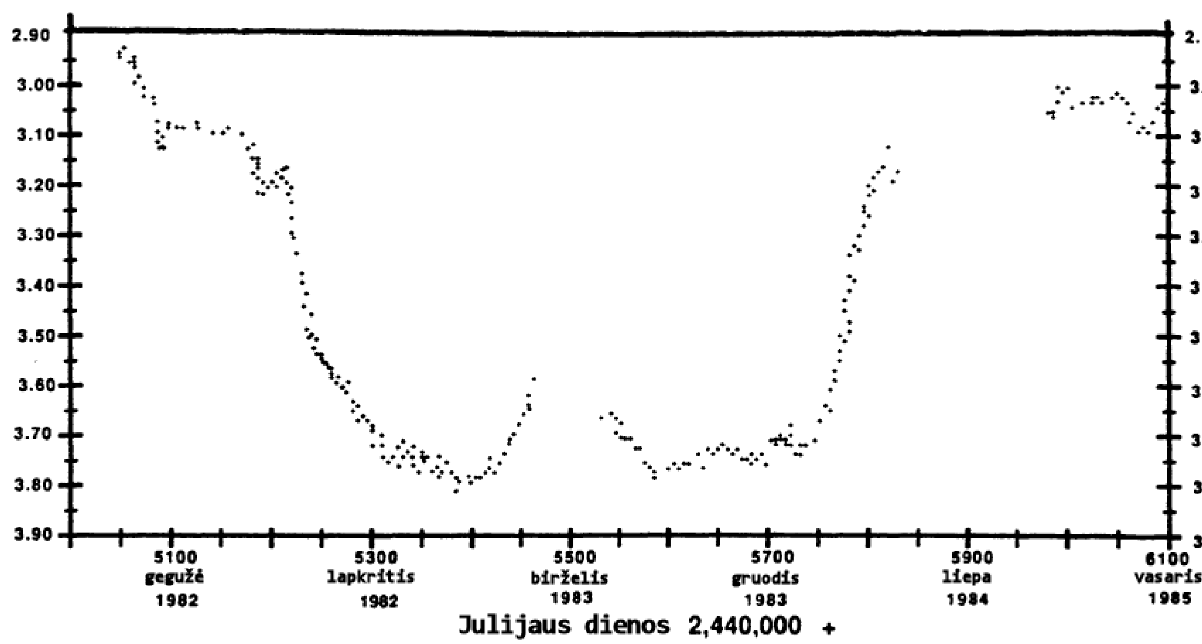
<u>5 uždavinys</u> (4 taškai)

Vežėjo Epsilon (ε Aur) (V = 3 mag) yra užtemdomoji dvinarė sistema, sudaryta iš supermilžinės (pirminis narys), ir antrinio nario, sudaryto iš glaudžiosios dvinarės, kurią supa dulkių diskas, kurio orbitos spindulys yra 27 AU (žr. 1 pav.).



1 pav. ε Aur užtemdomos dvinarės schema

Šios sistemos užtemdymo periodas 27,1 metų. Iš žemiau pateiktų 1982-1984m. fotometrinių duomenų (žr. 2 pav.) nustatykite dulkių disko skersmenį bei šiame diske esančios ertmės skersmenį. Laikykite, kad dvinarės sistemos orbita yra apskrita.



2 pav. ε Aur spindesio kitimo kreivė gauta per 1982-1984m. užtemdymą

Sprendimas

Disko skersmenį surasime iš pateikto grafiko. Išmatuojame, kada prasideda ir baigiasi užtemdymas:

$$\Delta t_d = 6100 - 5100 = 1000d.$$

Per tą laiką diskas orbitoje pasislinks kampu:

$$\varphi = \frac{2\pi}{P}\Delta t_d$$

Čia *P* – orbitos periodas.
Apskaičiuojame disko skersmenį:

$$l_d = \varphi \cdot r = \frac{2\pi}{P}\Delta t_d \cdot r = \frac{2 \cdot 3{,}1415 \cdot 1000 \cdot 27}{27{,}1 \cdot 365{,}25} = 17 \text{ AU}$$

Čia *r* – orbitos spindulys.
Skylės skersmuo bus:

$$l_S = \frac{\Delta t_S}{\Delta t_d} \cdot l_d = \frac{(5600 - 5400)}{1000} \cdot 17 = 3{,}4 \text{ AU}$$

Atsakymas:
Disko skersmuo 17 AU
Skylės skersmuo 3 AU