Lietuvos mokinių dešimtoji astronomijos olimpiada

Antras turas

V-VII klasių mokiniai

1 uždavinys (viso 5 taškai)

Išspręskite trumpus uždavinius:

a) Dieną, kai Saulės deklinacija buvo $9° 50'$, vertikalaus strypo trumpiausias metamas šešėlis buvo lygus jo ilgiui. Raskite vietovės, kurioje stovi strypas, platumą. (1,5 taškai)

b) Toje pačioje vietovėje stebint šviesią žvaigždę, esančią viršutinėje kulminacijoje, buvo nustatyta, kad jos horizontinis aukštis lygus $24° 28' 33''$. Vietinis žvaigždinis laikas tuo metu buvo 6h 44m 16s. Apskaičiuokite žvaigždės rektascensiją ir deklinaciją. (1,5 taškai)

c) 1 m skersmens teleskopu žvaigždė buvo stebėta 60 min. Kiek laiko užtektų stebėti tą pačią žvaigždę su 4,5 m skersmens teleskopu, kol bus surinkta tiek pat šviesos, kiek ir pirmuoju teleskopu? (2 taškai)

Sprendimas

a) Saulės horizontinis aukštis $h = 90° - \varphi + \delta = 45°$,

Platuma $\varphi = 90° - 45° + 9° 50' = 54° 50'$

b) Rektascensija $\alpha = t =$ 6h 44m 16s

Deklinacija $\delta = h + \varphi - 90° = 24° 28' 33'' + 54° 50' - 90° = -10° 41' 27''$

c) Ekspozicijos T trukmė atvirkščiai proporcinga teleskopo plotui $\pi \cdot R^2$:

$$\frac{T_{4.5}}{T_1} = \frac{S_1}{S_{4.5}} = \frac{\pi R_1^2}{\pi R_{4.5}^2}$$

$$T_{4.5} = 60\frac{0.5^2}{2.25^2} \approx 3 \text{ min.}$$

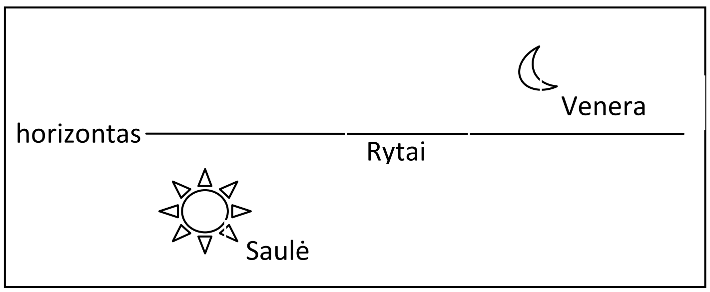
2 uždavinys (3 taškai)

Pirmame olimpiados ture sprendėte uždavinį apie Veneros proslinkį (tranzitą), kuris vyks 2012 m. birželio 6 d. Kokiu paros metu (ryte ar vakare) galėsite pamatyti Venerą apie birželio 20 dieną. Atsakymą būtinai paaiškinkite.

Brėžinyje pavaizduokite Saulės ir Veneros padėtis bei Veneros fazę.

Sprendimas

Veneros tranzitas vyksta, kai planeta yra apatinėje jungtyje Venera juda iš rytų į vakarus. Po dviejų savaičių Venera nutols pakankamai į vakarus nuo Saulės ir bus matoma rytais prieš Saulės teką. Vaizdas–plonas pjautuvas, ragai nukreipti nuo Saulės.



3 uždavinys (5 taškai)

Manoma, kad Žemė susiformavo susijungiant smulkesniems proplanetiniams gabalams. Kiek reikėtų sferinių 100 km skersmens uolinių fragmentų, kurių tankis 3500 kg/m^3, kad jie suformuotų Žemę ?
Žemės masė M = 6x10^{24} kg

Sprendimas

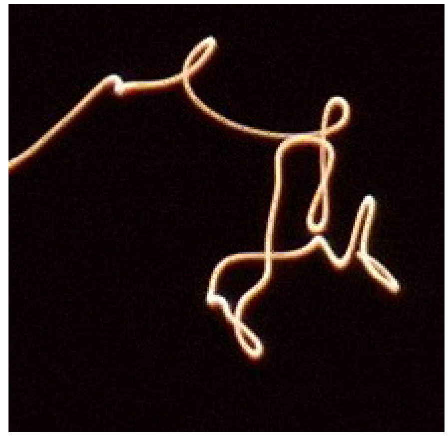
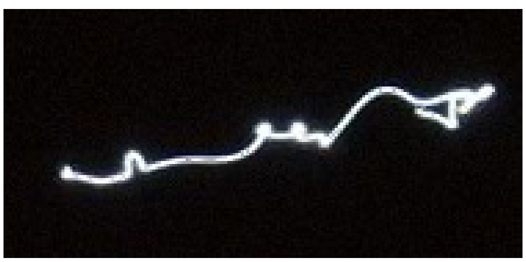
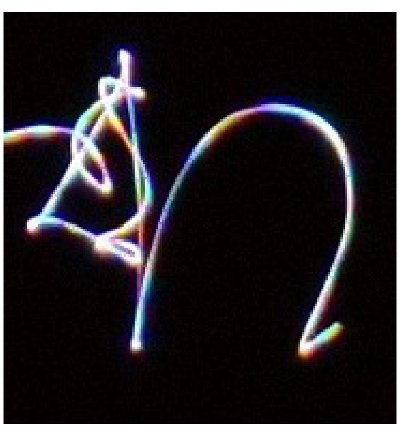
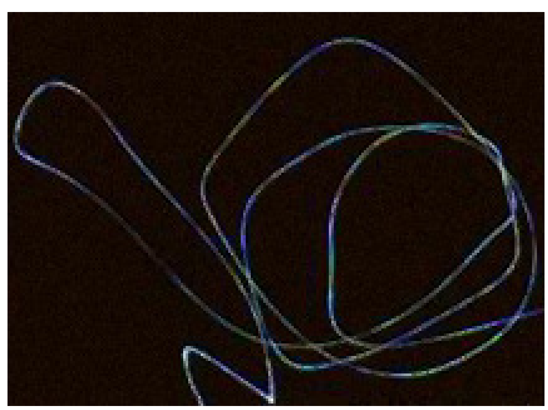
Vieno fragmento masė:

$$m = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi R^3 = 3500 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 50000^3 \approx 1{,}83 \times 10^{18}\mathrm{kg}$$

$$N = \frac{M}{m} = \frac{6\times10^{24}}{1.83\times10^{18}} \approx 3274045$$

4 uždavinys (5 taškai)

Astronomijos mėgėjas, laikydamas fotoaparatą rankoje, nufotografavo keletą dangaus šviesulių. Kadangi buvo naudojamos ilgos ekspozicijos ir tiksliai išlaikyti fotoaparatą rankose toje pačioje pozicijoje neįmanoma, nuotraukose matomas šviesulių poslinkis. Prašome nustatyti, kuriose nuotraukose yra nufotografuotos šios planetos: Venera, Marsas ir Saturnas. Atsakymą paaiškinkite.

 **A**	 **B**
 **C**	 **D**
 **E**	 **F**

Nuotraukų autorė: **Monika Landy-Gyebnar**

Sprendimas

Vienas iš būdų danguje atskirti žvaigždę nuo planetos yra žvaigždžių mirgėjimas. Žvaigždžių šviesa pereidama Žemės atmosferą, kerta skirtingų temperatūrų ir tankių dujų sluoksnius, kurių lūžio rodikliai yra skirtingi. Galima įsivaizduoti, kad atmosferoje yra daugybė mažų optinių prizmių (ar lęšių), kurie nuolat keičia savo padėtį. Šviesos spinduliai juose daug kartų nukrypsta nuo tiesios linijos ir šie nukrypimai nuolat kinta, keičiantis atmosferai. Dėl šios priežasties matome žvaigždžių ryškumo pakitimus. O dėl skirtingo spindulių lūžimo, kartu su spindesio kitimu, stebime ir spalvų mirgėjimą.

Planetos nėra taškiniai šviesos šaltiniai. Danguje jas regime kaip mažo kampinio dydžio skritulėlius. Kiekvienas atskiras tokio skritulėlio taškas mirga, kaip žvaigždė, tačiau atskirų skritulėlio taškų pakitimai vyksta nepriklausomai vienas nuo kito, išlyginant vienas kito kitimus: vieno taško spindesio susilpnėjimas sutampa su kito taško spindesio padidėjimu. Todėl bendras planetos spindesys lieka nepakitęs ir planetos nemirga.

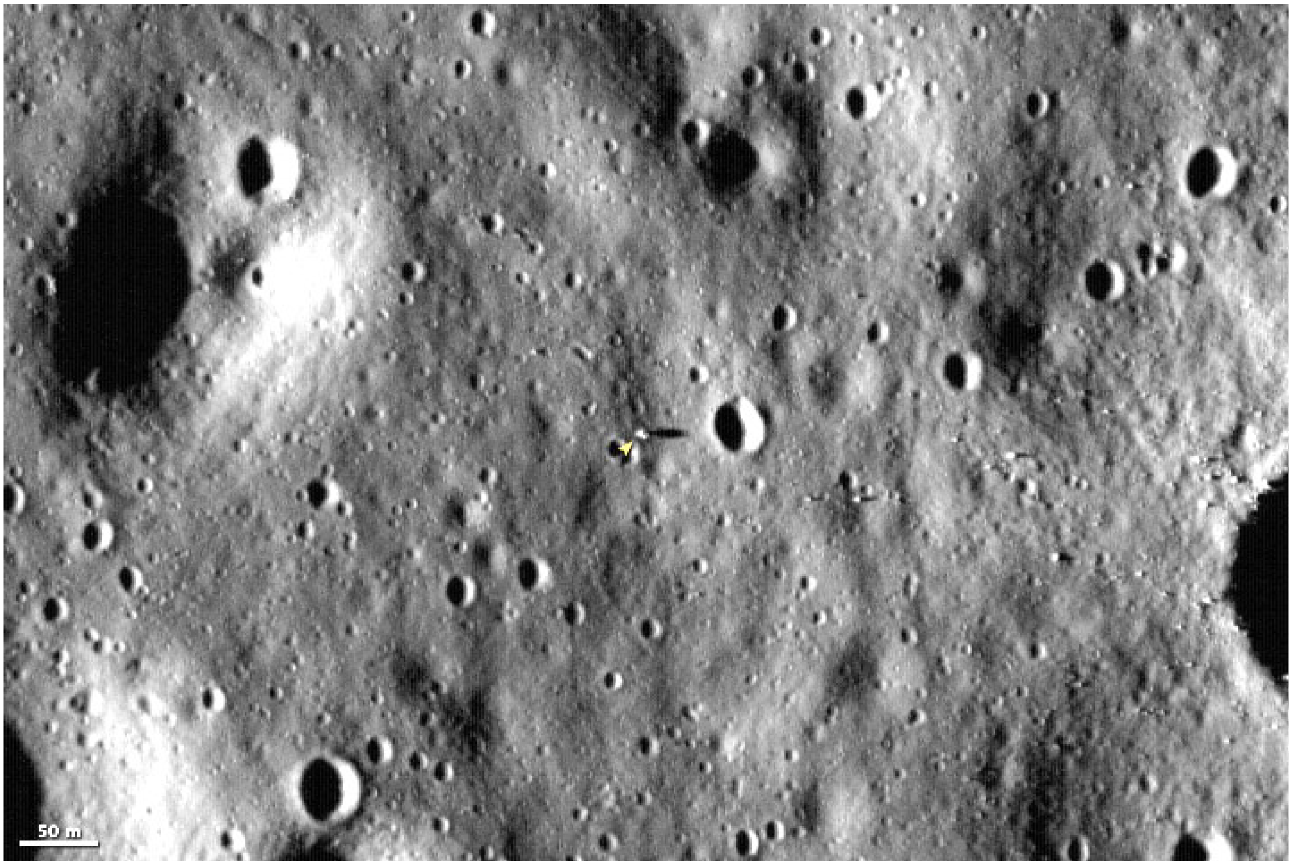
Tose nuotraukose, kuriose kinta šviesulio spalva, yra nufotografuotos žvaigždės (**A, E, F**).

Marsui yra būdingas rausvas atspalvis, todėl **B** yra **Marsas**

Kadangi Venera yra šviesesnis objektas nei Saturnas, tad **C – Venera**, o **D** lieka **Saturnas**.

5 uždavinys (7 taškai)

Žemiau pateikta Apollo 11 nusileidimo vieta Mėnulyje, kurią nufotografavo Lunar Reconnaissance Orbiter (LRO). Nusileidimo vieta pažymėta rodyklyte. Prašome suskaičiuoti visų smūginių kraterių, kurių skersmuo nemažesnis nei 20m, skaičių ploto vienete.



SPRENDIMAS

Su liniuote išsimatuojam nuotraukos ilgį ir plotį:

$$l = 170mm$$

$$h = 113mm$$

Nuotraukos mastelio vertė:

$$l_{50} = 10mm$$

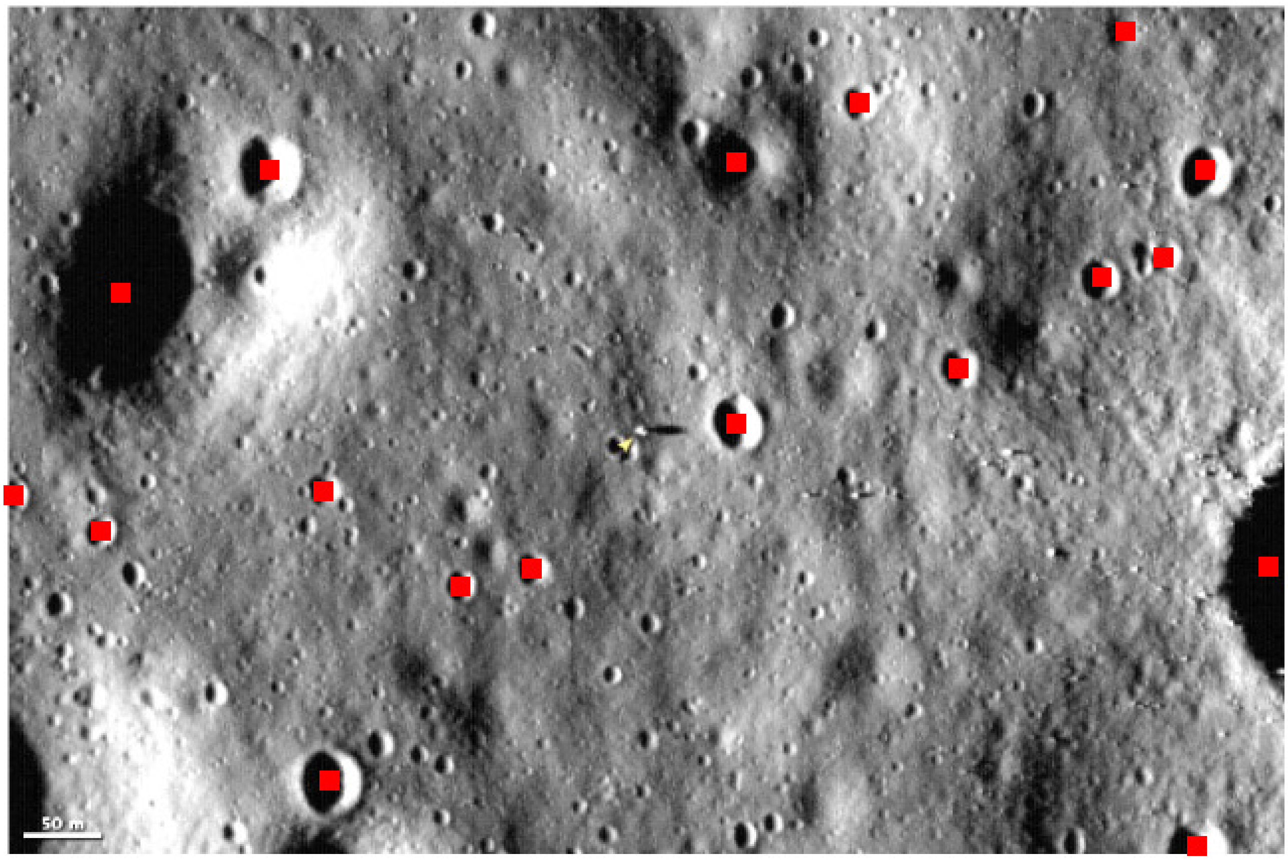
Tuomet nufotografuoto Mėnulio paviršiaus plotas bus lygus:

$$S = \frac{170}{10}50 \cdot \frac{113}{10}50 = 480250m^2 = 0,48km^2$$

20 metrų skersmens krateris nuotraukoje bus tokio dydžio:

$$l_{20} = \frac{10}{50} 20 = 4mm$$

Suskaičiuojame visus smūginius kraterius, nuotraukoje didesnius už 4mm:



2 pav.: Apollo 11 nusileidimo vieta Mėnulyje su pažymėtais smūginiais krateriais, kurių skersmuo didesnis nei 20m.

$$N = 18$$

Kraterių skaičius ploto vienete (tankis) :

$$n = \frac{N}{S} = \frac{18}{0{,}48} = 37{,}5 km^{-2}$$

Atsakymas: Suskaičiavus paveikslinę pažymėtus smūginius kraterius, jų skaičius ploto vienete 37,5km^{-2}.

Priklausomai nuo to, kiek kraterių pažymėjote, galutinis atsakymas gali nežymiai skirtis.

Lietuvos mokinių dešimtoji astronomijos olimpiada

Antras turas

VIII-IX klasių mokiniai

1 uždavinys (viso 6 taškai)

a) Dieną, kai Saulės deklinacija buvo $9°\,50'$, vertikalaus strypo trumpiausias metamas šešėlis buvo lygus jo ilgiui. Toje pačioje vietovėje stebint šviesią žvaigždę, esančią viršutinėje kulminacijoje, buvo nustatyta, kad jos horizontinis aukštis lygus $24°\,28'\,33''$. Vietinis žvaigždinis laikas tuo metu buvo 6h 44m 16s. Apskaičiuokite žvaigždės rektascensiją ir deklinaciją. (2 taškai)

b) Kovo 30 d. laiko lygtis yra: $T_{vids} - T_{tikrs}$ = 4 min 29 s. Kada tą dieną Lietuvos laiku Saulės centras kerta dangaus dienovidį Vilniuje (platuma: $55°\,41'$, ilguma: $25°\,17'$)? (2 taškai)

c) Vilniaus miestas iš rytų į vakarus išilgai $55°\,41'$ lygiagretės driekiasi apytiksliai 28 km. Kai rytiniame Vilniaus pakraštyje yra tikrasis vidurdienis, po kiek laiko jis įvyks vakariniame pakraštyje? (2 taškai)

Sprendimas

a) Saulės horizontinis aukštis $h = 90° - \varphi + \delta = 45°$

Platuma: $\varphi = 90° - 45° + 9°\,50' = 54°\,50'$

Rektascensija: $\alpha = t =$ 6h 44m 16s

Deklinacija: $\delta = h + \varphi - 90° = 24°\,28'\,33'' + 54°\,50' - 90° = -10°\,41'\,27''$

b) Kai T_{tikrs} = 12h, T_{vids} = 12h 4 min 29 s.

Skirtumas tarp 2 juostos laiko ir vietos laiko: $\Delta t = (30° - 25°\,17') \times 4$ min = 18 min 52 s

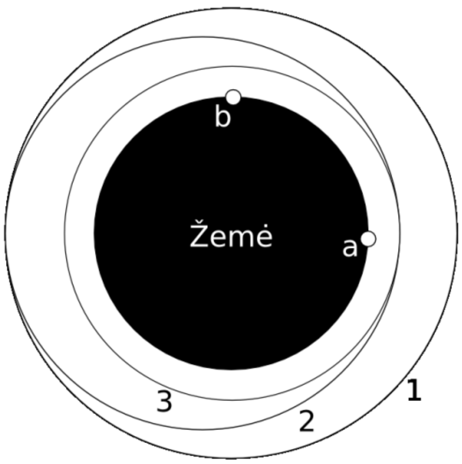
$T = T_{vids} + \Delta t + 1$h (vasaros laikas) = 12h 4 min 29 s. + 18 min 52 s + 1 h = 13 h 23 min 21 s

c) Laiko skirtumas lygus ilgumų skirtumui, išreikštam laiko vienetais. Laikome Žemę taisyklingu rutuliu. Tuomet 28 km lanko ilgį ties platuma $\varphi = 55°\,41'$ atitinka ilgumų skirtumas:

$\Delta T = 86400 \times 28 / (2\pi \times R_{ž} \times \cos\varphi) \approx 107$ s.

2 uždavinys (4 taškai)

Erdvėlaivis, kuris gabena krovinį į Tarptautinę kosminę stotį (TKS), yra išvedamas į laukimo orbitą (1 pav., 3 orbita), kuri yra 70 km žemesnė už TKS orbitą (1 orbita). TKS paleista rytų kryptimi. Būdamas virš Pietų Amerikos (taškas a) erdvėlaivis pradeda artėti prie stoties. Tarkime, kad erdvėlaivis pasieks TKS per pusę orbitinio periodo, judėdamas pereinamąja orbita (2 orbita) . Stebėtojas yra Lietuvoje (taškas b). Kur jis pamatys erdvėlaivį stoties atžvilgiu (į rytus , į vakarus, žemiau, aukščiau stoties) ? Atsakymą pagrįskite.



1 pav. TKS(1), erdvėlaivio(2) ir laukimo(3) orbitos. Žemės Šiaurės ašigalis nukreiptas į mus. TKS ir erdvėlaivis skrieja prieš laikrodžio rodyklę.

Sprendimas

Užrašome III Keplerio dėsnį:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Čia T_1 ir T_2 yra TKS ir kosminio laivo periodai, a_1 ir a_2 – 1 ir 2 orbitos didieji pusašiai.

Žemos orbitos mažai skiriasi nuo apskritiminių, todėl galime parašyti:

$$T = \frac{l}{v} \cong 2\pi a/v$$

Artėjantis prie stoties erdvėlaivis Lietuvoje yra stebimas apytiksliai „pusiaukelėje“ tarp perigėjaus ir apogėjaus, todėl toliau galima vartoti vidutinį orbitinį greitį:

$$\frac{a_1^2}{a_2^2}\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$\frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{a_1}{a_2}$$

Taigi, erdvėlaivio orbitinis greitis yra didesnis už stoties. Tam, kad jų padėtys sutaptų erdvėlaivio orbitos apogėjuje, erdvėlaivis turi „vytis“ lėčiau į rytus judančią stotį, ir erdvėlaivis matysis į vakarus nuo stoties.

3 uždavinys (4 taškai)

Žinoma, kad kompaktišką žvaigždžių spiečių sudaro 10 Saulės tipo žvaigždžių, o 10-ies Saulės masių pagrindinės sekos žvaigždė (spektrinė klasė B1V ir absoliutinis ryškis lygus –3,30) yra 1 kpc nuotolyje nuo mūsų. Kokiame atstume nuo mūsų turėtų būti spiečius, kad jo ir B1V žvaigždės regimieji ryškiai būtų vienodi. Iš kiek Saulės tipo žvaigždžių turėtų būti sudarytas spiečius, esantis tokiame pat atstume kaip ir B1V žvaigždė, kad šios žvaigždės ir spiečiaus regimieji ryškiai būtų vienodi?

Sprendimas

Pirmiausia įvertinsime dešimties žvaigždžių absoliutinį ryškį. Reikia atkreipti dėmesį, kad sudarant spiečių susideda ne ryškiai, o spindesiai. Taigi panaudojame ryškio apibrėžimą: jei vienos žvaigždės ryškis bus

$$M_{V1} = -2{,}5lg\frac{I}{10^2} \ ,$$

tai dešimties Saulės tipo žvaigždžių spiečiaus ryškis bus:

$$M_{V10} = -2{,}5lg\frac{10 \cdot I}{10^2} = -2{,}5lg10 - 2{,}5lg\frac{I}{10^2} = -2{,}5 + M_{V1} \approx -2{,}5 + 4{,}82 = 2{,}32$$

Toliau naudojame atstumo modulio formulę:

$$V = M_V + 5lgr - 5$$

Kadangi regimieji ryškiai turi būti vienodi

$$M_{V,B1V} + 5lg1000 - 5 = M_{V10} + 5lg\, r_{10} - 5$$

$$lg\, r_{10} = \frac{M_{V,B1V-}M_{V10}}{5} + lg1000 = \frac{-3{,}30 - 2{,}32}{5} + 3 \approx 1{,}88$$

Iš čia

$$r_{10} \approx 76\, pc$$

Panašiai samprotaudami sprendžiame antrąją dalį:

$$M_{B1V} = M_{VN} = -2{,}5lg\frac{N \cdot I}{10^2} = -2{,}5lgN - 2{,}5lg\frac{I}{10^2} = -2{,}5lgN + M_{V1}$$

Iš čia

$$lgN = 0{,}4(M_{V1} - M_{BV1}) = 0{,}4(4{,}82 + 3{,}30) = 3{,}25$$

$$N = 10^{3{,}25} \approx 1778$$

Taigi, net 1778 Saulės tipo žvaigždžių turėtų sudaryti spiečių, kad jo regimasis spindesys prilygtų vienos 10 Saulės masių pagrindinės sekos žvaigždės spindesiui.

4 uždavinys (5 taškai)

Cefeidės (tam tikro tipo kintamo spindesio žvaigždės) vidutinį absoliutinį ryškį $< M_V >$ galima rasti žinant jos spindesio kitimo periodą *P* (paromis) iš tokio sąryšio:

$$< M_V > = -3 \cdot lg(0{,}1 \cdot P) - 4{,}5$$

Stebėdamas cefeides kitose galaktikose E. Hablas atrado, kad dėl Visatos plėtimosi tolimesnės galaktikos nuo mūsų tolsta didesniu greičiu, t.y., $v = H \cdot D$, kur *H* – Hablo konstanta, *D* – galaktikos nuotolis, v - jos tolimo greitis.

Žemiau lentelėje duoti penkiose skirtingose galaktikose aptiktų cefeidžių spindesio kitimo periodai (paromis) ir jų vidutiniai regimieji ryškiai bei galaktikų, kuriose jos buvo aptiktos, raudonieji poslinkiai.

Iš pateiktų duomenų raskite cefeidžių absoliutinius ryškius, galaktikų nuotolius, jų tolimo greičius ir gautus rezultatus surašykite į žemiau duotą lentelę.

Atidėkite grafiką: galaktikos nuotolis nuo galaktikos tolimo greičio.
Iš jo nustatykite Hablo konstantą, išreikštą vienetais km/s/Mpc.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
z	0,001	0,003	0,005	0,007	0,009
P	27,9	13,6	17,4	13,8	20,2
$<m_V>$	23,4	26,2	26,4	27,6	27,7
$<M_V>$					
D (Mpc)					
v (km/s)					

Sprendimas

Apskaičiuojame cefeidžių absoliutinius ryškius:

$$< M_V >_1 = -3 \cdot lg(0{,}1 \cdot 27{,}9) - 4{,}5 \approx -5{,}8$$
$$< M_V >_2 = -3 \cdot lg(0{,}1 \cdot 13{,}6) - 4{,}5 \approx -4{,}9$$
$$< M_V >_3 = -3 \cdot lg(0{,}1 \cdot 17{,}4) - 4{,}5 \approx -5{,}2$$
$$< M_V >_4 = -3 \cdot lg(0{,}1 \cdot 13{,}8) - 4{,}5 \approx -4{,}9$$
$$< M_V >_5 = -3 \cdot lg(0{,}1 \cdot 20{,}2) - 4{,}5 \approx -5{,}4$$

Panaudodami atstumo modulio formulę randame cefeidžių (tuo pačiu ir galaktikų, kuriose jos yra) nuotolius:

$$m_v - M_V \ = \ 5 \cdot lg\, D - 5$$
$$D = \ 10^{0{,}2 \cdot (m_V - M_V) + 1}$$

$$D_1 = \ 10^{0{,}2 \cdot (23{,}4 + 5{,}8) + 1} \approx 6{,}9 \text{ Mpc}$$
$$D_2 = \ 10^{0{,}2 \cdot (26{,}2 + 4{,}9) + 1} \approx 16{,}6 \text{ Mpc}$$
$$D_3 = \ 10^{0{,}2 \cdot (26{,}4 + 5{,}2) + 1} \approx 20{,}9 \text{ Mpc}$$
$$D_4 = \ 10^{0{,}2 \cdot (27{,}6 + 4{,}9) + 1} \approx 31{,}6 \text{ Mpc}$$
$$D_5 = \ 10^{0{,}2 \cdot (27{,}7 + 5{,}4) + 1} \approx 41{,}7 \text{ Mpc}$$

Kai z < 0,1 galima taikyti $v = cz$.
Randame greičius raudonąjį poslinki daugindami iš c ≈ 300 000 km/s:

$$v_1 \approx \ 0{,}001 \times 300000 = 300$$
$$v_2 \approx \ 0{,}003 \times 300000 = 900$$
$$v_3 \approx \ 0{,}005 \times 300000 = 1500$$
$$v_4 \approx \ 0{,}007 \times 300000 = 2100$$
$$v_5 \approx \ 0{,}009 \times 300000 = 2700$$

Bendra duomenų ir rezultatų lentelė:

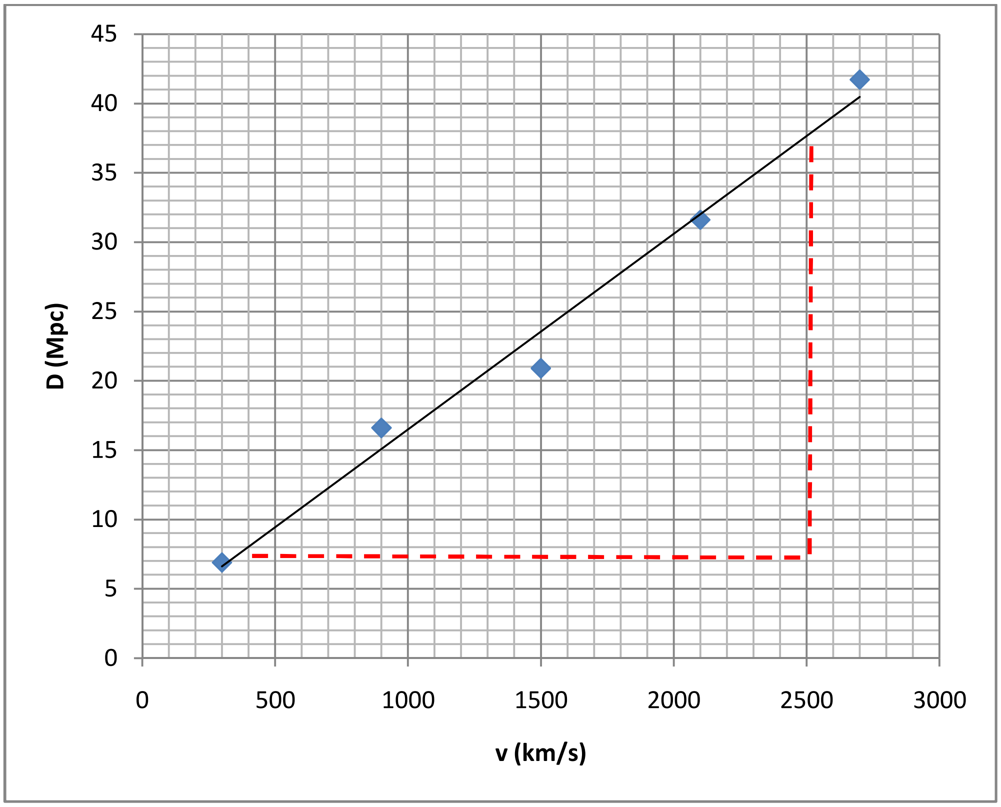
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
z	0,001	0,003	0,005	0,007	0,009
P	27,9	13,6	17,4	13,8	20,2
<m_V>	23,4	26,2	26,4	27,6	27,7
<M_V>	–5,8	–4,9	–5,2	–4,9	–5,4
D (Mpc)	6,9	16,6	20,9	31,6	41,7
v (km/s)	300	900	1500	2100	2700

Atidedame grafiko D nuo *v* taškus ir per juos priderindami išbrėžiame tiesę.

Šios tiesės polinkis (santykis v/D) yra Hablo konstanta.

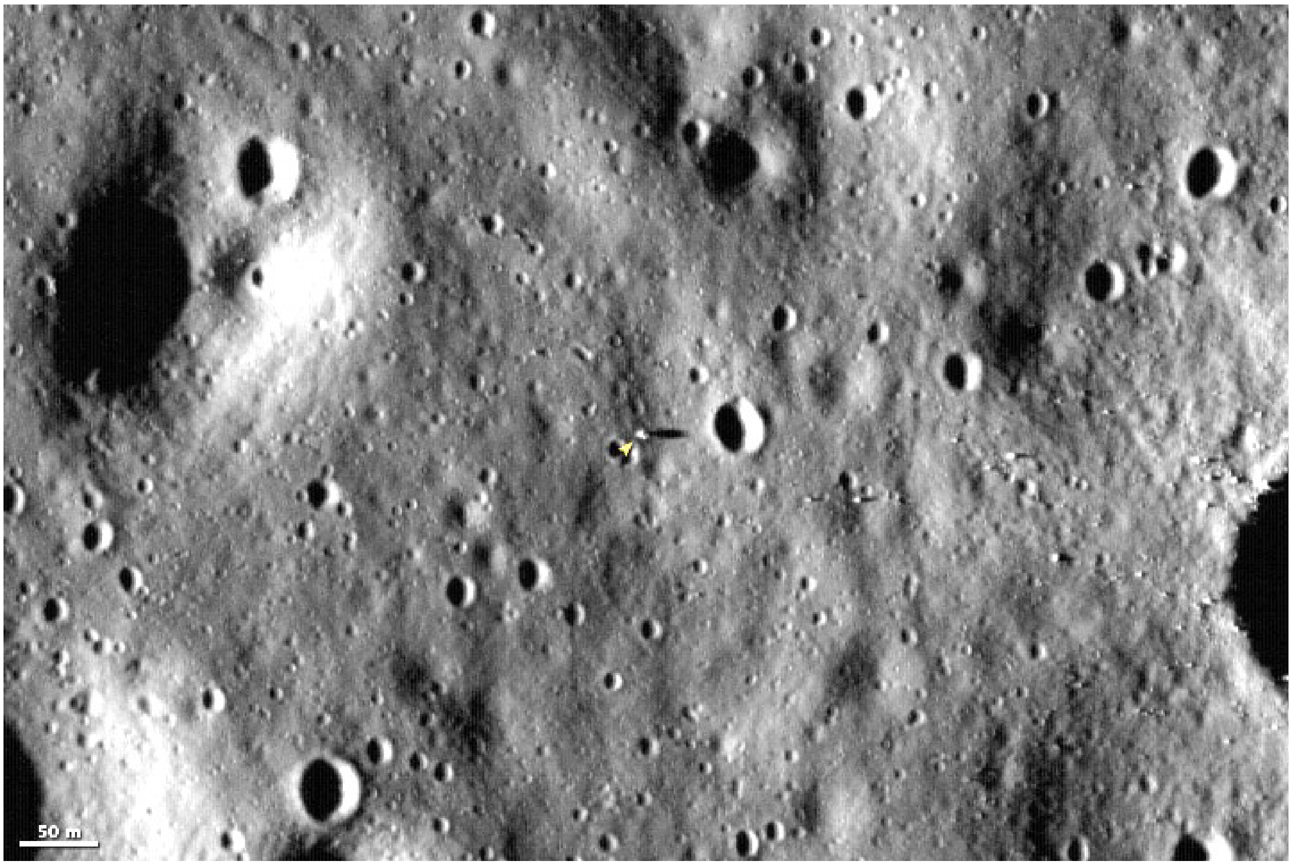
Santykiui cz/D apskaičiuoti imame cz: 2500 – 500 = 2000 ir D: 37,5 - 9,5 = 28.

Gauname: $H_0 = 2000 / 28 \approx 71$ km/s/Mpc.

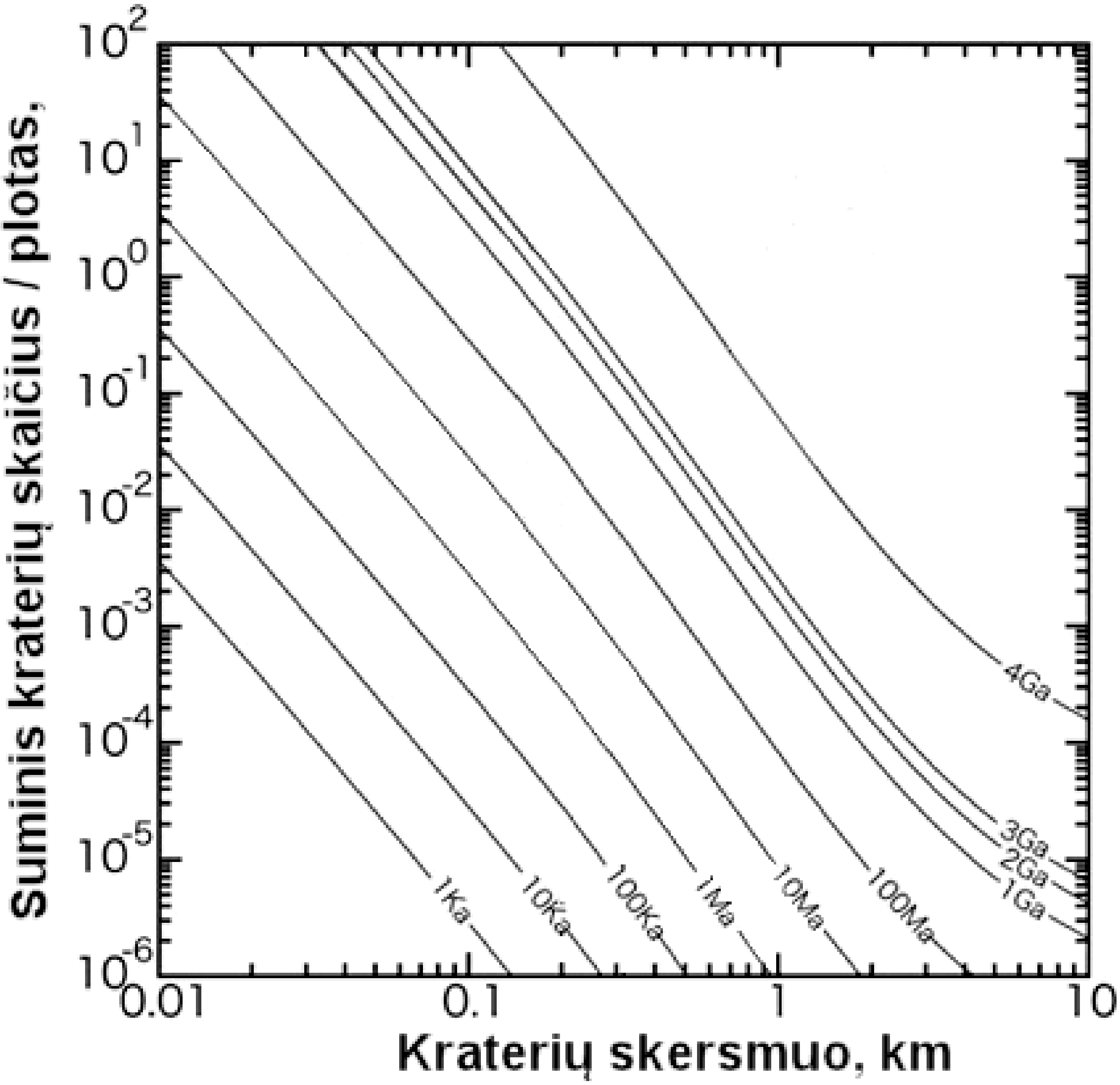


5 uždavinys (6 taškai)

2 pav. pateikta Apollo 11 nusileidimo vieta Mėnulyje, kurią nufotografavo Lunar Reconnaissance Orbiter (LRO). Nusileidimo vieta pažymėta rodyklyte. 3 pav. pateikta teorinė suminio smūginių kraterių tankio priklausomybė nuo kraterių dydžio. Suminis kraterių tankis yra kraterių skaičius ploto vienete iki tam tikro kraterio skersmens. Iš duotų duomenų prašome įvertinti smūginių kraterių, matomų 2 pav., amžių.



2 pav. : Apollo 11 nusileidimo vieta Mėnulyje.



3 pav. Suminio smūginių kraterių tankio priklausomybė nuo kraterių skersmens.
(Morota , et. al., 2009, Meteoritics & Planetary Science, v. 44(8), p. 1115-1120)

(Grafike naudojami pažymėjimai :

Ka – tūkstantis metų;

Ma – milijonas metų;

Ga – milijardas metų)

Sprendimas

Su liniuote išmatuojam nuotraukos ilgį ir plotį:

$$l = 170mm$$

$$h = 113mm$$

Ir mastelio vertė:

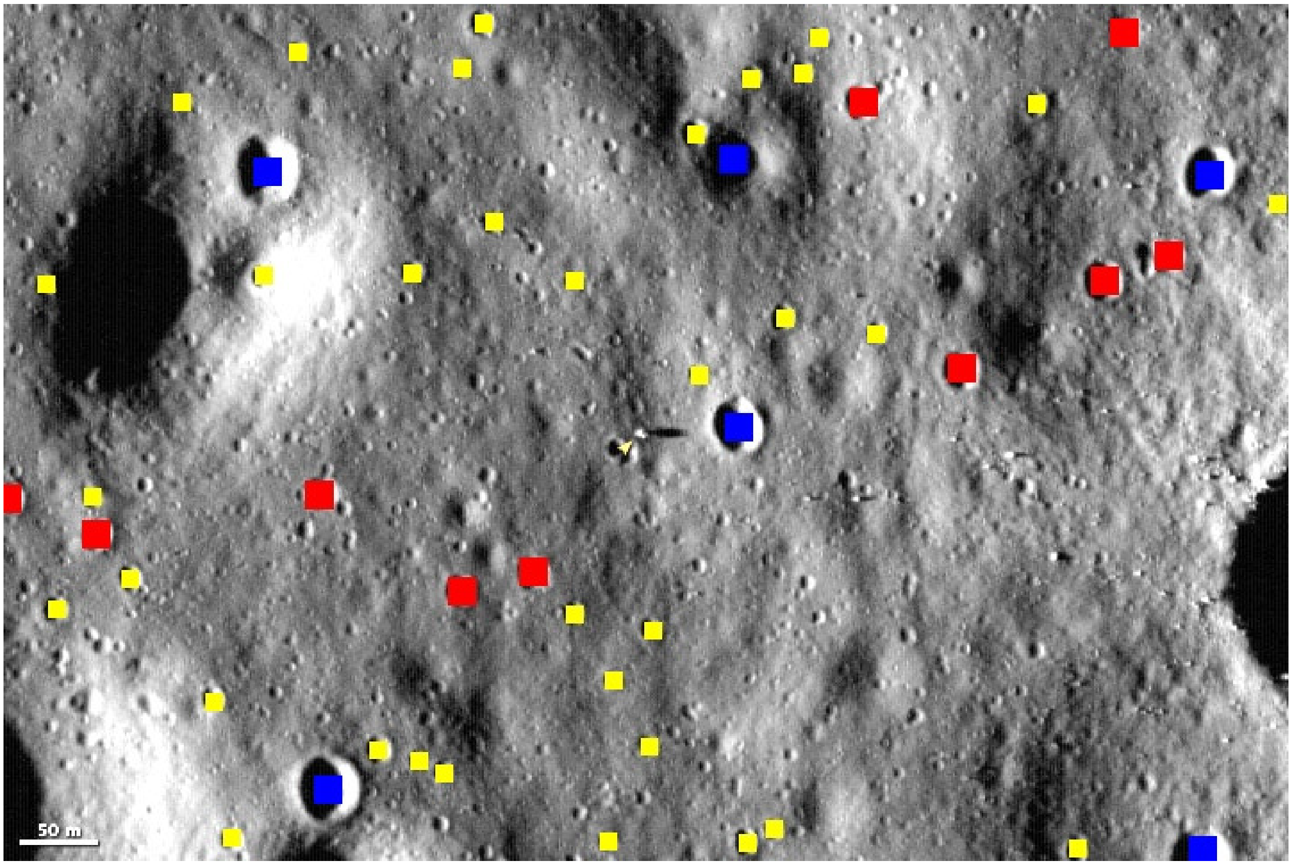
$$l_{50} = 10mm$$

Nuotraukoje matomas Mėnulio plotas bus lygus:

$$S = \frac{170}{10}50 \cdot \frac{113}{10}50 = 0{,}48km^2$$

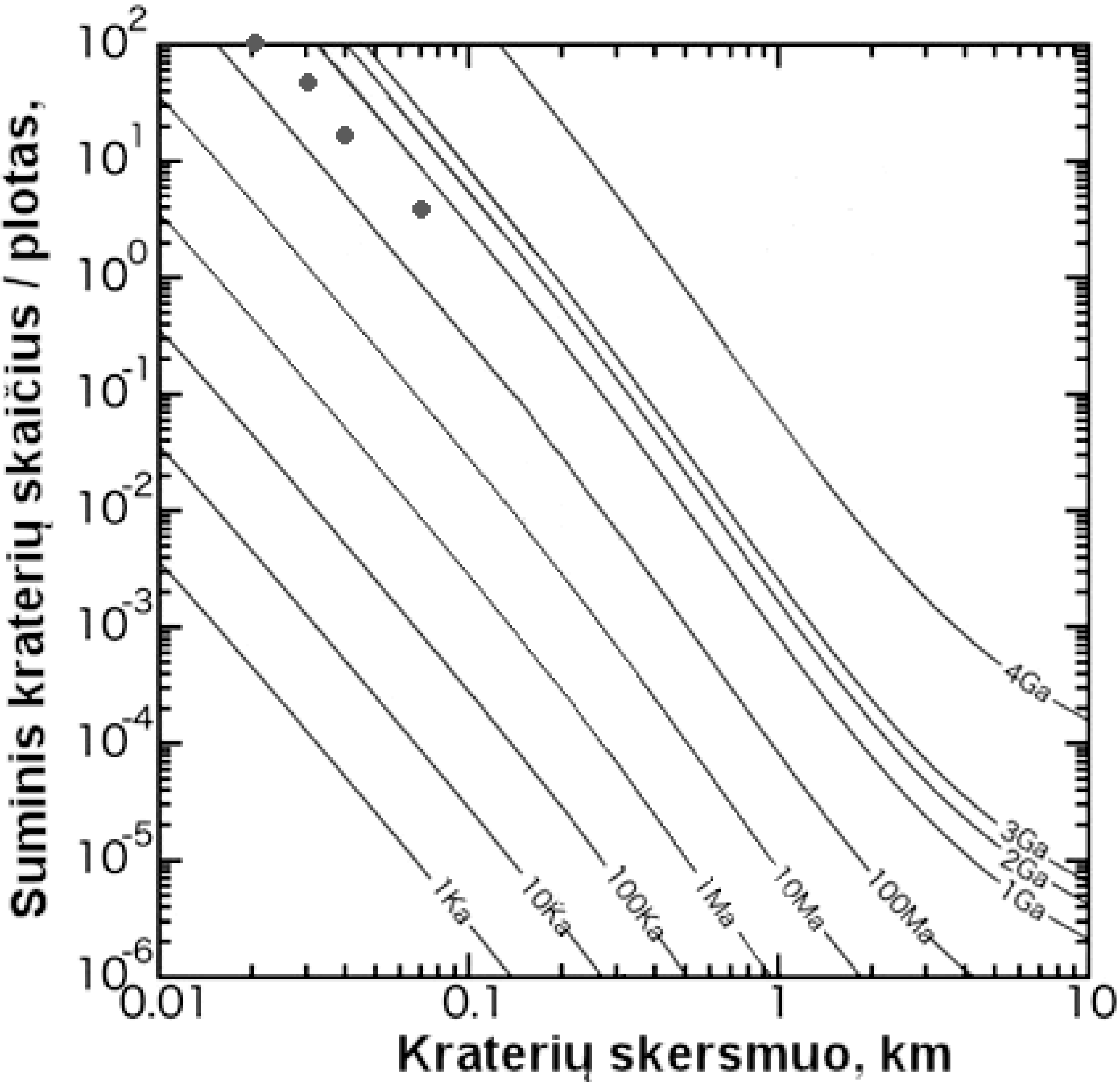
Matavimo duomenis surašome lentelėje:

skersmuo mm	Skersmuo m	N (nuotraukoje)	N/km^2
>15	> 75	2	4
>6	> 30	6+2	17
>4	> 20	10+8	38
>2,5	> 12,5	34+18	108



4 pav. : Apollo 11 nusileidimo vieta Mėnulyje su pažymėtais krateriais. Skirtingos spalvos reiškia: raudona – krateriai, kurių skersmuo > 30m, mėlyna – krateriai, kurių skersmuo > 20m, geltona – krateriai, kurių skersmuo > 12m

Atidedame rezultatus grafike:



Iš grafiko matyti, kad Mėnulio kraterių amžius yra tarp 100 – 1000 M metų.

Atsakymas: 0,1-1 milijardas metų

Lietuvos mokinių dešimtoji astronomijos olimpiada

Antras turas

X-XII klasių mokiniai

1 uždavinys (6 taškai)

1. Išspręskite trumpus uždavinius:
   a) Tą dieną, kai Saulės deklinacija buvo 9° 50′, vertikalus strypo trumpiausias metamas šešėlis buvo lygus jo ilgiui. Stebint toje pačioje vietovėje šviesią žvaigždę, esančią viršutinėje kulminacijoje 2011 m. gruodžio 25 d., buvo nustatyta, kad jos horizontinis aukštis lygus 24° 28′ 33". Vietinis žvaigždinis laikas šviesulio kulminacijos momentu buvo 6h 44m 16s, o Grinviče tuo metu pagal juostinį laiką buvo 6h 44m ryto (laiko lygtis tą dieną buvo lygi 0). Raskite apytiksles stebėjimų vietovės koordinates ir stebimos žvaigždės pusiaujines koordinates. (2 taškai)

   b) Saulės masės milžinė sudaryta iš helio (10% žvaigždės masės) ir vandenilio (likę 90%). Dalis žvaigždės energijos susidaro heliui virstant anglimi reakcijoje $3\,^{4}He \rightarrow {}^{12}C$ (trijų alfa procesas). Ši reakcija palaiko žvaigždės šviesį lygų $10 \cdot L_{S.}$ Apskaičiuokite, kiek laiko žvaigždės centre helis virs anglimi.
   Helio atominė masė m_{He} = 4,0026u
   Anglies atominė masė m_C = 12,0000u
   (2 taškai)

   c) Kosminės reliktinės spinduliuotės (KRS) fotonai susidarė daugiau kaip prieš 13 milijardų metų, kai Visata buvo 1100 kartų mažesnė. Šiuo metu KRS fotonų srauto maksimumas yra stebimas ties bangos ilgiu 1,062 mm. Ties kokiu bangos ilgiu jo maksimumas buvo KRS susidarymo metu ir kokia tuo metu buvo Visatos vidutinė temperatūra? Kokia jos temperatūra dabar? (2 taškai)

   Pastaba: Visatos plėtimąsi galima aprašyti taip: $R(t_2)/R(t_1) = z + 1$, kur z – kažkokiame erdvės taške laiko momentu t_1 išspinduliuoto fotono kitame erdvės taške laiko momentu t_2 stebimas kosmologinis raudonasis poslinkis, R – nuotolis tarp šių dviejų erdvės taškų.

Sprendimas

a) <u>Vietovės koordinatės</u>

Laikome, kad stebima šiaurės pusrutulyje, tada Saulės horizontinis aukštis: $h = 90° - \varphi + \delta = 45°$

Platuma: $\varphi = 90° - 45° + 9°50' = 54°50'$ (šiaurės)

Vietovės ilguma lygi skirtumui tarp vietos žvaigždinio laiko ir žvaigždinio laiko Grinviče.

2011 m. gruodžio 25 d. buvo praėjusios 95 paros po rudens lygiadienio - jo metu saulinis laikas ir žvaigždinis laikas sutampa, o po to kas parą žvaigždinis laikas paskuba ~4min. Todėl, kai Grinviče buvo 6 val. 44 min. sauliniu laiku, žvaigždiniu laiku buvo:

S_0 = 6h 44m + 95 × 4 min. = 6h 44m + 6h 20m = 13h 4m

Ilguma: 6h 44m – 13h 4m = –6h 20m = –95° (vakarų)

<u>Žvaigždės koordinatės</u>

Rektascensija: $\alpha = t =$ 6h 44m 16s.

Deklinacija: $\delta = h + \varphi - 90° = 24°28'33'' + 54°50' - 90° = -10°41'27''$

b) Masės defektas:

$$\Delta m = 3 \cdot m_{He} - m_C = 3 \cdot 4,0026 - 12 = 0,0078 \text{ u}$$

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0.0078 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 1,2 \cdot 10^{-12}\, J$$

Pradinės masės dalis, kuri pavirsta energija:

$$\frac{\Delta m}{3m_{He}} = \frac{0,0078}{3 \cdot 4,0026} = 0,0065$$

$$\Delta m_{visa} = 0,1 \cdot M_S \cdot \frac{\Delta m}{3m_{He}} = 0,1 \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 0,00065 = 1,3 \cdot 10^{26}\, kg$$

$$\Delta E_{visa} = \Delta m_{visa} \cdot c^2 = 1,3 \cdot 10^{26} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 1,2 \cdot 10^{43}\, J$$

$$t = \frac{\Delta E_{visa}}{10 \cdot Ls} = \frac{1,2 \cdot 10^{43}}{10 \cdot 3,8 \cdot 10^{26}} = 3,16 \cdot 10^{15}\, s \approx 100 \text{ mln. metų}$$

c) Pagal Vyno poslinkio dėsnį: $T[\text{K}] \cdot \lambda_{max}[\text{nm}] = 2{,}9 \times 10^6$ [nm·K]

Jei R_0 – Visatos dydis dabar, o R_z – jos dydis KRS susidarymo momentu, tai $\frac{R_0}{R_z} = z + 1$
Visatai plečiantis fotonų bangos ilgis dėl Doplerio efekto didėja:

$\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = z$, kur λ_0 – bangos ilgis dabar, λ – bangos ilgis išspinduliavimo momentu.

Randame pradinį KRS fotonų bangos ilgį:

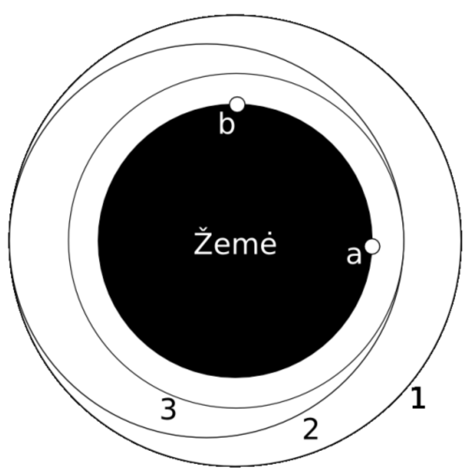
$$\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} + 1 = \frac{R_0}{R_Z} = 1100 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{1100} = \frac{1{,}062\ mm}{1100} \approx 965\ nm$$

Vidutinė Visatos temperatūra KRS susidarymo metu: $T = \frac{2{,}9 \times 10^6}{965} \approx 3000\ \text{K}$

Vidutinė Visatos temperatūra dabar: $T_0 = \frac{2{,}9 \times 10^6}{1062000} \approx 2{,}73\ \text{K}$

2 uždavinys (4 taškai)

Erdvėlaivis, kuris gabena krovinį į Tarptautinę kosminę stotį (TKS), yra išvedamas į laukimo orbitą (1 pav., 3 orbita), kuri yra 70 km žemesnė už TKS orbitą (1 orbita). TKS paleista rytų kryptimi. Būdamas virš Pietų Amerikos (taškas a) erdvėlaivis pradeda artėti prie stoties. Tarkime, kad erdvėlaivis pasieks TKS per pusę orbitinio periodo, judėdamas pereinamąja orbita (2 orbita) . Stebėtojas yra Lietuvoje (taškas b). Kur jis pamatys erdvėlaivį stoties atžvilgiu (į rytus , į vakarus, žemiau, aukščiau stoties) ? Atsakymą pagrįskite.



1 pav. TKS(1), erdvėlaivio(2) ir laukimo(3) orbitos. Žemės Šiaurės ašigalis nukreiptas į mus. TKS ir erdvėlaivis skrieja prieš laikrodžio rodyklę.

3 uždavinys (4 taškai)

Atstumas iki žvaigždės, kurios energijos pasiskirstymas spektre yra panašus kaip Saulės, yra 100 pc, o jos ryškis *V* lygus 6 mag. Planetos, besisukančios aplink žvaigždę, tankis 1,0 g/cm³. Žemės vidutinis tankis 5,5 g/cm³.
Kokiu atstumu nuo žvaigždės turi būti planeta, kad sąlygos joje, įskaitant ir laisvojo kritimo pagreitį planetos paviršiuje, būtų panašios kaip Žemėje.
Kam lygi planetos masė?

Sprendimas:

Žvaigždės absoliutinis ryškis:

$$V - M_V = 5 \cdot lg\, r - 5$$

$$M_V = V - 5 \cdot \lg r + 5 = 6 - 5 \cdot lg100 + 5 = 1 \text{ mag}$$

Tai reiškia, kad žvaigždė yra šviesesnė negu Saulė ir planeta turi būti toliau nuo žvaigždės negu Žemė nuo Saulės.

$$M_V - M_{V\odot} = -2{,}5\lg\left(\frac{L}{L_\odot}\right)$$

$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{(0{,}4(M_{V\odot} - M_V)} = 10^{0{,}4(4{,}82-1)} = 10^{1{,}528} = 33{,}73$$

$$F = \frac{L}{r^2}$$

r-planetos atstumas iki žvaigždės

$$\frac{L}{r_\odot^2} = \frac{L}{r^2}$$

$$r = r_\odot\sqrt{\frac{L}{L_\odot} = \sqrt{33{,}73}} = 5{,}8 \text{ AU}$$

Laisvojo kritimo pagreitis planetos paviršiuje:

$$g = G\frac{M}{r^2} = \frac{4}{3}\pi \cdot G \cdot R \cdot \rho$$

$$g = G\frac{M}{r^2} = \frac{4}{3}\pi \cdot G \cdot R \cdot \rho$$

$$g_{\check{Z}} = G\frac{M}{R_{\check{Z}}^2} = \frac{4}{3}\pi \cdot G \cdot R_{\check{Z}} \cdot \rho_{\check{Z}}$$

$$g = g_{\check{Z}}$$

$$\frac{4}{3}\pi \cdot G \cdot R_{\check{Z}} \cdot \rho_{\check{Z}} = \frac{4}{3}\pi \cdot G \cdot R \cdot \rho$$

Planetos spindulys:

$$R = R_{\check{Z}} \cdot \frac{\rho_{\check{Z}}}{\rho} = 5{,}5 \cdot R_{\check{Z}}$$

Planetos masė:

$$M = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi \cdot 3{,}14 \cdot (5{,}5 \cdot 6370 \cdot 10^3)^3 \cdot \left(\frac{1}{1000}\right) \cdot 10^6 = 1{,}8 \cdot 10^{26}\mathrm{kg}$$

Atsakymas: Planeta turi būti nutolusi nuo žvaigždės 5,8 AU. Planetos masė $1{,}8 \cdot 10^{26}\mathrm{kg}$.

4 uždavinys (5 taškai)

Stebint dvi artimas cefeides (A ir B) kiekvienai iš jų buvo gauti tokie duomenys: pasikartojantis kas 6 mėnesius padėties tolimų objektų atžvilgiu pokytis $\delta\theta$, spindesio kitimo periodas P ir vidutinis regimasis ryškis $<m_V>$:

	cefeidė A	**cefeidė B**
$\delta\theta$	0,1 arcsec	0,14 arcsec
P	3,16 paros	2,15 paros
$<m_V>$	-1,5 mag	-1,7 mag

a) Remdamiesi šiais duomenimis gaukite cefeidės vidutinio absoliutinio ryškio – spindesio kitimo periodo sąryšį (raskite koeficientus *a* ir *b*):

$$< M_V >= a \cdot log_{10}(0{,}1 \cdot P) + b$$

b) Žemiau lentelėje duoti penkiose skirtingose galaktikose aptiktų cefeidžių spindesio kitimo periodai (paromis) ir jų vidutiniai regimieji ryškiai bei galaktikų raudonieji poslinkiai:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
z	0,001	0,003	0,005	0,007	0,009
P	27,9	13,6	17,4	13,8	20,2
$<m_V>$	23,4	26,2	26,4	27,6	27,7

Remdamiesi a) dalyje gautu sąryšiu ir lentelėje pateiktais duomenimis raskite Hablo konstantą išreikštą vienetais km/s/Mpc.

Sprendimas

a) Iš paralakso randame cefeidžių nuotolius:

Nuotolis $D = \dfrac{2}{\delta\theta}[pc]$

$D_A = 20\ pc$, $D_B = 14.3\ pc$

Absoliutinis ryškis: $M_V = m_V - 5 \cdot lg\dfrac{D}{10}$

$< M_V >_A = -3$ mag, $< M_V >_B = -2{,}5$ mag

$< M_V >= a \cdot lg(0.1 \cdot P) + b$

$< M_V >_A - < M_V >_B = a \cdot [lg(0.1 \cdot P_A) - lg(0.1 \cdot P_B)]$

$-3 + 2{,}5 = a \cdot [lg(0.1 \cdot 3{,}16) - lg(0.1 \cdot 2{,}15)]$

$-0{,}5 = a \cdot [-0{,}5 + 0{,}668]$

$a \approx -2{,}98$

$b =< M_V > - a \cdot lg(0.1 \cdot P) = -3 + 2{,}98 \cdot -0{,}5 = -4{,}49$

Gautas sąryšis:

$< M_V >= -2{,}98 \cdot lg(0{,}1 \cdot P) - 4{,}49$

b) Pasinaudodami gautu sąryšiu ir duotais cefeidžių spindesio kitimo periodais bei vidutiniais regimaisiais ryškiais apskaičiuojame jų absoliutinius ryškius:

$< M_V >_1 = -2{,}98 \cdot lg(0{,}1 \cdot 27{,}9) - 4{,}49 \approx -5{,}8$

$< M_V >_2 = -2{,}98 \cdot lg(0{,}1 \cdot 13{,}6) - 4{,}49 \approx -4{,}9$

$< M_V >_3 = -2{,}98 \cdot lg(0{,}1 \cdot 17{,}4) - 4{,}49 \approx -5{,}2$

$< M_V >_4 = -2{,}98 \cdot lg(0{,}1 \cdot 13{,}8) - 4{,}49 \approx -5{,}8$

$< M_V >_5 = -2{,}98 \cdot lg(0{,}1 \cdot 20{,}2) - 4{,}49 \approx -5{,}4$

Panaudodami atstumo modulio formulę randame cefeidžių (tuo pačiu ir galaktikų, kuriose jos yra) nuotolius:

$m_v - M_V = 5 \cdot lg\, D - 5$

$D = 10^{0{,}2\cdot(m_V - M_V)+1}$

$D_1 = 10^{0{,}2\cdot(23{,}4+5{,}8)+1} = 10^{6{,}84} \approx 6{,}9\ \text{Mpc}$

$D_2 = 10^{0{,}2\cdot(26{,}2+4{,}9)+1} = 10^{7{,}22} \approx 16{,}6\ \text{Mpc}$

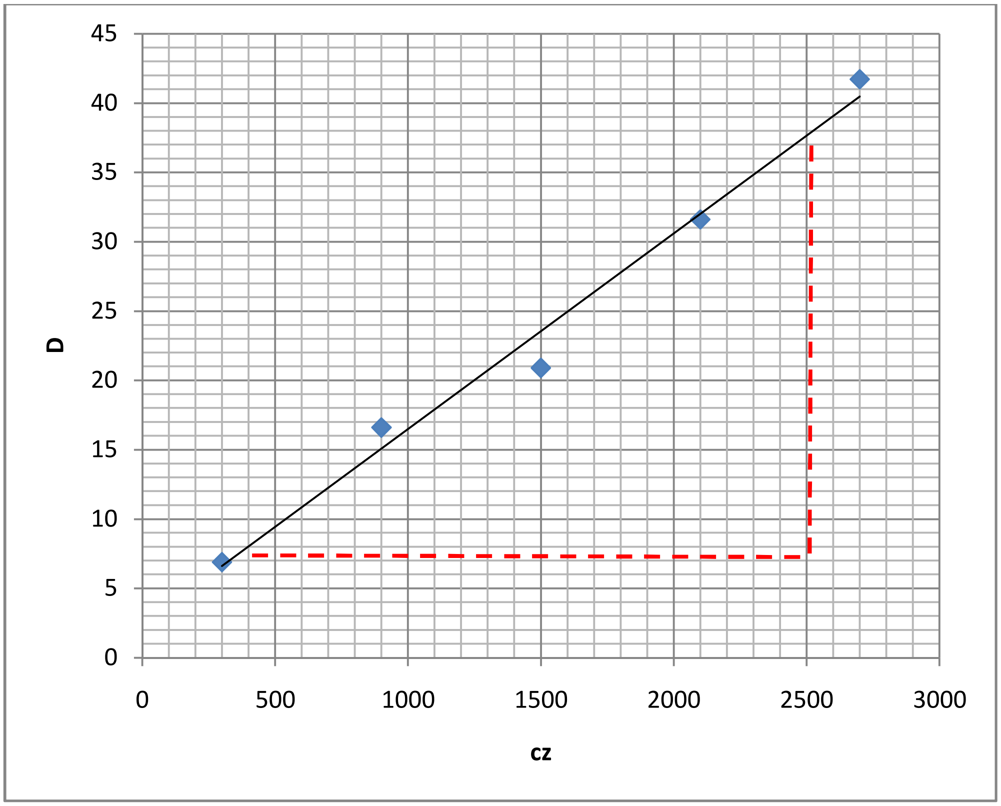
$D_3 = 10^{0{,}2\cdot(26{,}4+5{,}2)+1} = 10^{7{,}32} \approx 20{,}9\ \text{Mpc}$

$D_4 = 10^{0{,}2\cdot(27{,}6+4{,}9)+1} = 10^{7{,}50} \approx 31{,}6\ \text{Mpc}$

$D_5 = 10^{0{,}2\cdot(27{,}7+5{,}4)+1} = 10^{7{,}62} \approx 41{,}7\ \text{Mpc}$

Pagal Hablo dėsnį: $H = v/D$.   Kai $z < 0{,}1$ galima taikyti $v \equiv cz$.

Atidedame D nuo cz taškus ir per juos priderindami išbrėžiame tiesę.
Šios tiesės polinkis (santykis cz/D) ir yra Hablo konstanta.
Santykiui cz/D apskaičiuoti imame cz: 2500 – 500 = 2000 ir D: 37,5 - 9,5 = 28.
Gauname: $H_0 = 2000 / 28 \approx 71$ km/s/Mpc.



Hablo konstantai surasti būtina panaudoti grafiką. Skaičiuojant Hablo konstantą kaip individualių galaktikų cz/D vidurkį, ji gaunama ~15% mažesnė:

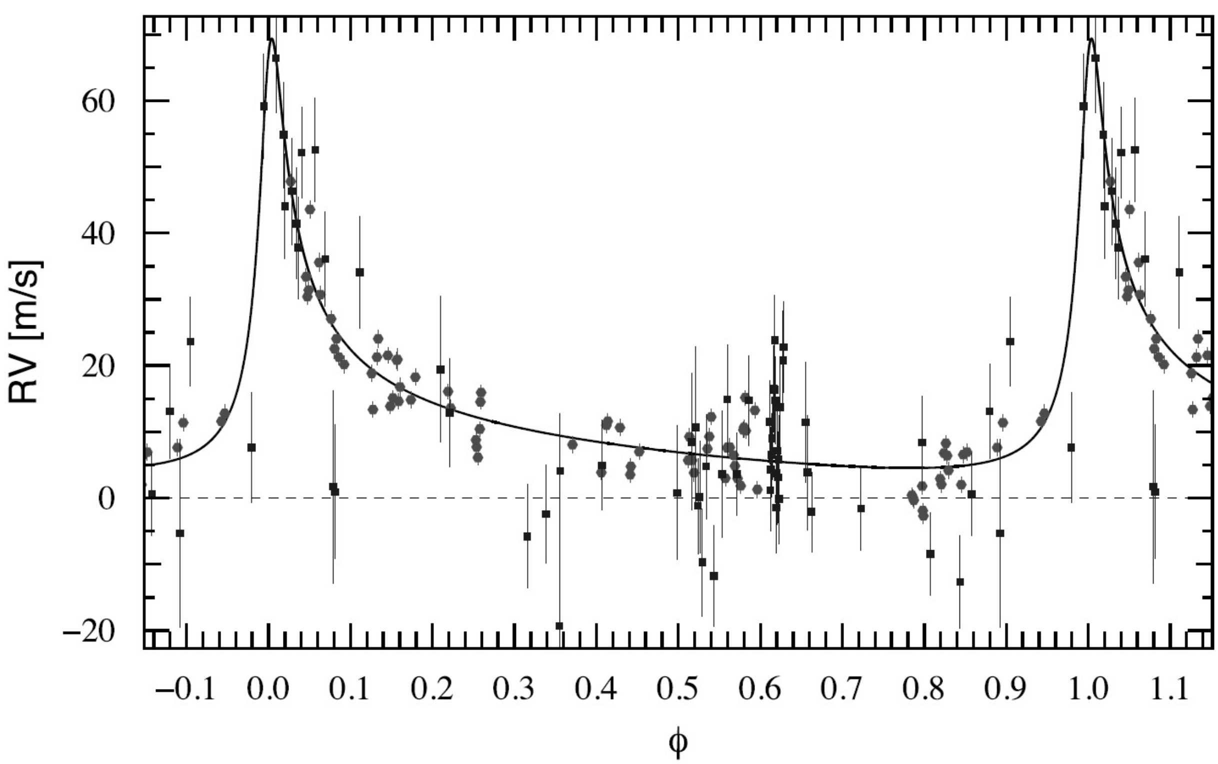
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
cz (km/s)	300	900	1500	2100	2700
D (Mpc)	6,9	16,6	20,9	31,6	41,7
cz/D	43,5	54,2	71,8	66,5	64,8

Vidurkis: ~60,2 km/s/Mpc

5 uždavinys (6 taškai)

Aplink F8V spektrinio tipo žvaigždę, kurios regimasis ryškis stebint iš Žemės lygus 7,5 mag, sukasi planeta. Kai planeta skrieja per apoastrą, joje esančiam stebėtojui žvaigždės regimasis skersmuo lygus 3,6 kampinių minučių. Tarkime, kad Žemėje esančiam stebėtojui planetos orbita yra statmena dangaus sferai (orbitos posvyris $i = 90°$), o jos periastras yra planetos orbitos plokštumos ir dangaus sferos susikirtimo tiesėje (periastro ilguma $\omega = 0°$). 2 pav. pateikta žvaigždės, aplink kurią skrieja planeta, radialinių greičių kitimo kreivė, gauta stebint iš Žemės. Apskaičiuokite, kokiuose rėžiuose svyruoja žvaigždės regimasis ryškis stebint ją iš planetos.

Žvaigždės duomenys:
Masė $M_{žv} = 1{,}05 M_{\odot}$
Efektinė temperatūra $T_{žvef} = 6000K$
Gravitacijos pagreitis žvaigždės paviršiuje lygus gravitacijos pagreičiui Saulės paviršiuje.



2 pav. Žvaigždės radialinio greičio kitimo matavimai gauti su CORALIE ir HARPS matuokliais. Kreivė žymi priderintą teorinį žvaigždės radialinio greičio RV kitimą, Φ – kitimo periodo fazė. Sistemos masės centro radialinis greitis lygus 10m/s (X. Dumusque ir kt., A&A, 535, 55, 2011).

Sprendimas

Žvaigždės ir Saulės ryškių skirtumas yra

$$m_{žv} - m_{\odot} = -2{,}5\lg\left(\frac{J_{žv}}{J_{\odot}}\right) \ (1)$$

Išsireiškime žvaigždės spindesį Žemės paviršiuje iš 1 formulės

$$J_{žv} = J_{\odot}10^{\frac{m_{žv}-m_{\odot}}{-2{,}5}} \ (2)$$

Čia$m_{\odot}$ - Saulės regimasis ryškis iš Žemės, $J_{\odot}$ - Žemę pasiekiantis Saulės energijos srautas.

Suskaičiuokime žvaigždės regimąjį ryškį stebint žvaigždę , kai planeta apoastre

$$m_{žv} - m_a = -2{,}5\lg\left(\frac{J_{žv}}{J_a}\right) \ \rightarrow \ m_a = \ 2{,}5\lg\left(\frac{J_{žv}}{J_a}\right) + m_{žv} \ (3)$$

m_a - žvaigždės regimasis ryškis stebint iš apoastro, J_a–žvaigždės spindesys planetos paviršiuje.

$$J_a = \frac{L_{žv}}{4\pi d_a^2} = \frac{4\pi R_{žv}^2 \sigma T_{žv\ eff}^4}{4\pi d_a^2} = \frac{R_{žv}^2 \sigma T_{žv\ eff}^4}{d_a^2} \ (4)$$

$d_a -$ planetos atstumas nuo žvaigždės apoastre.

Žvaigždės spindulys$R_{žv} = \tan(a_a)d_a$, kur a_a yra žvaigždės regimasis spindulys planetai esant apoastre, tai$d_a = \frac{R_{žv}}{\tan(a_a)}(5)$

Apskaičiuojame žvaigždės spindulį. Kadangi gravitacijos pagreitis žvaigždės paviršiuje bus lygus:

$$g_{žv} = \frac{GM_{žv}}{R_{žv}^2}$$

Tuomet žvaigždės spindulys bus lygus:

$$\frac{R_{žv}}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{M_{žv}}{M_{\odot}} \cdot \frac{g_{\odot}}{g_{žv}}} = \sqrt{1.05} = 1.02R_{\odot}$$

Įstatę į 5 bei 4 formules, turime:

$$m_a = 2{,}5\lg\left(\frac{J_{\odot}10^{\frac{m_{žv}-m_{\odot}}{-2{,}5}}\left(\frac{R_{žv}}{\tan(a_a)}\right)^2}{R_{žv}^2\sigma T_{žveff}^4}\right) + m_{žv}$$

$$= 2{,}5lg\left(\frac{1368{,}2\cdot 10^{\frac{7.5+26.7}{-2.5}}\cdot\left(\frac{1{,}02\cdot 6.955\cdot 10^8}{\tan\left(\frac{3{,}6}{60}\right)}\right)^2}{(1{,}02\cdot 6{,}955\cdot 10^8)^2\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot(6000)^4}\right) + 7{,}5 = -23.6\text{ mag}\quad(6)$$

Didžiausia žvaigždės ryškis bus periastre. Ieškome atstumo tarp žvaigždės ir planetos. Pagal antrą Keplerio dėsnį planetos spindulys-vektorius per lygius laiko tarpus brėžia lygius plotus

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{S_1}{S_2}\quad(7)$$

Planetai esant apoastre taške per labai mažą laiko tarpą dt planeta nukeliauja kelią$ds = v_{min}dt$ (v_{min}- greitis afelyje). Plotas, kurį nubrėš planetos spindulys-vektorius, bus apytiksliai lygus stačiojo trikampio plotui, kurio vienas statinis yra ds, o kitas d_a, tai iš (7) formulės gauname

$$\frac{dt}{P} = \frac{v_{min}dtd_a}{2\pi ab}\quad(8)$$

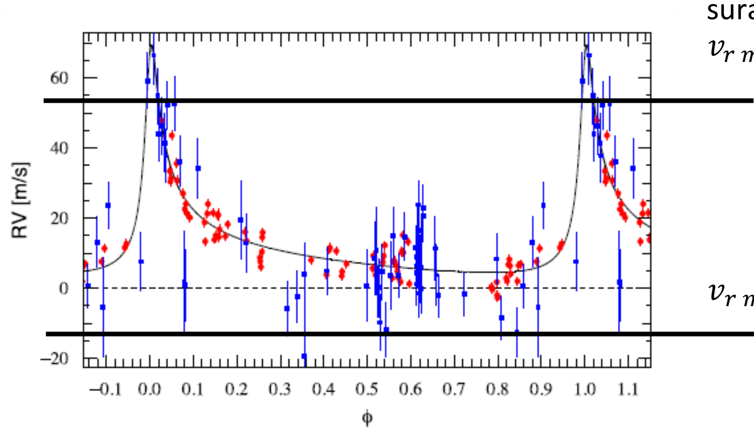
P – planetos apsisukimo periodas, *a* ir *b* planetos orbitos pusašiai. Žinome, kad $\boldsymbol{d_a} = \mathbf{a(1+\varepsilon)}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$– orbitos ekscentricitetas. Įsistačius ir išsireiškus *b* gausime

$$\boldsymbol{b = \frac{v_{min}(1+\varepsilon)P}{2\pi}\quad(9)}$$

Analogiškai, periastrui gauname

$$\boldsymbol{b = \frac{v_{max}(1-\varepsilon)P}{2\pi}\quad(10)}$$

Kadangi sąlygoje duota, kad periastro ilguma $\omega = 0°$, o orbitos posvyris $i = 90°$, vadinasi apoastro ir periastro taškuose planetos orbitos greitis sutaps planetos radialiniu greičiu ir atitinkamai žvaigždės orbitinis greitis sutaps su žvaigždės radialiniu greičiu. Iš duoto žvaigždės radialinio greičio kitimo kreivės galime surasti planetos greitį apoastre ir periastre:



$v_{r\,max}$~70m/s

$v_{r\,min}$~5m/s

Tuomet žvaigždės orbitinis greitis, planetai esant periastre bus lygus:

$$v_{min} = v_0 - v_{r\ min} = 5m/s$$

Atitinkamai žvaigždės orbitinis greitis, planetai esant apoastre bus lygus:

$$v_{max} = v_{r\ max} - v_0 = 60m/s$$

Kai žinomos dvinarės sistemos abiejų narių greičių kreivės, bus teisinga:

$$v_{\min pl} = v_{min}\frac{M_{žv}}{M_{pl}} = (13)$$

$$v_{\max pl} = v_{max}\frac{M_{žv}}{M_{pl}}\ (14)$$

Sulyginus (9) ir (10) formules ir išsireiškus ε gauname:

$$\varepsilon = \frac{v_{\max pl} - v_{\min pl}}{v_{\max pl} + v_{\min pl}}\ (11)$$

Įsistatę į (11) formulę, gauname, kad $\varepsilon = 0{,}85$

$$m_p - m_a = -2{,}5 \lg\left(\frac{J_p}{J_a}\right) \ \rightarrow\ m_p = -\ 2{,}5 \lg\left(\frac{\frac{L_{žv}}{4\pi d_p^2}}{\frac{L_{žv}}{4\pi d_a^2}}\right) + m_a\ = -2{,}5lg\left(\frac{d_a^2}{d_p^2}\right) + m_a\ (15)$$

m_p, d_p, J_p– žvaigždės regimasis ryškis, atstumas iki jos ir žvaigždės spindesys planetoje, kai planeta yra periastre. Žinodami, kad periastre atstumas$d_{per} = \mathrm{a}(1-\varepsilon)$,o apoastro $d_a = \mathrm{a}(1+\varepsilon)$, tai žvaigždės ryškis stebint iš planetos bus:

$$m_p = -2{,}5lg\left(\frac{a^2(1+\varepsilon)^2}{a^2(1-\varepsilon)^2}\right) + m_a = -2{,}5\cdot 2\lg\left(\frac{1+0{,}85}{1-0{,}85}\right) - 23{,}6 = -29{,}1\mathrm{mag}$$

Atsakymas: Žvaigždės regiamasis ryškis svyruoja tarp –23,6 mag ir –29,1 mag.