

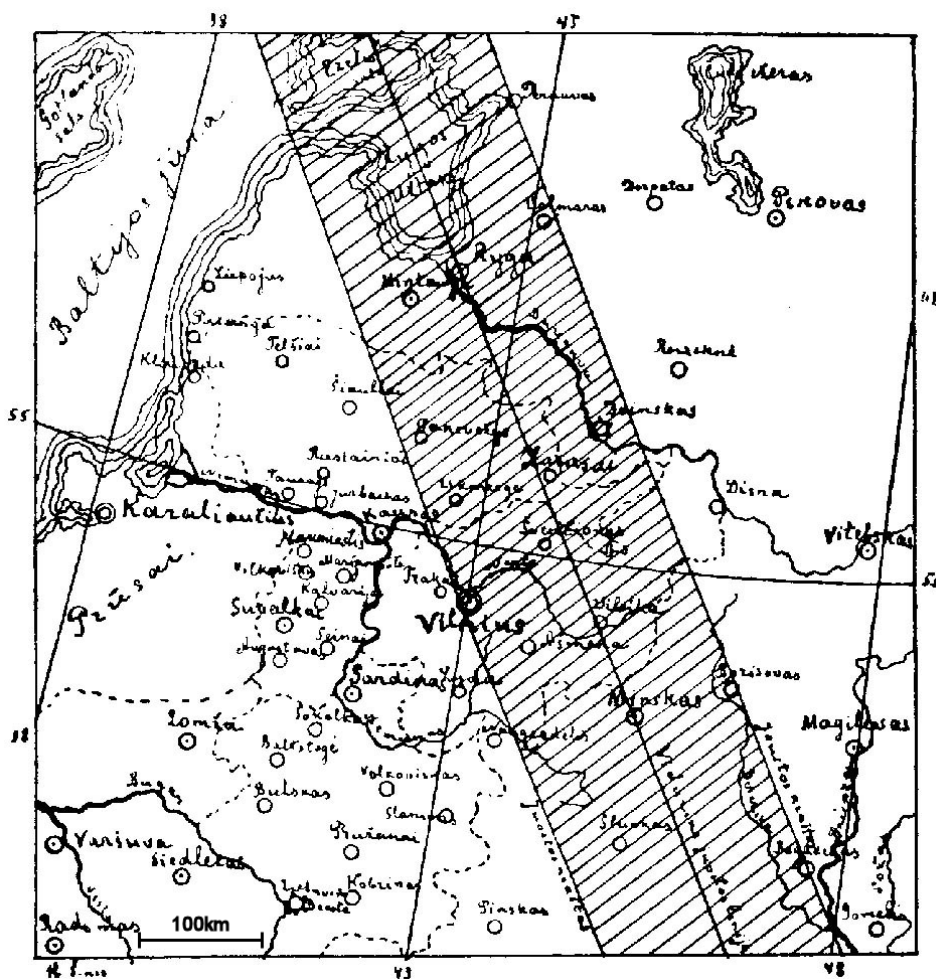
# Lietuvos mokinių dvyliktoji astronomijos olimpiada

## Pirmas turas

### X-XII klasių mokiniai

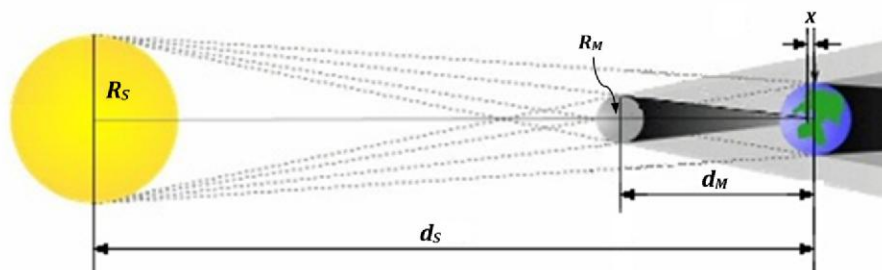
#### 1 uždavinys

Žemiau pateiktas Lietuvoje matyto visiško Saulės užtemimo žemėlapis. Brūkšniuota juosta žymi Mėnulio šešėlio uždengiamą Žemės paviršiaus plotą. Žinodami, kad užtemimo metu atstumas tarp Žemės ir Saulės buvo 1,01145 au, apskaičiuokite atstumą iki Mėnulio šio užtemimo metu. Į Žemės paviršiaus išgaubtumą žemėlapyje neatsižvelkite. Laikykite, kad Saulės spindulys  $R_S=695\,600$  km, Mėnulio spindulys  $R_M=1740$  km ir Žemės spindulys  $R_Z=6370$  km.



Pav. Lietuvoje vykusio visiško Saulės užtemimo žemėlapis

*Sprendimas*

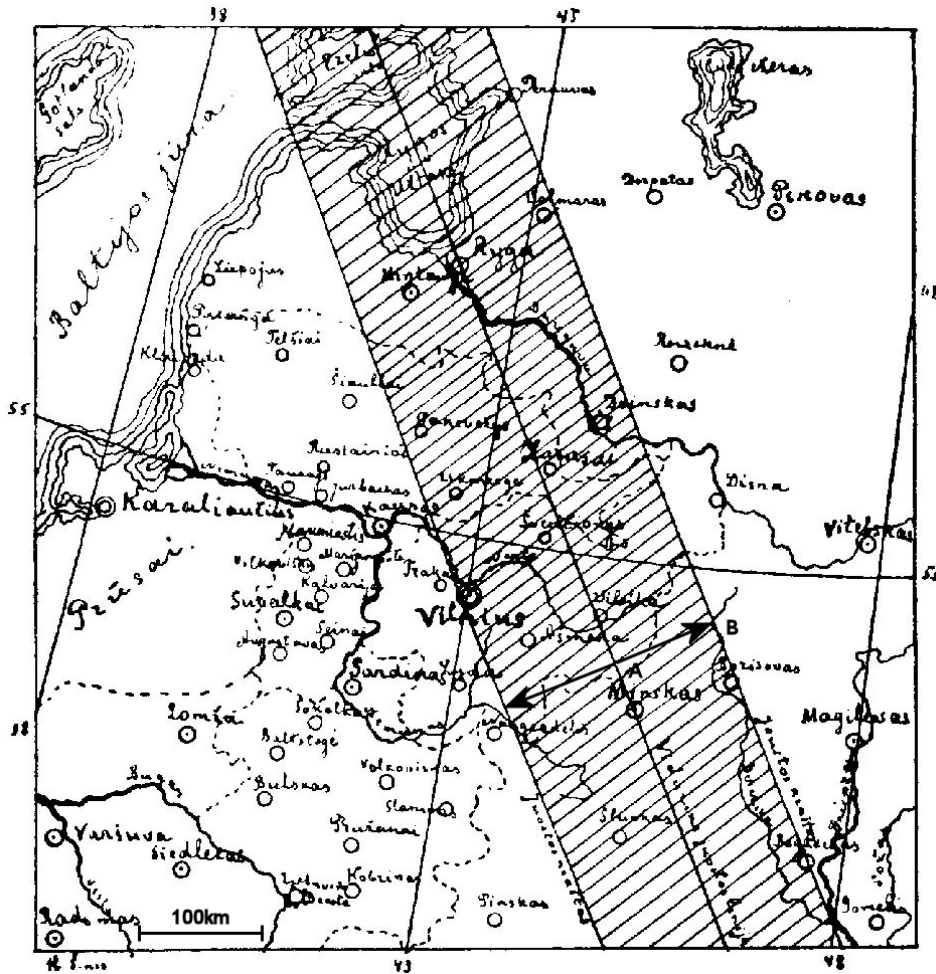


Čia:

Saulės spindulys  $R_S = 695\,600\text{ km}$

Žemės spindulys  $d_Z = 12\,756\text{ km} / 2 = 6370\text{ km}$

Mėnulio spindulys  $R_M = 3474\text{ km} / 2 = 1740\text{ km}$



Atstumas nuo Žemės iki Saulės bus:

$$d_s = 1,01145\text{ au} \times 149\,597\,870\text{ km} = 151310766\text{ km}$$

Iš žemėlapio nustatome šešėlio spindulį:

$$r = 90\text{ km}$$

Iš panašių trikampių gauname:

$$\frac{R_S}{d_s - x} = \frac{r}{d_Z - x}$$

$$x = \frac{R_S d_Z - r d_s}{R_S - r} = d_Z - r \frac{d_s}{R_S} = -13207\text{ km}$$

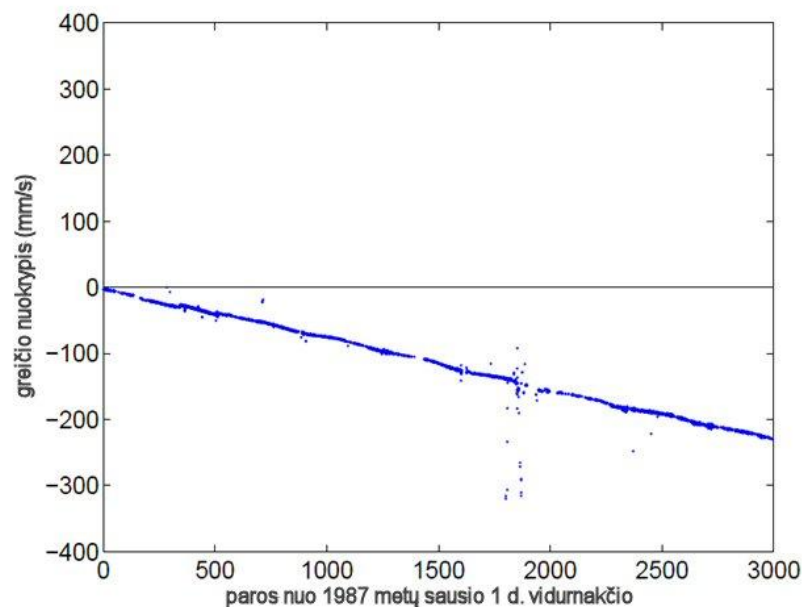
$$\frac{R_M}{d_m - x} = \frac{r}{d_Z - x}$$

$$d_m = \frac{R_M (d_Z - x) + r x}{r} = 365300\text{ km}$$

Ats.:  $365300\text{ km} = 0,0024\text{ au}$

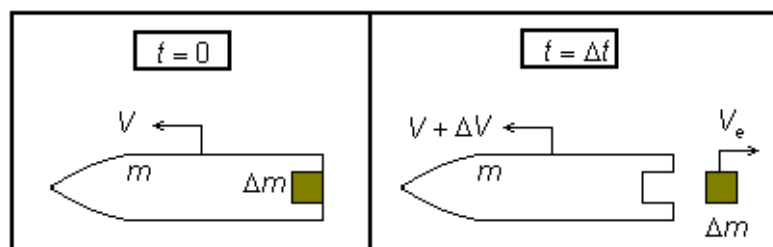
## 2 uždavinys

Kai automatiniai erdvėlaiviai „Pioneer 10“ ir „Pioneer 11“ nutolo nuo Žemės daugiau kaip 20 au, mokslininkai pastebėjo keistą reiškinį – šių erdvėlaivių judėjimo greitis šiek tiek skyrėsi nuo greičio, koks turėtų būti, jei erdvėlaivius veiktų vien Saulės gravitacinis laukas. Žemiau pateiktame grafike pavaizduoti duomenys, kiek erdvėlaivio tikrasis greitis skyrėsi nuo to greičio, kurį jis turėtų, jei judėtų vien tik Saulės gravitacinio lauko įtakoje. Nustatykite, ar šią greičių anomaliją galima paaiškinti radioizotopinio termoelektrinio generatoriaus dujų nuotėkiu, jei žinoma, kad 1 kg plutonio ( $^{238}\text{Pu}$ ) pagamina 0,132 g helio per metus. Generatoriuje iš viso buvo 4,6 kg plutonio. Telemetrijos duomenys rodė, kad generatoriaus temperatūra siekė 433 K. Tokioje temperatūroje helio pabėgimo greitis lygus 2,13 km/s. Viso erdvėlaivio masė 250 kg.



Pav. Erdvėlaivio „Pioneer“ judėjimo greičio nuokrypis nuo greičio, kurį turėtų erdvėlaivis, jei jį veiktų tik Saulės gravitacinis laukas

### Sprendimas



Iš judesio kiekio tvermės dėsnio:

$$mv + \Delta mv = m(v + \Delta v) + \Delta m v'_e$$

čia  $v$  – raketos greitis laiko momentu  $t_0$ ,  $v + \Delta v$  – raketos greitis laiko momentu  $t_0 + \Delta t$ ,  $v_e$  – išmetamų dujų greitis laiko intervale  $\Delta t$ ,  $m + \Delta m$  – raketos masė laiko momentu  $t_0$ ,  $m$  – raketos masė laiko momentu  $t_0 + \Delta t$ . Tuomet išmetamų dujų greitis bus lygus raketos greičio pokyčiui:

$$v_e = v - v'_e$$

Ištačius turime:

$$m\Delta v = \Delta m v_e$$

Iš čia turime:

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = v_e \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

Tuomet raketos pagreitis bus lygus:

$$a = v_e \frac{dm}{dt}$$

Tuomet termoelektros generatoriaus generuojamas palydovo pagreitis bus lygus:

$$a = 2130 \frac{0.132 \cdot 4.6 \cdot 10^{-3}}{250 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600} = 1.6 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$$

Antra vertus iš grafiko apskaičiuotas (stebimas) palydovo pagreitis:

$$a_a = \frac{230 \cdot 10^{-3}}{3000 \cdot 24 \cdot 3600} = 8.9 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$$

Taigi, termoelektros generatoriaus generuojamas pagreitis yra žymiai mažesnis nei stebimas palydovų pagreitis, t.y. radioaktyvaus elemento nuotėkis nepaaiškina erdvėlaivio pagreičio priežasties.

### **3 uždavinys**

2014 m. sausio mėn. galaktikoje M82 (atstumas nuo Žemės 3,5 Mpc) buvo pastebėta supernova, vėliau pavadinta supernova 2014J. Vasario mėn. pradžios stebėjimai parodė, kad supernova pasiekė spindesio maksimumą, kurio metu jos regimasis ryškis buvo lygus 10,5. Nustatyta, kad jos spindesį maždaug 2 ryškiais susilpnina galaktikos M82 tarpžvaigždinė ekstinkcija. Apskaičiuokite, koks būtų šios supernovos ryškis spindesio maksimume, jei ji būtų sužibusi mūsų Galaktikos Sietyno žvaigždžių spiečiuje. Sietyno žvaigždžių spiečiaus nuotolis nuo Žemės 120 pc, o tarpžvaigždinė ekstinkcija šio spiečiaus kryptimi nežymi. Gautą ryškio vertę palyginkite su Mėnulio ryškiu pilnaties fazėje.

*Sprendimas*

Supernovos regimasis ryškis spindesio maksimume

$$m = M + 5 \log r - 5 + A$$

Čia  $M$  – supernovos absoliutusias ryškis,  $r$  – jos atstumas,  $A$  – tarpžvaigždinė ekstinkcija supernovos kryptimi.

Apskaičiuojame supernovos absoliutųjį ryškį

$$M = m - 5 \log r + 5 - A$$

$$M = 10,5 - 5 \log(3,5 \times 10^6) + 5 - 2 = -19,2$$

Jei supernova būtų Sietyno spiečiaus nuotolyje, tai jos regimasis ryškis spindesio maksimume būtų lygus

$$m = -19,2 + 5 \log 120 - 5 = -13,8$$

Mėnulio regimasis ryškis pilnaties fazėje lygus  $-12,7$ . Taigi supernovos spindesys būtų beveik 3 kartus didesnis už Mėnulio pilnaties spindesį.

#### 4 uždavinys

O spektrinės klasės žvaigždę, kurios efektinė temperatūra  $T=38500$  K ir spindulys  $R=1,56 \times 10^7$  km, supa plonas sferiškas tarpžvaigždinių dulkių apvalkalas, kurio spindulys  $0,02$  pc. Apskaičiuokite apvalkale esančios dulkės temperatūrą, laikydami, kad dulkes kaitina tik žvaigždės spinduliuotė. Kokiam bangos ilgyje dulkės spinduliuos daugiausiai energijos?

*Sprendimas*

Remiantis Stefano ir Bolcmano dėsnio žvaigždės šviesis lygus

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Čia  $R$  – žvaigždės spindulys,  $T$  – jos efektinė temperatūra.

Žvaigždės spindesys apvalkalo nuotolyje:

$$J = \frac{L}{4\pi d^2} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi d^2} = \sigma T^4 \frac{R^2}{d^2}$$

Čia  $d$  – apvalkalo spindulys.

Tarkime, kad dulkės spindulys  $a$ . Dulkių apvalkalo nuotolyje dulkės sugeriamos energijos kiekis per  $1$  s lygus

$$E_a = \pi a^2 J = \pi a^2 \sigma T^4 \frac{R^2}{d^2}$$

Dulkė, sugerdama žvaigždės spinduliuotę, išils iki temperatūros  $T_d$ . Ji spinduliuos energiją visomis kryptimis

$$E_r = 4\pi a^2 \sigma T_d^4$$

Dulkės sugeriamos ir išspinduliuojamos energijos kiekiai per  $1$  s turi būti lygūs

$$E_a = E_r$$

Tuo pasiremami apskaičiuojame dulkės temperatūrą

$$\pi a^2 \sigma T^4 \frac{R^2}{d^2} = 4\pi a^2 \sigma T_d^4$$

$$T_d = T \sqrt{\frac{R}{2d}}$$

$$T_d = 38500 \sqrt{\frac{1,56 \times 10^{10}}{2 \times 0,02 \times 3,086 \times 10^{16}}} \approx 137 \text{ K}$$

Bangos ilgį, ties kuriuo bus spinduliuojama daugiausiai energijos, apskaičiuojame pagal Wien poslinkio dėsnį:

$$\lambda_{\max} T_d = 0,0029 \text{ (K} \times \text{m)}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{0,0029}{137} = 2,1 \times 10^{-5} \text{ m} = 2,1 \mu\text{m}$$

**Ats.:** Dulkės temp.:  $137$  K;  $\lambda_{\max} = 2,1 \mu\text{m}$ .

#### 5 uždavinys

Stebime kvazarą, kurio regimasis ryškis lygus  $12$ . Iš raudonojo poslinkio nustatyta, kad jo tolumo nuo Saulės greitis lygus  $44160$  km/s. Kiek apytiksliai kartų šis kvazaras yra šviesesnis už mūsų Galaktiką, jei jos absoliutinis ryškis lygus  $-21$ ? Hablo konstanta lygi  $69$  km/(s×Mpc).

### Sprendimas

1 variantas. Laikome, kad duotas vizualinis ryškis įskaičius korekcijas dėl Visatos plėtimosi, o tarpžvaigždinė ekstinkcija lygi nuliui.

$$\text{Nuotolis iki kvazaro } d = \frac{v}{H} = \frac{44160}{69} = 640 \text{ Mpc.}$$

$$\text{Absoliutinis kvazaro ryškis } M_q = 5 - 5 \log d + m = 5 - 5 \log(640 \cdot 10^6) + 12 = -27 \text{ mag}$$

Kvazaro ir Paukščių Tako galaktikos absoliučiąjų ryškių skirtumas

$$\Delta M = M_q - M_{MW} = (-27) - (-21) = -6$$

Šių objektų šviesių santykis

$$\Delta M = -2,5 \log \frac{L_q}{L_{MW}}$$
$$\frac{L_q}{L_{MW}} = 10^{\frac{\Delta M}{2,5}} = 10^{2,4} \approx 250 \text{ kartų}$$

**Ats.:** Kvazaras šviesesnis už mūsų galaktiką apie 250 kartų

2 variantas. Laikome, kad duotas vizualinis ryškis, kuris nėra pakoreguotas dėl Visatos plėtimosi poveikio, o tarpžvaigždinė ekstinkcija ir K-korekcija laikome lygiais nuliui.

Raudonojo poslinkio skaičiavimas:

$$\frac{v}{c} = \ln(z+1); \quad z+1 = e^{v/c} = 1,16$$

Kvazaro regimasis ryškis įskaičius Visatos plėtimosi efektą:

$$m_s = m - 5 \log(z+1) = 12 - 5 \log 1,16 = 11,68$$

Absoliutinis kvazaro ryškis

$$M_q = 5 - 5 \log d + m_s = 5 - 5 \log(640 \cdot 10^6) + 11,68 = -27,35 \text{ mag}$$

Kvazaro ir Paukščių Tako galaktikos absoliučiąjų ryškių skirtumas

$$\Delta M = M_q - M_{MW} = (-27,35) - (-21) = -6,35$$

Šių objektų šviesių santykis

$$\Delta M = -2,5 \log \frac{L_q}{L_{MW}}$$
$$\frac{L_q}{L_{MW}} = 10^{\frac{\Delta M}{2,5}} = 10^{2,54} \approx 350 \text{ kartų}$$

**Ats.:** Kvazaras šviesesnis už mūsų Galaktiką apie 350 kartų