

Lietuvos mokinių dvyliktoji astronomijos olimpiada

Pirmas turas

VIII-IX klasių mokiniai

1 uždavinys

Žemės paviršius nėra lygus – Žemėje yra kalnų ir įdubų. Aukščiausias kalnas siekia apie 9 km aukštį virš jūros lygio, o giliausia įduba vandenyne – apie 11 km gylį. Įsivaizduokite, kad Žemė yra milžiniškas „apelsinas“, kurio spindulys apytiksliai lygus 6400 km, o jo „žievelės“ (plutos) storis – apie 50 km. Palyginkite Žemės „apelsiną“ su tikro apelsino (arba mandarino ar greipfruto) matmenimis ir raskite:

- Kuri „žievelė“ (Žemės plutos ar tikro apelsino žievelės) yra santykinai storesnė (lyginant jos storį su „apelsino“ spinduliu)?
- Kuri „žievelė“ (Žemės plutos ar tikro apelsino žievelės) yra santykinai lygesnė (lyginant nelygumus su „apelsino“ spinduliu)?

Sprendimas

a) Tegul santykinis „žievelės“ storumas bus „žievelės“ storio ir „apelsino“ spindulio santykis – kuo jis mažesnis, tuo „žievelė“ plonesnė.

Žemės santykinis storumas: $50/6400 = 1/128$

Apelsino (vidutinio dydžio spindulys ~30 mm, žievelės storis ~3 mm): $3/30 = 1/10$

Ats.: santykinis Žemės plutos storis apie ~13 kartų mažesnis už apelsino žievelės.

b) Tegul „žievelės“ lygumas bus „žievelės“ nelygumų aukščių skirtumo ir „apelsino“ spindulio santykis – kuo jis mažesnis, tuo „žievelė“ lygesnė.

Žemės nelygumų svyravimas: $9 + 11 = 20$ km

Žemės „žievelės“ lygumas: $20/6400 = 1/320$

Apelsino nelygumų svyravimas: 1 mm

Apelsino žievelės lygumas: $1/30$ (jei nelygumai didesni – santykis bus dar didesnis)

Ats.: Žemės „žievelė“, jos pluta, daugiau kaip 10 kartų lygesnė už apelsino žievelę.

2 uždavinys

Dvinarės žvaigždžių sistemos komponentės juda apskritiminėmis orbitomis apie bendrą masės centrą – vienos komponentės orbitos spindulys lygus 0,9 au, o kitos – 3,1 au. Orbitinis sistemos periodas lygus 2,5 Žemės metams. Raskite šių žvaigždžių mases.

Sprendimas

Apibendrintas trečiasis Keplerio dėsnis:

$$(m_1 + m_2) \frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$
$$a = r_1 + r_2$$

Jei P matuojamas Žemės metais, r – astronominiais vienetais (au), masė (m) – Saulės masėmis (M_S), tai šio dėsnio išraiška bus tokia:

$$(m_1 + m_2) \frac{P^2}{a^3} = 1$$

$$a = 0,9 + 3,1 = 4,0 \text{ au}$$

Suminė komponentų masė

$$m_1 + m_2 = \frac{a^3}{P^2} = \frac{4^3}{2,5^2} = 10,24 M_S$$

Komponentų masės

$$m_1 r_1 = m_2 r_2$$

$$m_1 = m_2 \frac{r_2}{r_1} = m_2 \frac{3,1}{0,9} = 3,44 m_2$$

$$3,44 m_2 + m_2 = 10,24$$

$$m_2 = \frac{10,24}{3,44} = 2,31 M_S$$

$$m_1 = 10,24 - 2,31 = 7,93 M_S$$

Ats.: 7,93 M_S ir 2,31 M_S

3 uždavinys

Planetiškasis ūkas, kurio kampinis skersmuo 16 kampinių minučių, yra 200 pc nuotolyje nuo Žemės. Apskaičiuokite jo amžių (Žemės metais), jei žinoma, kad ūkas nuo centrinės žvaigždės plečiasi pastoviu 20 km/s greičiu.

Sprendimas

Ūko kampinis skersmuo $\theta = 16' = 16 \times 60 = 960''$;

atstumas $d = 200 \text{ pc} = 200 \times 3,086 \times 10^{13} = 6,172 \times 10^{15} \text{ km}$;

plėtimosi greitis $V = 20 \text{ km/s}$.

ūko amžius $t = ?$ metai

Ūko linijinis spindulys lygus

$$R = d \tan \frac{\theta}{2}$$

Kadangi ūko kampinis skersmuo yra labai mažas kampas, tai galima naudoti mažų kampų formulę, t.y. vietoje kampo tangento rašyti tiesiog kampą.

$$R = d \frac{\theta}{2}$$

Tačiau mažų kampų formulė bus teisinga tik tuomet, kai kampas bus išreikštas radianais (rad).

1 rad=206265 kampinių sekundžių.

$$\theta = \frac{960}{206265} = 4,654 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Ūko linijinis spindulys

$$R = 6,172 \times 10^{15} \frac{4,654 \times 10^{-3}}{2} = 1,436 \times 10^{13} \text{ km}$$

Ūko amžius

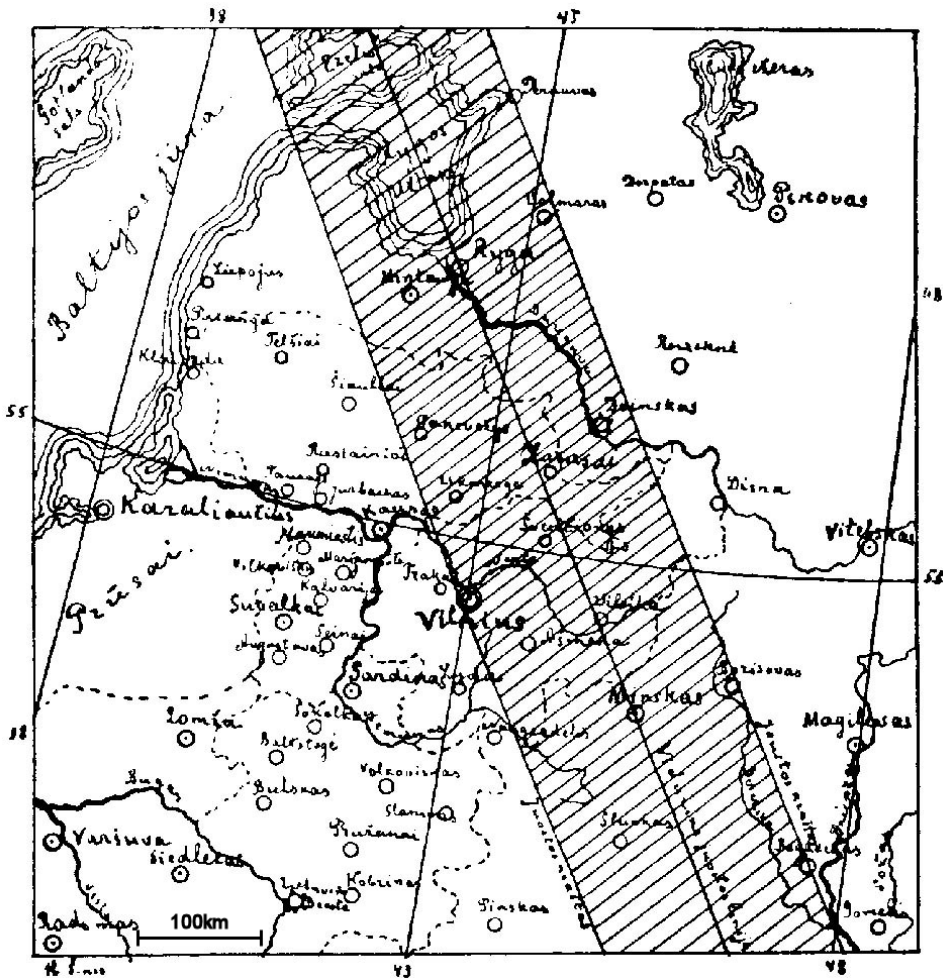
$$t = \frac{R}{V}$$

$$t = \frac{1,436 \times 10^{13}}{20} = 7,18 \times 10^{11} \text{ s} = 22750 \text{ yr}$$

Atsakymas: 22750 metų

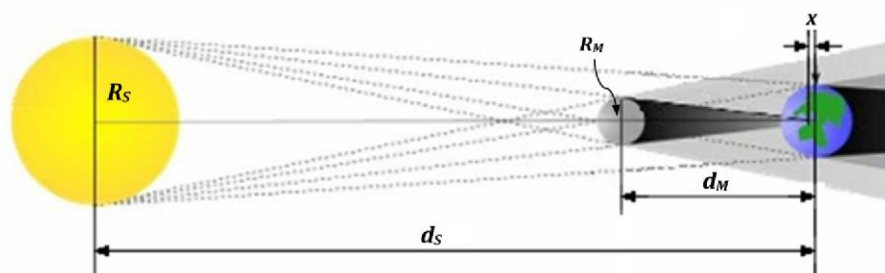
4 uždavinys

Žemiau pateiktas Lietuvoje matyto visiško Saulės užtemimo žemėlapis. Brūkšniuota juosta žymi Mėnulio šešėlio uždengiamą Žemės paviršiaus plotą. Žinodami, kad užtemimo metu atstumas tarp Žemės ir Saulės buvo 1,01145 au, apskaičiuokite atstumą iki Mėnulio šio užtemimo metu. Į Žemės paviršiaus išgaubtumą žemėlapyje neatsižvelkite. Laikykite, kad Saulės spindulys $R_S=695\,600 \text{ km}$, Mėnulio spindulys $R_M=1740 \text{ km}$ ir Žemės spindulys $R_Z=6370 \text{ km}$.



Pav. Lietuvoje vykusio visiško Saulės užtemimo žemėlapis

Sprendimas

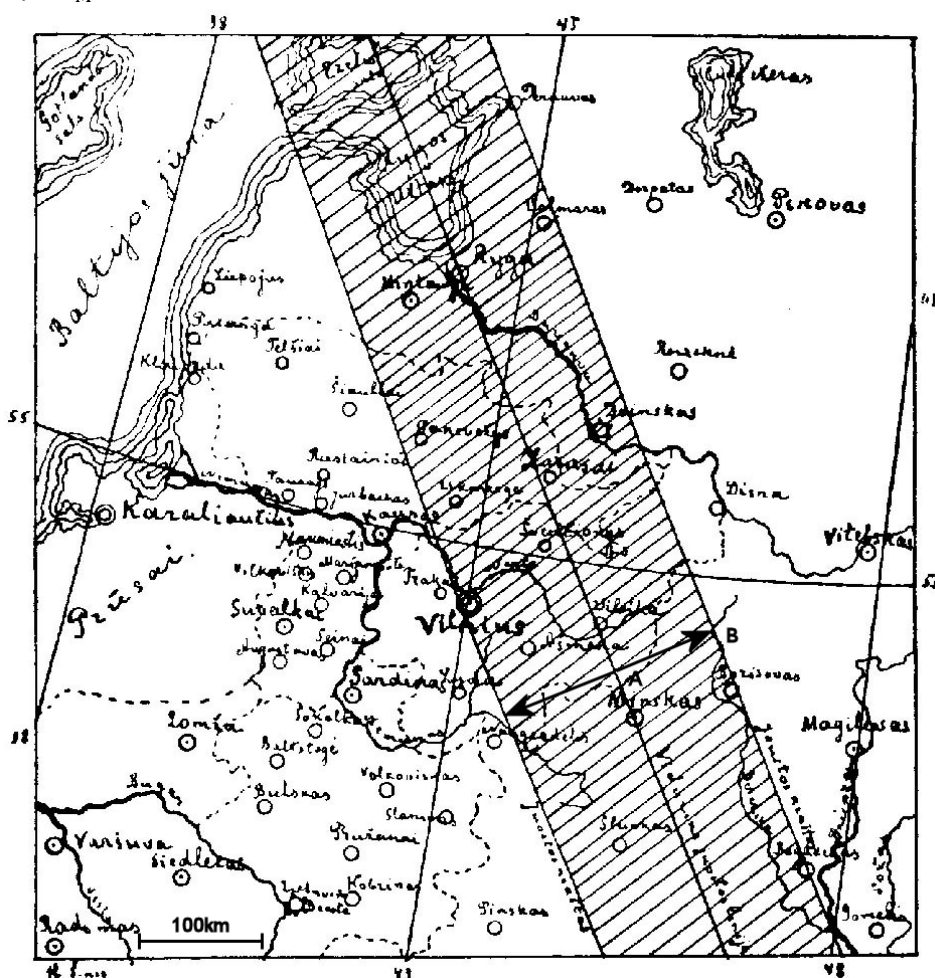


Čia:

Saulės spindulys $R_S = 695\,600\text{ km}$

Žemės spindulys $d_Z = 12\,756\text{ km} / 2 = 6370\text{ km}$

Mėnulio spindulys $R_M = 3474\text{ km} / 2 = 1740\text{ km}$



Atstumas nuo Žemės iki Saulės bus:

$$d_S = 1,01145 \text{ au} \times 149\,597\,870\text{ km} = 151\,310\,766\text{ km}$$

Iš žemėlapio nustatome šešėlio spindulį:

$$r = 90\text{ km}$$

Iš panašių trikampių gauname:

$$\frac{R_S}{d_S - x} = \frac{r}{d_Z - x}$$

$$x = \frac{R_S d_Z - r d_S}{R_S - r} = d_Z - r \frac{d_S}{R_S} = -13207\text{ km}$$

$$\frac{R_m}{d_m - x} = \frac{r}{d_z - x}$$
$$d_m = \frac{R_m(d_z - x) + rx}{r} = 365300 \text{ km}$$

Ans.: 365300 km = 0,0024 au