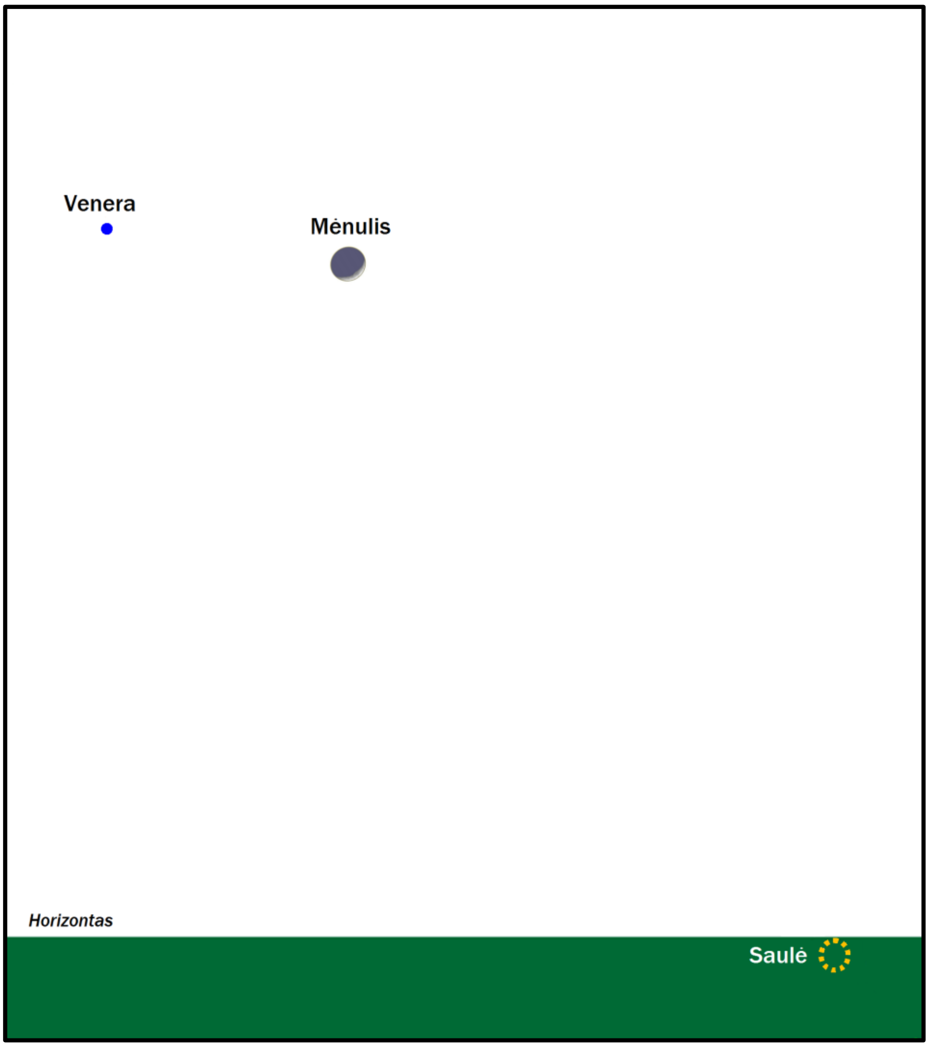
Lietuvos mokinių tryliktoji astronomijos olimpiada

Antrasis turas

IX-X klasių mokiniai

1 uždavinys (15t)

Vieną vakarą tuoj po saulėlydžio danguje vienas greta kito buvo matomi Venera ir Mėnulis, kaip parodyta 1.1 pav. Kampinis atstumas tarp jų regimųjų diskų centrų buvo 9 laipsniai. Kaip pasikeis Mėnulio ir Veneros padėtys horizonto atžvilgiu sekantį vakarą tuoj po saulėlydžio toje pačioje vietovėje. Pasikeitusias padėtis pažymėkite tame pačiame 1.1 pav. Atsakymą paaiškinkite ir, jei reikia, pateikite skaičiavimus.



1.1 pav. Veneros ir Mėnulio padėtys horizonto atžvilgiu tuoj po saulėlydžio

Sprendimas

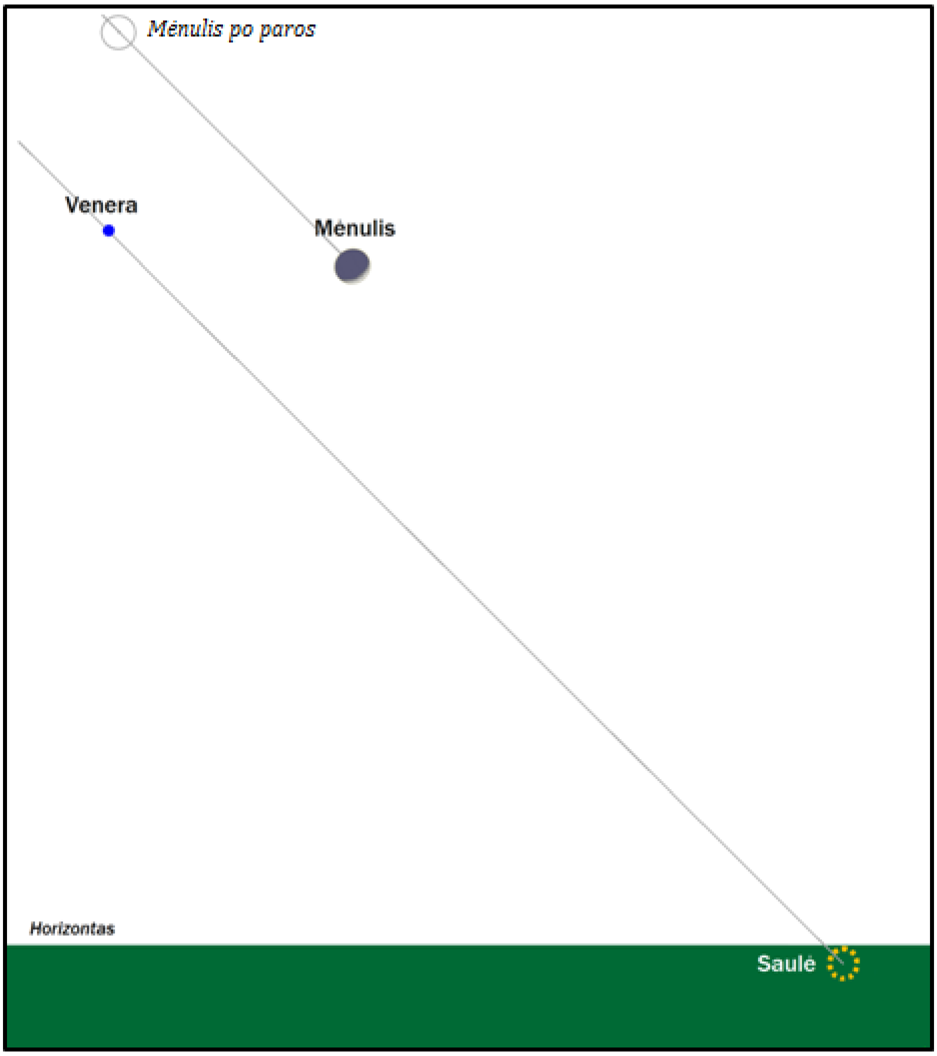
Dėl Žemės, Veneros ir Mėnulio orbitinio judėjimo Saulės, Mėnulio ir Veneros regimosios padėtys dangaus sferoje nuolat keičiasi žvaigždžių atžvilgiu. Išmatavę liniuote atstumą tarp Veneros ir Mėnulio 1.1 pav. randame šio pav. mastelį. 1.1 pav. sujungę Venerą ir Saulės disko centrą tiese randame ekliptiką.

Mėnulis nėra ekliptikoje. Jo parinis regimasis poslinkis bus į rytus taku, lygiagrečiu ekliptikai. Kadangi Mėnulio orbitinis periodas 27,3 d, tai jo vidutinis kampinis poslinkis dangaus sferoje per parą bus lygus: $360°/27{,}3 \approx 13°$.

Saulės regimasis kampinis poslinkis dangaus sferoje per parą apytiksliai lygus:$360°/365 \approx 1°$.

1.1 pav. Mėnulio padėtis duota horizonto ir Saulės atžvilgiu. Kadangi po paros Mėnulis bus pasislinkęs per 13° į rytus žvaigždžių atžvilgiu, o Saulė – per 1°, tai kitą saulėlydį Mėnulis bus pasislinkęs ekliptika per 12° Saulės atžvilgiu. Pagal mastelį apskaičiuojame naują Mėnulio padėtį ir ją pažymime pav. (žr. 1.1a pav.)

Iš sąlygos neaišku, ar elongacija didėja, ar mažėja. Jei elongacija didėja, tai Venera turėtų pasislinkti ekliptika į rytus, o jei mažėja – į vakarus. Bet poslinkis nedidelis ir pav. tai neparodyta.



1.1a pav. Mėnulio padėties pokytis horizonto atžvilgiu tuoj po saulėlydžio praėjus 1 parai

2 uždavinys (15t)

Visiško Saulės užtemimo fazė trunka kelias minutes. Vieno užtemimo metu astronomai sugalvojo „prailginti“ visiško užtemimo fazę, stebėdami užtemimą iš skrendančio lėktuvo. Maksimali užtemimo fazė buvo stebima vidurdienį ties 60° šiaurės platuma – Žemės stebėtojui ji tęsėsi 5 minutes. Tuo metu virš tos pačios vietovės Mėnulio šešėlio judėjimo kryptimi 900 km/h greičiu (Žemės paviršiaus atžvilgiu) skrido lėktuvas. Kiek minučių astronomai lėktuve galėjo stebėti visiško užtemimo fazę? (Mėnulio vidutinis nuotolis nuo Žemės centro 384 000 km).

Sprendimas

Mėnulio šešėlis Žemės centro atžvilgiu slenka apytiksliai tokiu pat greičiu, kokiu Mėnulis skrieja apie Žemę:

$$v_M = \sqrt{\frac{GM_{\text{Žemės}}}{R_{\text{Mėn\_orb}}}} = \sqrt{\frac{6{,}67428 \times 10^{-11} \cdot 5{,}9736 \times 10^{24}}{384\,000\,000}} \approx 1{,}02 \text{ km/s}$$

Žemė, kurios vidutinis spindulys R_E (6371 km), apsisuka apie savo ašį per parą P_E (86400 s). Apskaičiuojame Žemės paviršiaus greitį jos centro atžvilgiu ties 60° platuma:

$$v_{60} = v_E \times \cos(60^0) = \frac{2\pi R_E}{P_E} \times \cos(60^0) = \frac{2\pi \times 6371}{86400} \times \frac{1}{2} \approx 0{,}23 \text{ km/s}$$

Taigi, Žemės paviršiaus atžvilgiu Mėnulio šešėlis slinks greičiu:

$$v_{M60} = v_M - v_{60} = 1{,}02 - 0{,}23 = 0{,}79 \text{ km/s}$$

Lėktuvas Žemės paviršiaus atžvilgiu juda greičiu v_L = 900 km/h = 0,25 km/s šešėlio judėjimo kryptimi, vadinasi lėktuvo atžvilgiu šešėlis juda (vejasi lėktuvą) greičiu:

$$v_{ML} = v_{M60} - v_L = 0{,}79 - 0{,}25 = 0{,}54 \text{ km/s}$$

Šešėlio atžvilgiu tokiu pat greičiu (tik priešinga kryptimi) juda lėktuvas.

Stebėtojo (esančio Žemės paviršiuje) atžvilgiu šešėlis judėdamas 0,79 km/s greičiu pro jį praslenka per 5 minutes, vadinasi šešėlio plotis ties Žemės paviršiumi yra:

$$H = 5 \times 60 \times 0{,}79 = 237 \text{ km}$$

Galime laikyti, kad toks pat šešėlio plotis yra ir skrendančio lėktuvo aukštyje, tuomet jo plotį lėktuvas perskris per laiką:

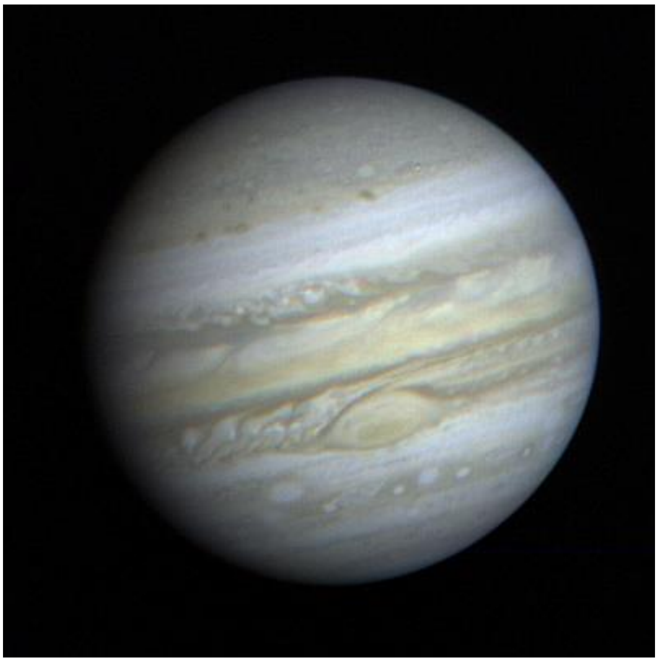
$$t = \frac{H}{v_{ML}} = \frac{237}{0{,}54} \approx 439 \text{ s} = 7 \text{ min. } 19 \text{ s.}$$

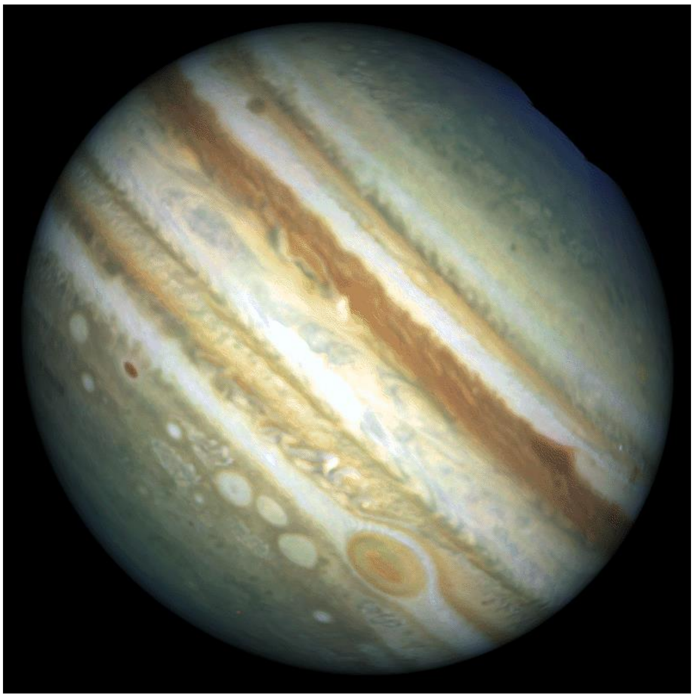
Ats.: *Skriedami lėktuvu astronomai galėjo stebėti visišką Saulės užtemimo fazę 7 min. 19 s.*

<u>3 uždavinys</u> (25t)

Palyginus Jupiterio nuotraukas ar piešinius darytus skirtingais metais matyti, kad didžioji Raudonoji dėmė nyksta. Tardami, kad ši dėmė traukiasi tolygiai, iš 3.1 lentelėje pateiktų nuotraukų apskaičiuokite, kada ši dėmė išnyks.

3.1 lentelė. . Skirtingu laiku gautų Jupiterio vaizdų sąrašas

Nuotraukos/paveikslo gavimo data	Nuotrauka/paveikslas
1880m lapkričio 1d. *Trouvelot, E. L.*	
1979m sausio 9d. *Voyager 1*	

1995m vasario 15d. *Hablo kosminis teleskopas*	
2014m balandžio 21d. *Hablo kosminis teleskopas*	

Sprendimas

Išmatuojam 1880 m. piešinio dėmės dydį Jupiterio skersmenimis:

$$d_{1880} = \frac{16mm}{49mm} = 0.33$$

Išmatuojame 1979 m. nuotraukos raudonosios dėmės skersmenį Jupiterio skersmenimis:

$$d_{1979} = \frac{13mm}{65mm} = 0.2$$

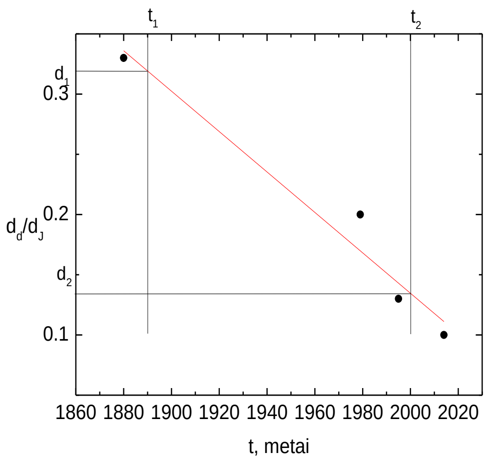
Išmatuojam 1995 m. nuotraukoje dėmės skersmenį Jupiterio skersmenimis:

$$d_{1995} = \frac{11mm}{83mm} = 0{,}13$$

Išmatuojame 2014 m. nuotraukoje dėmės skersmenį Jupiterio skersmenimis:

$$d_{2014} = \frac{8mm}{82mm} = 0{,}10$$

Nubraižome dėmės skersmens priklausomybės nuo laiko grafiką bei per taškus išbrėžiame tiesę:



3.1 pav. Jupiterio raudonosios dėmės skersmens priklausomybė nuo stebėjimo metų.

Tiesės lygtis bus lygi:

$$d(t) = k \cdot t + C$$

čia k ir C yra tiesės lygties parametrai, kuriuos reikia nustatyti. Grafike pasirinkime du taškus priklausančius tiesei $d_1(t_1)$ ir $d_2(t_2)$. Sudarome lygčių sistemą:

$$\begin{cases} d_1 = k \cdot t_1 + C \\ d_2 = k \cdot t_2 + C \end{cases}$$

Iš šios lygčių sistemos išskaičiuojame tiesės parametrų vertes:

$$k = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

$$C = d_1 - k \cdot t_1$$

Iš grafiko gauname šias vertes:

$$d_1 = 0{,}32$$

$$t_1 = 1890$$

$$d_2 = 0{,}13$$

$$t_2 = 2000$$

Surandame koeficientų vertes:

$$k = \frac{0{,}13 - 0{,}32}{2000 - 1890} = -0{,}0017$$

$$C = 0{,}32 + 0{,}0017 \cdot 1890 = 3{,}53$$

Mus domina atvejis, kai tiesė kerta X ašį:

$$-0{,}0017 \cdot t + 3{,}53 = 0$$

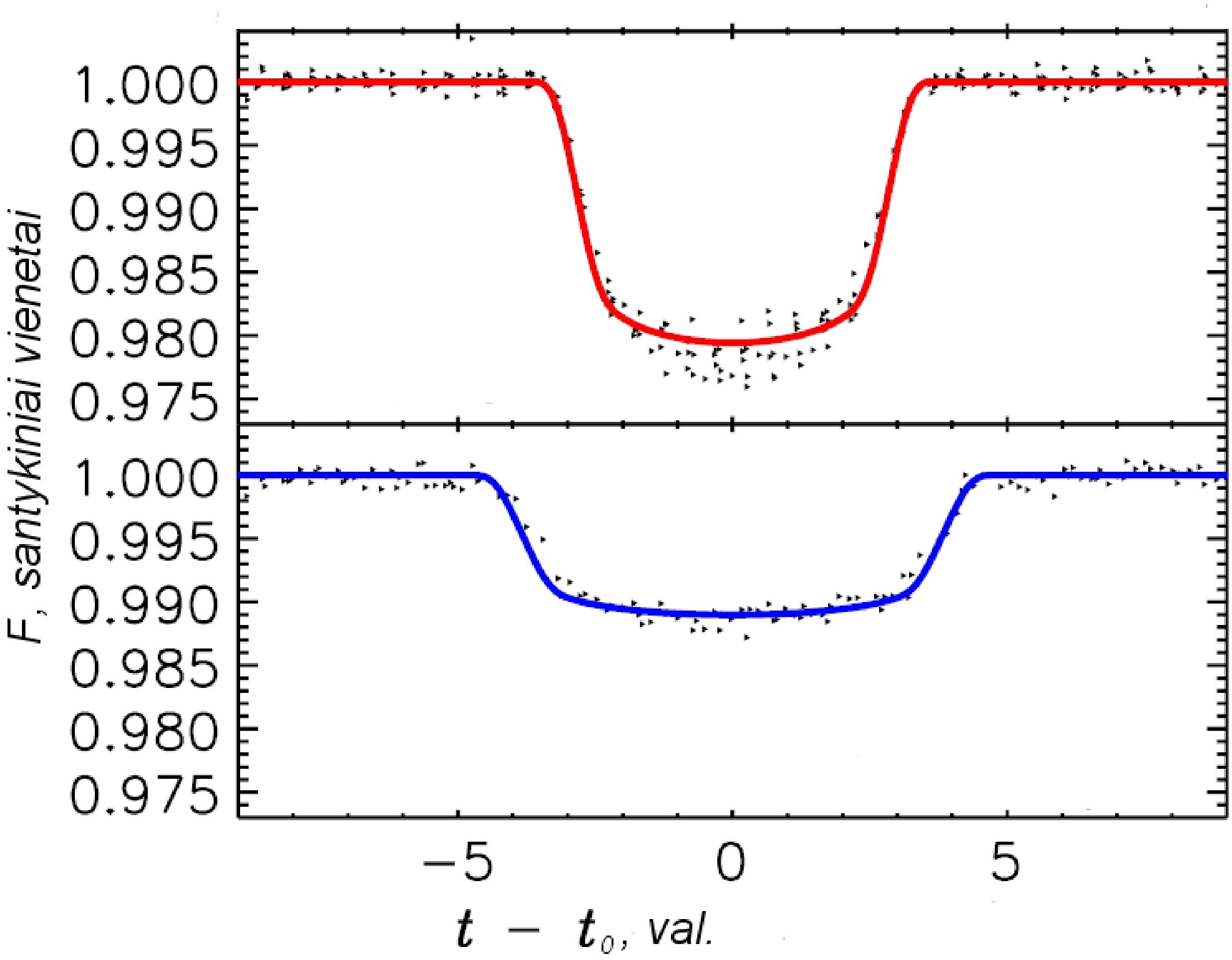
Iš čia gauname metus, kada išnyks raudonoji dėmė:

$$t = \frac{3{,}53}{0{,}0017} = 2076 \approx 2080 \text{ m.}$$

Ats. Jei dėmė mažės tiesiškai, ji išnyks 2080 metais

4 uždavinys (20t)

Kosminiu teleskopu „Kepler“, kuris ieško egzoplanetų stebėdamas žvaigždės ryškio pokyčius sukeliamus planetai praslenkant per jos diską, buvo aptikta dviejų planetų, skriejančių apie tą pačią žvaigždę, sistema. Žemiau pateikta šių planetų tranzitų spindesio kitimo kreivės. Yra žinoma, kad stabilioms orbitoms yra būdingi periodai, kurie patenka į orbitinį rezonansą, – kai dvi planetos, besisukančios apie tą pačią žvaigždę, periodiškai gravitaciškai veikia viena kitą, tačiau orbitos lieka stabilios. Orbitinis rezonansas atsiranda, kai planetų periodų santykiai lygūs mažų sveikų skaičių santykiams, pvz., 2:1, 3:2, 4:3. Iš pateiktų grafikų nustatykite, ar egzoplanetos yra orbitiniame rezonanse. Tarkime, kad planetų orbitos yra apskritiminės.



4.1 pav. Žvaigždės, aplink kurią skrieja dvi planetos, spindesio kitimo kreivės planetų tranzito metu. t_0 - užtemdymo vidurio laikas.

Sprendimas

Iš 3-ojo Keplerio dėsnio turime:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$

čia T_1 – pirmosios planetos orbitos periodas, T_2 – antrosios planetos periodas, a_1 – pirmosios planetos nuotolis nuo žvaigždės, a_2 – antrosios planetos nuotolis nuo žvaigždės. Ieškome planetų periodų santykio:

$$x = \frac{T_2}{T_1}$$

Įstatome į ankstesnę lygtį ir gauname:

$$\frac{1}{a_1^3} = \frac{x^2}{a_2^3}$$

Apskritiminei orbitai greitis bus lygus:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

čia M – žvaigždės masė. Iš šios formulės gauname atstumą:

$$a = \frac{GM}{v^2}$$

Viską sustatę turime:

$$v_1^6 = v_2^6 \cdot x^2$$

Apskaičiuojame orbitų santykį:

$$x = \frac{v_1^3}{v_2^3}$$

Tarkime, kad planeta pereina per žvaigždės diską per laiką t. Tada planetos orbitos greitis bus lygus:

$$v = \frac{D}{t}$$

čia D – žvaigždės skersmuo. Įstatome į ankstesnę formulę:

$$x = \frac{t_2^3}{t_1^3}$$

Iš duoto grafiko surandame tranzitų trukmes:

$$t_2 = 9 \text{ val.}$$

$$t_1 = 7 \text{ val.}$$

Tuomet rezonansas bus:

$$x = \left(\frac{9}{7}\right)^3 = 2.1 \approx 2$$

Ats. Planetos yra orbitiniame rezonanse, 2:1

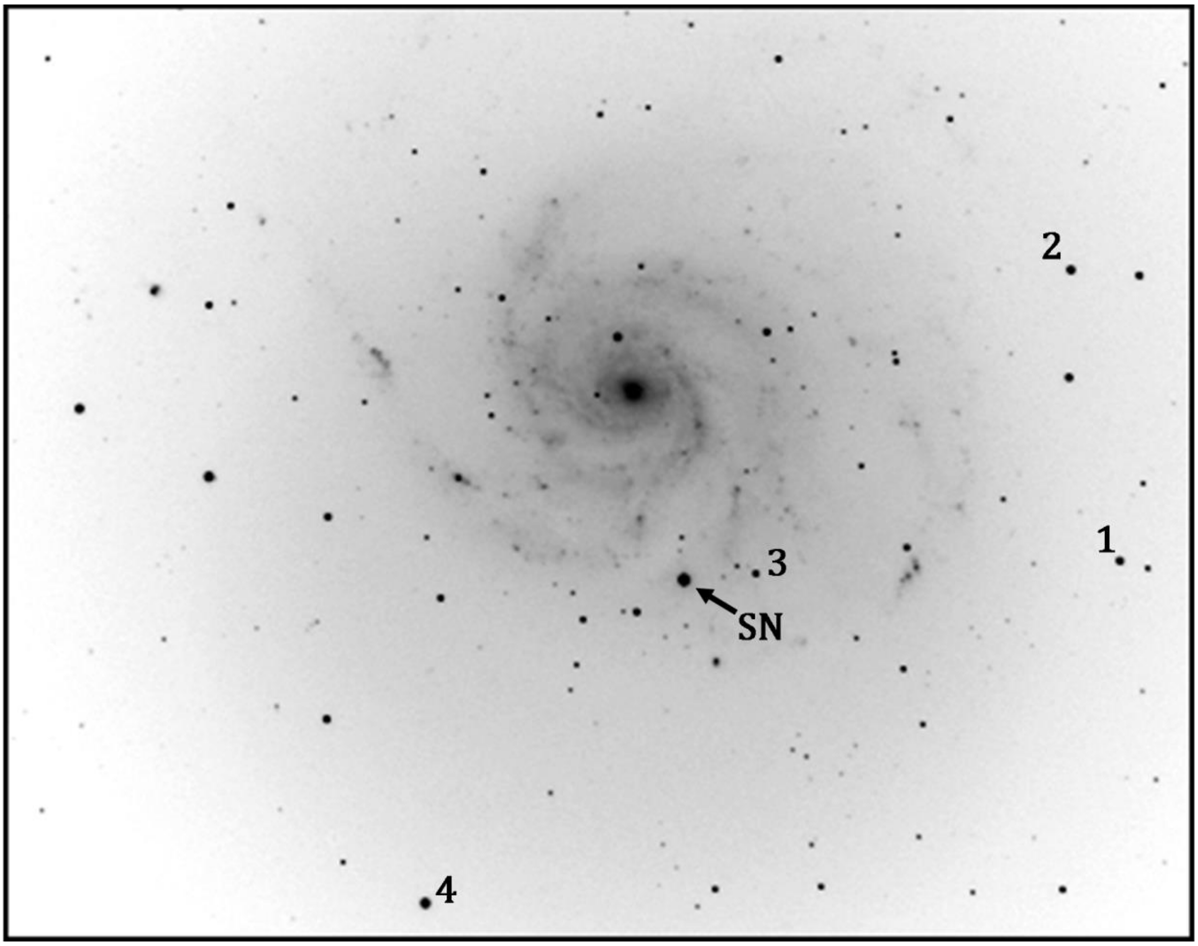
5 uždavinys (25t)

Vienoje spiralinėje galaktikoje sprogo Ia tipo supernova. 5.1 pav. pateikta šios galaktikos ir jos aplinkos nuotrauka, nufotografuota su šviesos filtru B. Joje rodykle pažymėta supernova (SN), o skaičiais – žvaigždės, kurioms nurodytos tikslios pusiaujinės koordinatės (5.1 lent.) ir regimieji ryškiai m_B. Supernovos regimojo ryškio *B* (m_B) kitimo priklausomybės nuo laiko *t* (laikas matuojamas dienomis nuo stebėjimų pradžios) grafikas pateiktas 5.2 pav.

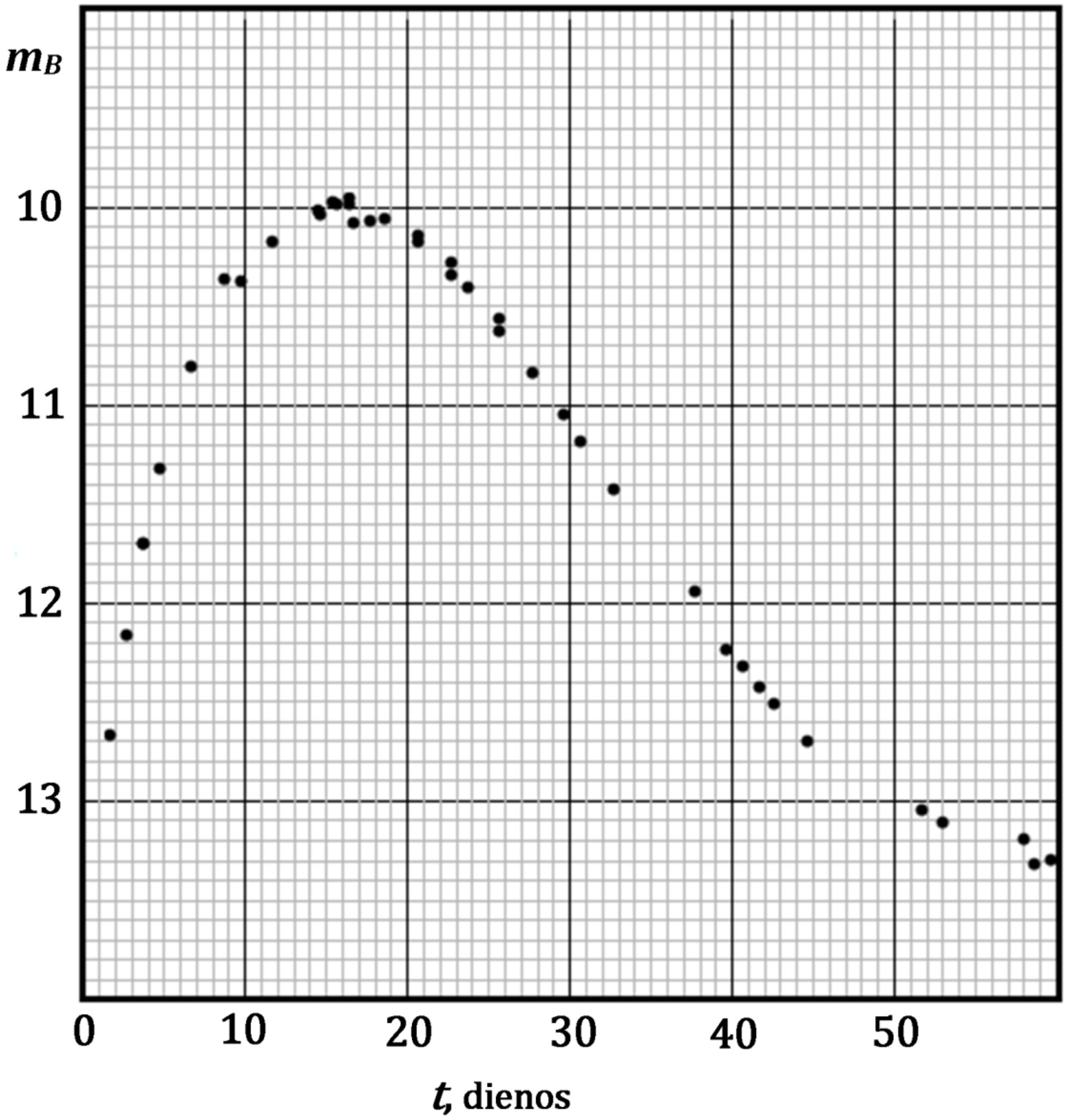
1) Apskaičiuokite supernovos absoliutųjį ryškį M_B spindesio maksimume pasinaudodami šia formule $M_B = -19{,}32 + 0{,}64(\Delta m_{15} - 1{,}1)$. Čia Δm_{15} yra supernovos regimojo ryškio m_B, išmatuoto, praėjus lygiai 15-ai dienų po supernovos spindesio maksimumo momento, ir jos regimojo ryškio spindesio maksimume skirtumas.

2) Apskaičiuokite atstumą nuo Saulės iki supernovos ir galaktikos.

3) Apskaičiuokite linijinį atstumą tarp galaktikos, kurioje sprogo supernova, centro ir supernovos. Tam tikslui panaudokite 5.1 lentelėje pateiktas žvaigždžių koordinates. Tarkite, kad spiralinės galaktikos plokštuma sutampa su 5.1 pav. plokštuma.



5.1 pav. Galaktikos, kurioje sprogo supernova, nuotrauka



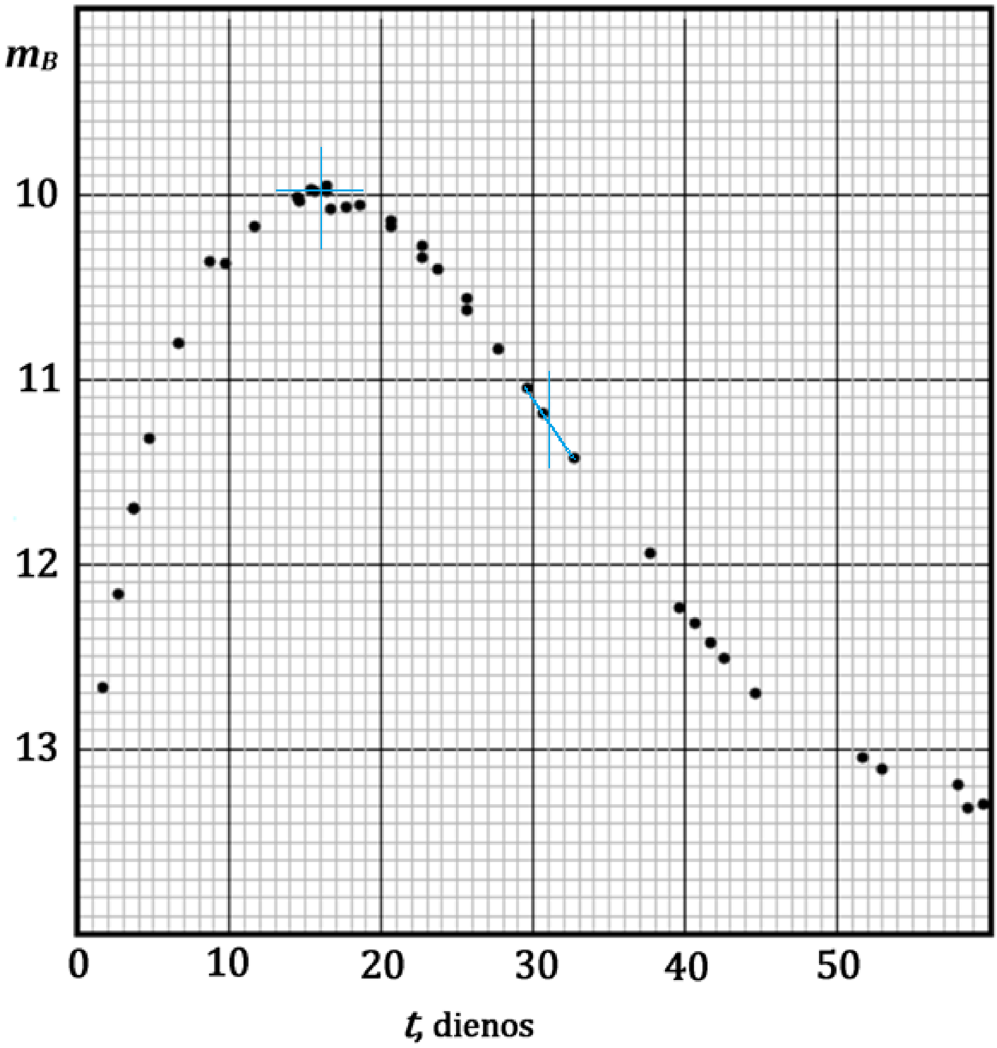
5.2 pav. Supernovos regimojo ryškio kitimo grafikas

5.1 lentelė. 5.1 pav. pažymėtų žvaigždžių koordinatės ir ryškiai

Žvaigždės nr.	Rektascensija	Deklinacija	Ryškis m_B
1	14h01m55,3s	54°16′21″	13,5
2	14h02m0,8s	54°23′16″	13,6
3	14h02m54,2s	54°16′30″	14,6
4	14h03m49,9s	54°09′06″	12,3

Sprendimas

1) Iš grafiko nustatome, kad supernovos ryškis spindesio maksimume lygus 9,98. Spindesio maksimumas pasiektas, praėjus 16 dienų nuo stebėjimų pradžios. 15 dienų po maksimumo momento bus lygu $16 + 15 = 31$ dienai nuo stebėjimų pradžios. Iš grafiko nustatome, kad 31 dieną supernovos ryškis buvo lygus 11,25 (5.1a pav.).



5.1a pav. Supernovos ryškių nustatymas

Iš čia gauname, kad

$$\Delta m_{15} = m_B(15) - m_B(\max) = 11{,}25 - 9{,}98 = 1{,}27.$$

Gautą vertę įstatome į sąlygoje duotą formulę ir apskaičiuojame

$$M_B = -19{,}32 + 0{,}64(1{,}27 - 1{,}1) = -19{,}21$$

2) Kadangi duomenų apie tarpžvaigždinę ekstinkciją galaktikos kryptimi nepateikta, tai tarsime, kad ekstinkcija iki galaktikos lygi nuliui. Atstumą iki supernovos (vadinasi ir iki galaktikos) apskaičiuojame pagal formulę

$$m_B - M_B = 5\lg r - 5$$

Čia regimasis ir absoliutusis ryškiai apskaičiuoti spindesio maksimume. Iš čia

$$lgr = \frac{m_B - M_B + 5}{5} = 6{,}838$$

$$r = 10^{6{,}838} = 6{,}89 \cdot 10^6 \text{ pc} = 6{,}89 \text{ Mpc}$$

3) Naudosime 5.1 pav. Nustatome 5.1 pav. mastelį. Tam tikslui geriausia panaudoti 1 ir 2 žvaigždžių deklinacijas (abi žvaigždės turi beveik tą pačią rektascensiją). Su liniuote išmatuojame atstumą tarp šių žvaigždžių 5.1 pav.: $\Delta l = 39$ mm . Žvaigždžių deklinacijų skirtumas $\Delta\delta = 54°23'16'' - 54°16'21'' = 6'55'' = 415''$. Iš čia mastelis: $\mu = \Delta\delta/\Delta l = 415/39 = 10{,}6''/\text{mm}$. 5.1 pav. su liniuote išmatuojame atstumą tarp

supernovos ir galaktikos centro. Kuo tikslesnę galaktikos centro padėtį nustatome pagal galaktikos spiralinės struktūros vaizdą. Gauname $s = 26\ \mathrm{mm}$. Iš čia kampinis atstumas tarp galaktikos centro ir supernovos $\beta = \mu s = 10{,}6 \cdot 26 = 275{,}6''$. Linijinis atstumas tarp supernovos ir galaktikos centro lygus $d = r\mathrm{tg}\beta$ arba, pritaikius mažų kampų formulę, $d = r\beta$. Čia kampas β turi būti išreikštas radianais. Taigi,

$$d = 6{,}89 \cdot 10^6 \frac{275{,}6}{206265} = 9200\ \mathrm{pc} = 9{,}2\ \mathrm{kpc}$$