

# Lietuvos mokinių keturioliktoji astronomijos olimpiada

## Pirmasis turas

### XI – XII klasių mokiniai

#### 1 uždavinys

Prie veidrodinio Ričio ir Kretjeno sistemos teleskopo, kurio pagrindinio veidrodžio skersmuo 1016 mm ir ekvivalentinis židinio nuotolis 13300 mm, prijungta 2048×2048 pikselių CCD kamera, kurios vieno pikselio matmenys 15×15 μm. Apskaičiuokite, kokie bus 7,5 kampinių minučių skersmens kamuolinio spiečiaus atvaizdas, nufotografuoto su šiuo teleskopu ir kamera, matmenys (skaičiuojant pikseliais). Ar visas kamuolinio spiečiaus atvaizdas išsiteks ant CCD kameros?

#### Sprendimas

Kamuolinio spiečiaus atvaizdo linijinis skersmuo teleskopo ekvivalentiniame židinyje (naudojame mažų kampų formulę):

$$b = f \frac{\beta''}{206265} = 13300 \frac{7,5 \times 60}{206265} = 29 \text{ mm}$$

Čia  $\beta$  – kamuolinio spiečiaus kampinis skersmuo, išreikštas kampo sekundėmis.

Skaičiuojant pikseliais atvaizdo skersmuo lygus

$$b_{\text{pk}} = \frac{b}{0,015} = \frac{29}{0,015} = 1934,4 \cong 1935 \text{ pikseliai}$$

Ats.: Kamuolinio spiečiaus atvaizdas užims 1935×1935 pikselių plotą ir tikrai išsiteks ant CCD kameros.

#### 2 uždavinys

Apskaičiuokite stebimą iš Žemės Mėnulio pilnaties regimąjį ryškį, žinodami, kad jo albedas 0,136, o Saulės regimasis ryškis –26,74. Žemės atmosferos poveikio nepaisykite.

#### Sprendimas

Saulės spinduliuojama energija  $L_{\odot}$  pasiskirsto  $r_1 = 1$  au spindulio sferos plote, tad ploto vienetui Žemės nuotolyje jos tenka:

$$F_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi r_1^2}$$

Tariame, kad Mėnulis yra 1 au nuotolyje nuo Saulės, ir jo vieną pusę tolygiai apšviečia Saulė. Tuomet ant Mėnulio paviršiaus (pusės sferos) patenkantis šviesos srautas lygus

$$E_{\text{apšv}} = \frac{4\pi R_{\zeta}^2}{2} F_{\odot} = \frac{4\pi R_{\zeta}^2}{2} \frac{L_{\odot}}{4\pi r_1^2} = \frac{L_{\odot} R_{\zeta}^2}{2r_1^2}$$

Atitinkamai, atspindėtas srautas yra lygus

$$E_{\text{atsp}} = A E_{\text{apšv}} = A \frac{L_{\odot} R_{\zeta}^2}{2r_1^2}$$

Mėnulį stebime iš Žemės nuotolyje  $r_{\zeta}$ , tad nuo Mėnulio atspindėta Saulės spinduliuotė pasiskirsto sferos, kurios spindulys  $r_{\zeta}$ , plote, ir ploto vienetui jos tenka:

$$F_{\zeta} = \frac{E_{\zeta \text{atsp}}}{2\pi r_{\zeta}^2} = A \frac{L_{\odot} R_{\zeta}^2}{4\pi r_1^2 r_{\zeta}^2}$$

Mėnulio ir Saulės regimųjų ryškių skirtumas stebėtoji iš Žemės lygus

$$m_{\zeta} - m_{\odot} = -2,5 \log\left(\frac{F_{\zeta}}{F_{\odot}}\right) = -2,5 \log\left(\frac{A \frac{L_{\odot} R_{\zeta}^2}{4\pi r_1^2 r_{\zeta}^2}}{\frac{L_{\odot}}{4\pi r_1^2}}\right) = -2,5 \log\left(A \frac{R_{\zeta}^2}{r_{\zeta}^2}\right)$$

$$m_{\zeta} = m_{\odot} - 2,5 \log\left(A \frac{R_{\zeta}^2}{r_{\zeta}^2}\right) = -26,74 - 2,5 \log\left(0,136 \frac{1737^2}{384400^2}\right) \approx -12,85$$

Ats.: Mėnulio regimasis ryškis  $-12,85$ .

### **3 uždavinys**

Apie žvaigždę, kurios masė  $M_{*} = 0,1 M_{\odot}$ , vienoje plokštumoje elipsinėmis orbitomis viena kryptimi sukasi kelios planetos, kurių duomenys duoti lentelėje:

Planeta	Masė, $m$ ( $M_J$ - Jupiterio masė, $M_{\oplus}$ - Žemės masė)	Orbitos didysis pusašis, $a$ (astronominiai vienetai, au)
1	6,8 $M_{\oplus}$	0,03
2	9,5 $M_{\oplus}$	0,27
3	7,8 $M_J$	0,44
4	7,2 $M_{\oplus}$	0,52
5	4,9 $M_J$	0,69

Čia  $M_{\odot}$  – Saulės masė,  $M_J$  – Jupiterio masė,  $M_{\oplus}$  – Žemės masė.

Dvi planetos skrieja rezonansinėmis orbitomis, jei santykis tarp šių planetų sinodinio periodo ir arčiau prie žvaigždės skriejančios planetos orbitinio periodo yra apytiksliai ( $\pm 0,1$  ir tiksliau) lygus didesniai už 1 sveikam skaičiui.

Raskite, kurios planetų poros šioje sistemoje skrieja rezonansinėmis orbitomis.

### **Sprendimas**

Sinodinis periodas tarp planetų A ir B, kai  $T_A < T_B$ :

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \rightarrow S = \frac{T_A T_B}{T_B - T_A}$$

Sinodinio ir artimesnės žvaigždei planetos orbitinio periodo santykis:

$$n = \frac{S}{T_A} = \frac{T_B}{T_B - T_A}$$

Remdamiesi apibendrintu III Keplerio dėsniumi randame planetų orbitinius periodus  $T$ , išreikštus Žemės paromis:

$$\frac{T^2}{a^3}(M_* + m) = \frac{4\pi^2}{G} \rightarrow T(\text{dienos}) = \frac{2\pi}{86400} \sqrt{\frac{a^3}{G(M_* + m)}}$$

*Pastaba: galima atmesti 1, 2 ir 4 planetų mases (nes jų masės mažos), o 3 ir 5 planetų mases turi būti įskaitytos.*

Planeta	T (dienos)
1	6
2	162
3	325
4	433
5	647

Surandame visoms galimoms planetų poroms reikšmes  $n$ . Pagal sąlygą rezonansinėse orbitose bus tos planetos, kurių  $n$  yra lygus didesniajam už 1 sveikam skaičiui.

Pora	$n_A$	Ar rezonansinė?
<b>5:4</b>	$647/(647-433) \approx 3,02 \approx \mathbf{3}$	<b>taip</b>
<b>5:3</b>	$647/(647-325) \approx 2,01 \approx \mathbf{2}$	<b>taip</b>
5:2	$647/(647-162) \approx 1,33$	ne
5:1	$647/(647-6) \approx 1$	ne
<b>4:3</b>	$433/(433-325) \approx 4,01 \approx \mathbf{4}$	<b>taip</b>
4:2	$433/(433-162) \approx 1,6$	ne
4:1	$433/(433-6) \approx 1$	ne
<b>3:2</b>	$325/(325-162) \approx 1,99 \approx \mathbf{2}$	<b>taip</b>
3:1	$325/(325-6) \approx 1$	ne
2:1	$162/(162-6) \approx 1$	ne

Ats.: Rezonansinėse orbitose yra planetų poros: 5 - 4, 5 - 3, 4 - 3, 3 - 2.

#### 4 uždavinys

Šiais metais buvo atrasta viena šviesiausiųjų supernovų, ASASSN-15lh. Jos regimasis vizualinis ryškis  $V = 17$  mag, o atstumas lygus 1171 Mpc. Kiek kartų supernovos šviesis didesnis (ar mažesnis) už visos mūsų Galaktikos šviesį, kuris lygus  $2 \times 10^{10} L_{\odot}$  (čia  $L_{\odot}$  – Saulės šviesis). Bolometrinė pataisa supernovai  $BC = -4$  mag. Tarpžvaigždinės ekstinkcijos nepaisykite.

#### Sprendimas

Skaičiuojame supernovos absoliutinį ryškį:

$$V - M_V = 5 \log r - 5$$

$$M_{V(SN)} = V - 5 \log r + 5 = 17 - 5 \log(1171 \cdot 10^6) + 5 = -23,3 \text{ mag}$$

Supernovos bolometrinis ryškis

$$M_{b(SN)} = M_{V(SN)} + BC = -23,3 - 4 = -27,3 \text{ mag}$$

Bolometrinio ryškio ir šviesio sąryšis:

$$M_b - M_{b\odot} = -2,5 \log \frac{L}{L_{\odot}}$$

Iš čia randame supernovos šviesį, išreikštą Saulės šviesio vienetais:

$$L_{SN} = 10^{0,4(M_{b\odot} - M_{b(SN)})} L_{\odot} = 10^{0,4(4,74 + 27,3)} L_{\odot} = 10^{12,9} L_{\odot}$$

Apskaičiuojame supernovos šviesio santykį su Galaktikos šviesiu:

$$\frac{L_{SN}}{L_G} = \frac{10^{12,9}}{2 \cdot 10^{10}} = 397$$

Ats.: Supernova apie 400 kartų šviesesnė už visą mūsų Galaktiką.