

# Lietuvos mokinių penkioliktoji astronomijos olimpiada

## Pirmasis turas

### IX-X klasių mokiniai

#### 1 uždavinys

Atsakykite, kurie teiginiai teisingi, o kurie neteisingi. Paaiškinkite, kodėl?

1) Pakankamai ilgos ekspozicijos giedro dangaus nuotraukoje, gautoje spindint Mėnulio pilnačiai, dangaus fonas bus mėlynos spalvos taip, kaip yra dienos metu.

2) Kiekvieną dieną tuo pačiu pasauliniu laiku, 10:00 UT, astronomas Vilniuje registravo Saulės padėtį danguje. Jei Žemės sukimosi ašis būtų statmena jos orbitos plokštumai, tai jo užregistruotosios padėties išsidėstytų nedideliu lanku ant dangaus pusiaujo.

3) Jei tam tikro asteroido, judančio ekliptikos plokštumoje, orbitinis periodas yra mažesnis už Urano orbitinį periodą, tai jo visa orbita būtinai būtų Urano orbitos viduje.

4) Saulės sistemos masės centras visada yra Saulės viduje.

#### Atsakymai:

- 1) Teisinga, nes Mėnulis atspindi Saulės šviesą, kurią išsklaido Žemės atmosfera.
- 2) Teisinga, nes tokiu atveju ekliptika sutaptų su dangaus pusiauju, bet kadangi Žemė juda elipsine orbita, tai tikrosios Saulės padėtis šiek tiek skirtųsi nuo vidutinės Saulės padėties, kuria pagrįstas laiko skaičiavimas kasdieniame gyvenime.
- 3) Neteisinga, nes nors asteroido orbitos didysis pusašis būtų trumpesnis už Urano orbitos didįjį pusašį, bet esant dideliam orbitos ekcentricitetui, asteroidas galėtų nutolti nuo Saulės toliau už Uraną.
- 4) Neteisinga, nes Saulė pati juda apie Saulės sistemos masės centrą – tam tikru metu jis atsiburia už Saulės ribų (daugiausia dėl Jupiterio poveikio).

#### 2 uždavinys



Antuano de Sent Egziuperi knygoje "Mažasis princas", randame istoriją apie planetą, kurioje gyvena žibintininkas:

„Penktoji planeta buvo labai įdomi. Ji iš visų mažiausia. Joje išsitenka tik gatvės žibintas ir jo uždegėjas – žibintininkas. <...>

– Mano darbas – tiesiog baisyti. Kadaisė jis buvo dar nieko. Rytą užgesindavau ir vakare uždegdavau. Likusią dienos dalį galėdavau ilsėtis, o likusią nakties dalį – miegoti...

– O paskui nuostatai pasikeitė?

– Nuostatai nepasikeitė, – tarė žibintininkas. – Čia ir yra visa velniava! Planeta ėmė sukstis kas metai vis greičiau, o nuostatai nepasikeitė!

- Na ir?.. - tarė mažasis princas.

- Na ir dabar, kai ji apsisuka vieną kartą per minutę, man nėra nė sekundės poilsio. Uždegu ir užgesinu kartą per minutę!“

Raskite, koks turi būti planetos, kurios paviršiuje gyvena aprašytasis žibintininkas, mažiausias galimas tankis? Priimkite, kad žibintas yra planetos pusiaujuje, o planeta – rutulio formos. Kaip manote, kokie realūs Visatos objektai yra panašiausi į „žibintininko planetą“?

Gravitacinė konstanta  $G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$

### Sprendimas

a) Bet koks  $m$  masės daiktas išsilaiko neatitrūkęs nuo besisukančio  $R$  spindulio ir  $M$  masės kūno paviršiaus, jei jį veikiančios gravitacinės jėgos modulis yra didesnis už įcentrinės jėgos modulį:

$$F_{gr} > F_{ic}$$

$$G \frac{mM}{R^2} > \frac{mv^2}{R}$$

Kūno masę  $M$  išreiškiame per tankį ir tūrį:  $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

Sukimosi greitį išreiškiame per apsisukimo periodą  $T$ :  $v = \frac{2\pi R}{T}$

Gauname

$$G \frac{4\pi R^3 \rho}{3R^2} > \frac{4\pi^2 R^2}{RT^2}$$

Iš čia tankis

$$\rho > \frac{3 \times \pi}{GT^2}$$

$$\rho > \frac{3 \times 3,14}{6,674 \times 10^{-11} \times 60^2} \approx 4 \times 10^7 \text{ kg/m}^3$$

### Atsakymas:

Žibintininko planetos tankis turi būti ne mažesnis kaip  $4 \times 10^7 \text{ kg/m}^3$ .

Panašiausios į „žibintininko planetą“ pagal tankį yra baltosios nykštukės – mirusių žvaigždžių liekanos, kurių tankiai yra tarp  $10^7 - 10^{12} \text{ kg/m}^3$ . Žinomi jų apsisukimo periodai yra nuo keliolikos valandų iki kelių dešimčių sekundžių. Tačiau šie objektai nėra tokie jau maži - jų dydžiai panašūs į planetų. Geriausiai „žibintininko planetą“ atitiktų ~2 kartus už Žemę didesnė ir ~80000 kartų už ją masyvesnė baltoji nykštukė, tad joje tikrai galėtų išsitekti daugiau kaip vienas žibintas.

### 3 uždavinys

Kokia meteoritų masė (skaičiuojant kilogramais) turėtų nukristi į Saulės neapšviesto Mėnulio vieno kvadratinio metro paviršiaus plotą per vieną Žemės parą (24 val.), kad šis paviršius gautų tiek pat šiluminės energijos, kaip ir Mėnulio tokio pat dydžio paviršiaus plotas, kurį kaitina statmenai į paviršių krintantys Saulės spinduliai?

Remkitės šiomis prielaidomis: 1) Į Mėnulio paviršiaus vieno kvadratinio metro plotą, statmeną Saulės spindulių krypčiai, krintanti Saulės spinduliuotės galia lygi 1370 W. 2) Mėnulio paviršius atspindi 12 % į jį krintančios Saulės spinduliuotės. 3) Meteoritų, krintančių į Mėnulį, vidutinis greitis lygus 20 km/s. 4) Šiluma virsta pusė į Mėnulį nukrintančio meteorito kinetinės energijos.

### Sprendimas

Krintančio meteorito, kurio masė  $m$  ir greitis  $v$ , energijos dalis, virsianti šiluma:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{4} mv^2$$

Ši energija turi būti lygi Saulės spinduliuotės energijai, kuri krinta į Mėnulio  $1 \text{ m}^2$  plotą per sekundę ir kuri šildo Mėnulio paviršių:  $E = 1370(1 - 0,12) = 1205,6 \text{ W}$ .

Tada apskaičiuojame per 1 s nukrintančių meteoritų masę

$$m = 4 \frac{E}{v^2} = 4 \frac{1205,6}{20000^2} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

Per parą į Mėnulio  $1 \text{ m}^2$  plotą turėtų nukristi meteoritų, kurių suminė masė

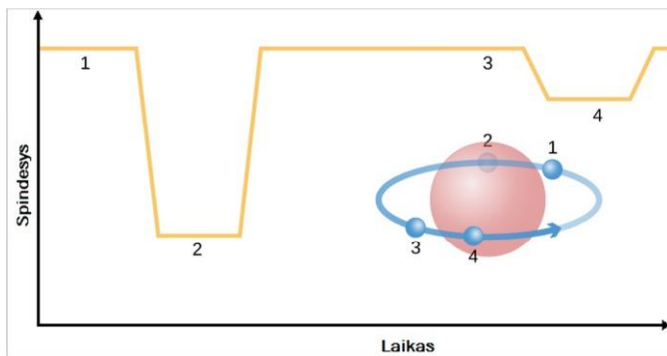
$$M = m_1 \cdot 3600 \cdot 24 \approx 1 \text{ kg}$$

Atsakymas: 1 kg.

### 4 uždavinys

Užtemdomąją dvinarę sistemą sudaro dvi žvaigždės, A ir B. Tarp spindesio minimumų šios dvinarės sistemos regimasis ryškis buvo lygus 5,82. Pirminio minimumo momentu užregistruotas šios sistemos ryškis lygus 6,25. Pateikite schematišką užtemdomosios dvinarės sistemos brėžinį ir jos spindesio kitimo kreivę; pažymėkite brėžiniuose minimumų padėtis. Apskaičiuokite šią sistemą sudarančių A ir B žvaigždžių ryškius, jei pirminio minimumo momentu viena iš jos narių buvo visiškai užtemdyta.

## Sprendimas



Brėžinyje schematiškai pavaizduota užtemdomoji dvinarė sistema (didesnė rausva (vėsesnė) narė (A) ir aplink ją skriejanti mažesnė mėlyna (karštesnė) narė (B)) ir jos spindesio kitimo kreivė (geltona kreivė). Kai abi sistemos narės matomos viena greta kitos (1 ir 3 padėtis), sistemos spindesys didžiausias (atitinkama spindesio kreivės dalis

pažymėta skaičiais 1 ir 3). Kai mėlynoji narė, judėdama orbita, pasislėps už rausvosios (2 padėtis), sistemos spindesys susilpnės ir pasieks pirminį minimumą (2). Šiuo atveju sistemos spindesį lems vien tik rausvosios narės spinduliuotė. Kai mėlynoji narė slinks per rausvosios diską (4 padėtis), sistemos spindesys vėl bus susilpnėjęs, bet mažiau nei pirminio minimumo atveju, nes karštesnioji narė spinduliuoja daugiau energijos iš ploto vieneto nei vėsesnioji. Tai bus antrinis minimumas (4).

Pažymėkime A žvaigždės regimąjį spindesį ir ryškį atitinkamai  $J_A$  ir  $m_A$ , o B žvaigždės –  $J_B$  ir  $m_B$ . Be to,  $J_A > J_B$ . Dvinarės sistemos spindesys bus didžiausias, kai abi sistemą sudarančios narės švies viena greta kitos. Tuomet sistemos spindesys lygus

$$J_{AB} = J_A + J_B,$$

o ryškis –

$$m_{AB} = -2,5 \log \frac{J_{AB}}{J_0} = 5,82$$

Pirminio minimumo metu bus visiškai užtemdoma mažesnio spindesio žvaigždė B. Todėl šio minimumo momentu nustatytas sistemos regimasis spindesys ir ryškis iš tiesų yra A žvaigždės regimasis spindesys ir ryškis. Taigi,

$$m_A = -2,5 \log \frac{J_A}{J_0} = 6,25$$

Ieškomą B žvaigždės ryškį rasime iš šio sąryšio:

$$m_B - m_{AB} = -2,5 \log \frac{J_B}{J_{AB}}$$

$$m_B = m_{AB} - 2,5 \log \left( 1 - \frac{J_A}{J_{AB}} \right) = m_{AB} - 2,5 \log \left( 1 - \frac{10^{-0,4m_A}}{10^{-0,4m_{AB}}} \right) = m_{AB} - 2,5 \log (1 - 10^{0,4(m_{AB} - m_A)})$$

$$m_B = 5,82 - 2,5 \log (1 - 10^{0,4(5,82 - 6,25)}) = 7,03$$

Atsakymas:  $m_A = 6,25$  ;  $m_B = 7,03$ .