

Lietuvos mokinių penkioliktoji astronomijos olimpiada

Pirmasis turas

XI-XII klasių mokiniai

1 uždavinys

Kasegreno sistemos teleskopo, specialiai sukonstruoto stebėjimams infraraudonajame spektro ruože, pagrindinio veidrodžio skersmuo 3,8 m, o ekvivalentinio židinio nuotolis 135,3 m. Kokia teleskopo teorinė kampinė skiriamoji geba (išreikšta kampinėmis sekundėmis) ties 2,2 μm bangos ilgiu? Kokio linijinio skersmens bus žvaigždės atvaizdo dėmelė ties šiuo bangos ilgiu teleskopo ekvivalentiniame židinyje?

Sprendimas

Teleskopo kampinė skiriamoji geba (radianais)

$$\theta[\text{rad}] = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

arba kampinėmis sekundėmis

$$\theta[\text{arcsec}] = \theta[\text{rad}] \times 206265$$

Čia λ – bangos ilgis, D – teleskopo apertūros (pagrindinio veidrodžio) skersmuo.

$$\theta[\text{arcsec}] = 1,22 \frac{2,2 \cdot 10^{-6} \cdot 206265}{3,8} = 0,15$$

Žinome, kad teleskopo skiriamoji geba yra apibrėžiama taškinio šaltinio (tolimos žvaigždės) teorinio difrakcinio atvaizdo centrinio skrituliuko (Airy disko) spinduliu. Todėl žvaigždės atvaizdo skersmuo ekvivalentinio židinio plokštumoje lygus

$$\delta = 2f \tan \theta$$

Čia f – teleskopo ekvivalentinio židinio nuotolis.

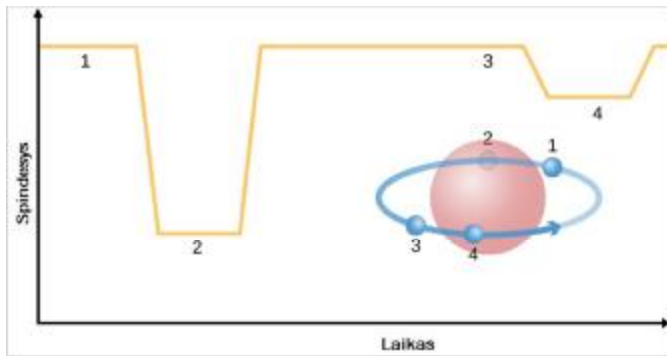
$$\delta = 2 \cdot 135,3 \tan 0",15 = 1,97 \cdot 10^{-4} \text{m} \approx 0,2 \text{mm}$$

Atsakymas: Teleskopo skiriamoji geba 0,15 arcsec, žvaigždės atvaizdo skersmuo 0,2 mm.

2 uždavinys

Užtemdomąją dvinarę sistemą sudaro dvi žvaigždės, A ir B. Tarp spindesio minimumų šios dvinarės sistemos regimasis ryškis buvo lygus 5,82. Pirminio minimumo momentu užregistruotas šios sistemos ryškis lygus 6,25. Pateikite schematišką užtemdomosios dvinarės sistemos brėžinį ir jos spindesio kitimo kreivę; pažymėkite brėžiniuose minimumų padėtis. Apskaičiuokite šią sistemą sudarančių A ir B žvaigždžių ryškius, jei pirminio minimumo momentu viena iš jos narių buvo visiškai užtemdyta.

Sprendimas



Brėžinyje schematiškai pavaizduota užtemdomoji dvinarė sistema (didesnė rausva (vėsesnė) narė (A) ir aplink ją skriejanti mažesnė mėlyna (karštesnė) narė (B)) ir jos spindesio kitimo kreivė (geltona kreivė). Kai abi sistemos narės matomos viena greta kitos (1 ir 3 padėtys), sistemos spindesys didžiausias (atitinkama spindesio kreivės dalis

pažymėta skaičiais 1 ir 3). Kai mėlynoji narė, judėdama orbita, pasislėps už rausvosios (2 padėtis), sistemos spindesys susilpnės ir pasieks pirminį minimumą (2). Šiuo atveju sistemos spindesį lems vien tik rausvosios narės spinduliuotė. Kai mėlynoji narė slinks per rausvosios diską (4 padėtis), sistemos spindesys vėl bus susilpnėjęs, bet mažiau nei pirminio minimumo atveju, nes karštesnioji narė spinduliuoja daugiau energijos iš ploto vieneto nei vėsesnioji. Tai bus antrinis minimumas (4).

Pažymėkime A žvaigždės regimąjį spindesį ir ryškį atitinkamai J_A ir m_A , o B žvaigždės – J_B ir m_B . Be to, $J_A > J_B$. Dvinarės sistemos spindesys bus didžiausias, kai abi sistemą sudarančios narės švies viena greta kitos. Tuomet sistemos spindesys lygus

$$J_{AB} = J_A + J_B,$$

o ryškis –

$$m_{AB} = -2,5 \log \frac{J_{AB}}{J_0} = 5,82$$

Pirminio minimumo metu bus visiškai užtemdoma mažesnio spindesio žvaigždė B. Todėl šio minimumo momentu nustatytas sistemos regimasis spindesys ir ryškis iš tiesų yra A žvaigždės regimasis spindesys ir ryškis. Taigi,

$$m_A = -2,5 \log \frac{J_A}{J_0} = 6,25$$

Ieškomą B žvaigždės ryškį rasime iš šio sąryšio:

$$m_B - m_{AB} = -2,5 \log \frac{J_B}{J_{AB}}$$

$$m_B = m_{AB} - 2,5 \log \left(1 - \frac{J_A}{J_{AB}} \right) = m_{AB} - 2,5 \log \left(1 - \frac{10^{-0,4m_A}}{10^{-0,4m_{AB}}} \right) = m_{AB} - 2,5 \log (1 - 10^{0,4(m_{AB} - m_A)})$$

$$m_B = 5,82 - 2,5 \log (1 - 10^{0,4(5,82 - 6,25)}) = 7,03$$

Atsakymas: $m_A = 6,25$; $m_B = 7,03$.

3 uždavinys

Arktūro masė yra 1,08 karto didesnė, o šviesis 170 kartų didesnis už Saulės. Arktūro fotosferos temperatūra 4280 K, Saulės – 5770 K. Raskite:

a) Kiek kartų Arktūro spindulys didesnis už Saulės spindulį?

b) Kokiu atstumu nuo Arktūro turėtų skrieti analogiška Žemei planeta, kad iš Arktūro gautų tokį pat energijos srautą, kokį gauna Žemė iš Saulės?

c) Kiek žemiškųjų metų atitiks tokios planetos apskriejimo apie Arktūrą periodas?

Tarkite, kad b) dalyje gautas nuotolis yra šios planetos orbitos didysis pusašis, o planetos masė daug kartų mažesnė už žvaigždės masę.

Pastaba: Remkitės prielaida, kad šviesis priklauso tik nuo žvaigždės spindulio ir temperatūros (t.y., į neatsižvelgiama į tokius efektus, kaip disko tamsėjimas kraštuose ir pan.).

Sprendimas

a)

$$L = 170L_{\odot} = 170 \times 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4 = 4\pi R_A^2 \sigma T_A^4$$

$$\frac{R_A^2}{R_{\odot}^2} = 170 \times \frac{T_{\odot}^4}{T_A^4}$$

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \sqrt{170} \times \frac{T_{\odot}^2}{T_A^2} = \sqrt{170} \times \frac{5770^2}{4280^2} \approx 23,7$$

Atsakymas: Arktūro spindulys didesnis už Saulės apie 24 kartus (iš tiesų 25,4 kartus, jei atsižvelgti į visus šviesį įtakojančius efektus).

b)

$$E_{\oplus} = E_A$$

$$\frac{L_{\odot}}{d_{\oplus}^2} = \frac{170 L_{\odot}}{d_A^2}$$

$$\frac{d_A}{d_{\oplus}} = \sqrt{170} \approx 13$$

Atsakymas: Turėtų skrieti 13 au nuotolyje.

c) Pagal III Keplerio dėsnį, kai periodas išreikštas metais, didysis pusašis astronominiiais vienetais, o masės – Saulės masėmis:

$$\frac{a^3}{P^2} = (M + m) \approx M \quad (\text{nes } m \ll M)$$

$$P = \sqrt{\frac{13^3}{1,08}} \approx 45,1 \text{ metai}$$

Atsakymas: Tokios planetos apskriejimo apie Arktūrą periodas būtų 45 metai.

4 uždavinys

Elipsinės galaktikos, kurios kampinis skersmuo $d = 3'$ (kampinės minutės), spektre vandenilio linijos H_β bangos ilgis $\lambda = 486,6 \text{ nm}$, o jos plotis $\sigma = 0,3 \text{ nm}$. Apskaičiuokite šios galaktikos nuotolį, linijinį jos spindulį ir masę, jei laboratorinis H_β bangos ilgis $\lambda_0 = 486,1 \text{ nm}$, Hablo konstanta $H_0 = 68 \text{ km}/(\text{s Mpc})$.

Sprendimas

Priimame, kad stebimas šios galaktikos raudonasis poslinkis yra vien tik dėl Visatos plėtimosi. Tada pagal Hablo dėsnį galaktikos, kuri nuo mūsų tolsta greičiu v , nuotolis D yra:

$$D = \frac{v}{H_0} = \frac{c(\lambda - \lambda_0)}{H_0 \lambda_0} = \frac{3 \times 10^5 \text{ km/s} \times 0,5 \text{ nm}}{68 \text{ km}/(\text{s Mpc}) \times 486,1 \text{ nm}} \approx 4,54 \text{ Mpc}$$

Linijinis galaktikos spindulys, imant jos kampinį skersmenį radianais:

$$R = \frac{D}{2} d[\text{rad}] = \frac{D}{2} d ['] \frac{\pi}{180 \cdot 60} \approx 1980 \text{ pc}$$

Linijos išplitimas σ susijęs su tuo, kad dalis galaktikos žvaigždžių juda į mus, o dalis nuo mūsų. Priimame, kad bet kokių laiko momentu tiek pat juda į mus ir tiek pat nuo mūsų. Tada charakteringas jų judėjimo greitis:

$$v = \frac{1}{2} \frac{c\sigma}{\lambda_0}$$

Labiausia linija išplinta dėl tų žvaigždžių judėjimo, kurios yra galaktikos pakraščiuose - jos juda greičiais artimais apskritiminio judėjimo R spinduliu apie M masę greičiui:

$$v^2 \cong \frac{GM}{R}$$

Iš čia galaktikos masė:

$$M = \frac{v^2 R}{G} = \left[\frac{1}{2} \frac{c\sigma}{\lambda_0} \right]^2 \times \frac{R}{G} = \left[\frac{1}{2} \times \frac{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0,3 \text{ nm}}{486,1 \text{ nm}} \right]^2 \times \frac{1980 \text{ pc} \times 3,086 \times 10^{16} \text{ m}}{6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)} \approx 7,8 \times 10^{39} \text{ kg}$$

$$\text{Saulės masėmis: } \frac{M}{M_\odot} \approx \frac{7,8 \times 10^{39} \text{ kg}}{2 \times 10^{30} \text{ kg}} \approx 4 \times 10^9$$

Atsakymas: Galaktikos nuotolis $\sim 4,5 \text{ Mpc}$, spindulys $\sim 2 \text{ kpc}$, masė ~ 4 milijardai Saulės masių.