

Lietuvos mokinių keturioliktoji astronomijos olimpiada
Antrasis turas. Uždavinių sprendimai
IX-X klasių mokiniai

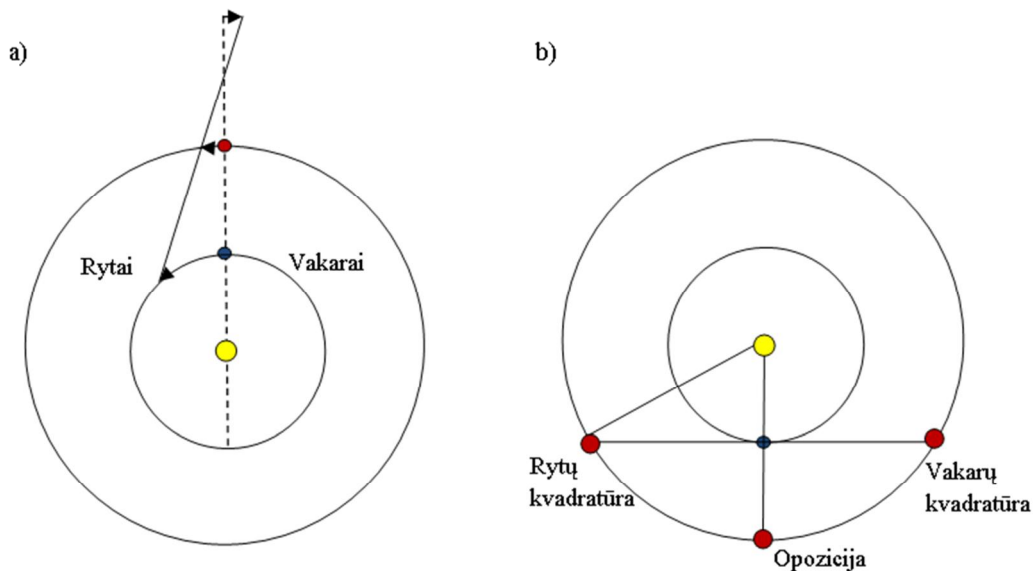
1. Uždavinys (10 t)

Panagrinėkite Jupiterio regimąjį judėjimą ir spindesį opozicijoje ir atsakykite į šiuos klausimus:

- a) Kaip opozicijoje Jupiteris judės žvaigždžių atžvilgiu – į rytus ar vakarus? Atsakymą pagrįskite brėžiniu.
- b) Apskaičiuokite, kiek ryškių Jupiteris bus šviesesnis opozicijoje palyginus su jo ryškiu rytų ar vakarų kvadratu. Vidutinis Jupiterio atstumas iki Saulės 5,2 au.

Sprendimas

a) Stebint iš Saulės šiaurės poliaus planetos sukasi aplink Saulę prieš laikrodžio rodyklę – iš vakarų į rytus. Jupiteris sukasi aplink Saulę lėčiau nei Žemė, todėl stebėtoju iš Žemės atrodo, kad Jupiteris juda į rytus žvaigždžių atžvilgiu.



b) Atstumas nuo Žemės iki Jupiterio opozicijoje $d_{op} = 5,2 - 1 = 4,2$ au .

Atstumas nuo Žemės iki Jupiterio kvadratuose pagal Pitagoro teoremą: $d_{kv} = \sqrt{5,2^2 - 1^2} = 5,1$ au .

Jupiterio ryškių skirtumas opozicijoje ir kvadratuose:

$$m_{op} - m_{kv} = 5 \log \frac{d_{op}}{d_{kv}} = 5 \log \frac{4,2}{5,1} = -0,42 \text{ mag}$$

Ats.: Opozicijoje Jupiteris 0,42 mag šviesesnis negu rytų arba vakarų kvadratuose.

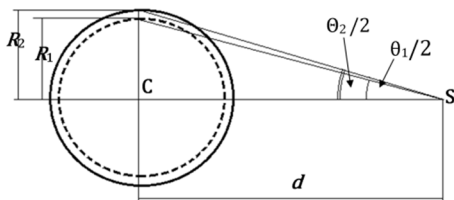
2. Uždavinys (20 t)

Atlikus planetiškojo ūko stebėjimus dviem skirtingomis epochomis su radiointerferometru nustatyta, kad maždaug sferos formos ūko kampinis skersmuo 1986,5 metais buvo lygus $13'',276$ (kampinių sekundžių), o 2007,8 metais – $13'',400$. Iš spektroskopinių matavimų nustatyta, kad ūkas plečiasi 30 km/s greičiu. Planetiškojo ūko regimasis ryškis, išmatuotas kartu su centrine žvaigžde, lygus $8,84$, o pačio ūko vienos kvadratinės sekundės plotelio ryškis vidutiniškai lygus $15,50$.

Apskaičiuokite šiuos planetiškojo ūko ir centrinės žvaigždės parametrus (2007,8 epochai):

- 1) Planetiškojo ūko atstumą (parsekais);
- 2) Planetiškojo ūko linijinį skersmenį (parsekais);
- 3) Planetiškojo ūko amžių (metais);
- 4) Centrinės žvaigždės regimąjį ryškį (be ūko);
- 5) Centrinės žvaigždės absoliutųjį ryškį.

Sprendimas



1986,5 epochoje (t_1):

Ūko kampinis skersmuo $\theta_1=13'',276$

Ūko spindulys R_1

2007,8 epochoje (t_2):

Ūko kampinis skersmuo $\theta_2=13'',400$

Ūko spindulys R_2

Ūko plėtimosi greitis $v=30 \text{ km/s}$;

Žvaigždės ryškis (kartu su ūku) $m_{z+u}=8,84$;

Ūko 1 kv. sekundės ryškis $m_{u1}=15,5$.

1) Planetiškojo ūko atstumas

Ūko kampinis plėtimosi greitis

$$\varphi = \frac{\theta_2 - \theta_1}{2(t_2 - t_1)} = \frac{13,400 - 13,276}{2(2007,8 - 1986,5)} = 0,0029 \text{ arcsec/metus}$$

Ūko kampinio ir linijinio plėtimosi greičių sąryšis

$$\tan \varphi = \frac{v}{d}$$

Patogiau naudoti mažų kampų formulę

$$\varphi = \frac{v}{d}$$

Čia kampas φ išreikštas radianais. Kadangi kampinis greitis apskaičiuotas arcsec/metus, linijinis greitis – km/s, o atstumą turim apskaičiuoti parsekais, tai atitinkamai pertvarkome šią formulę

$$\frac{\varphi [\text{arcsec/metus}]}{206265} = \frac{v \times 3,156 \cdot 10^7}{1,496 \cdot 10^8 \times 206265 \times d} = 0,211 \frac{v [\text{km/s}]}{d [\text{pc}]}$$

Iš čia

$$d = 0,211 \frac{v}{\varphi}$$

$$d = 0,211 \frac{30}{0,0029} = 2183 \text{ pc}$$

2) Planetiškojo ūko linijinis skersmuo 2007,8 epochoje

$$R_2 = \frac{\theta_2}{2 \times 206265} d = \frac{13,4}{2 \times 206265} 2183 = 0,071 \text{ pc}$$

Ūko skersmuo $2R_2 = 2 \times 0,071 = 0,142 \text{ pc}$

3) Planetiškojo ūko amžius

$$\tau = \frac{\theta_2}{2\varphi} = \frac{13,4}{2 \cdot 0,0029} = 2310 \text{ metų}$$

4) Centrinės žvaigždės regimasis ryškis (be ūko)

Galime sumuoti tik spindesius (spinduliuotės srautus). Todėl duotus ryškius turime versti spindesiais. Iš išmatuotojo regimojo ryškio žvaigždė+ūkas apskaičiuojame spindesį:

$$J_{z+u} = J_0 \cdot 10^{-0,4m_{z+u}} = J_0 \cdot 10^{-0,4 \cdot 8,84} = 2,91 \cdot 10^{-4} J_0$$

Ūko vienos kv. kampinės sekundės spindesys

$$J_{u1} = J_0 \cdot 10^{-0,4m_{u1}} = J_0 \cdot 10^{-0,4 \cdot 15,5} = 6,31 \cdot 10^{-7} J_0$$

Ūko kampinis plotas dangaus plokštumoje

$$\sigma = \pi \left(\frac{\theta_2}{2} \right)^2 = 3,14 \cdot 6,7^2 = 141$$

Žvaigždės spindesys

$$J_z = J_{z+u} - \sigma J_{u1} = 2,91 \cdot 10^{-4} J_0 - 141 \times 6,31 \cdot 10^{-7} J_0 = 2,02 \cdot 10^{-4} J_0$$

Žvaigždės ryškis

$$m_z = -2,5 \log \frac{J_z}{J_0} = -2,5 \log 2,02 \cdot 10^{-4} = 9,24$$

5) Centrinės žvaigždės absoliutusias ryškis:

$$M = m_z - 5 \log d + 5 = 9,24 - 5 \log 2183 + 5 = -2,46$$

3. Uždavinys (15 t)

Energingo žybsnio metu Saulė iš pusiaujo srities Žemės kryptimi negrįžtamai išsviedė kompaktišką plazminės medžiagos debesį. Kokiu didžiausiu galimu atstumu nuo Žemės šis debesis kirs Žemės orbitą, jei jo judėjimo greitis ir matmenys nesikeis?

Sprendimas

Mažiausias greitis, kuriuo iš Saulės negrįžtamai išlėks debesis yra pabėgimo nuo jos greitis:

$$v_p = \sqrt{\frac{2GM_{\odot}}{R_{\odot}}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,674 \times 10^{-11} \times 1,989 \times 10^{30}}{6,963 \times 10^8}} \approx 617,5 \text{ km/s}$$

Tokiu greičiu atstumą tarp Saulės ir Žemės debesį įveiks per

$$t = \frac{1 \text{ au} - R_{\odot}}{v_p} = \frac{1,496 \times 10^{11} - 6,963 \times 10^8}{617,5 \times 10^3} \approx 241140 \text{ s} \approx 67 \text{ h} \approx 2,8 \text{ paros}$$

Pastaba: Tangentinė greičio komponentė dėl Saulės sukimosi yra labai nedidelė (~2 km/s), todėl galime laikyti, kad debesis lekia tiesiai į Žemę greičiu v_p .

Bet per tą laiką Žemė pajudės savo orbita (tariame, kad Žemė juda apskritimine orbita, kurios spindulys 1 au) kampu:

$$\alpha = \frac{360 \times 2,8}{365} \approx 2,8^\circ$$

Vadinasi, kai debesis kirs Žemės orbitą, jo nuotolis nuo Žemės bus (pritaikome kosinusų teoremą):

$$a = \sqrt{2 - 2 \cos 2,8^\circ} \approx 0,049 \text{ au} \approx 7 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Ats.: Tiesiai į Žemę iš Saulės pabėgimo nuo jos greičiu išmestas debesis pro Žemę pralėks ~7 milijonų km atstumu (jei greitis bus didesnis – atstumas bus mažesnis).

4. Uždavinys (15 t)



Mažasis princas gyveno tokioje mažoje planetoje, kad Saulei nusileidus žemiau horizonto jam užtekdavo porą žingsnių pastumti kėdę į vakarus, ir jis vėl galėdavo grožėtis nauju saulėlydžiu. Tarkime, kad per vieną dieną tokiu „kėdės slinkimo“ būdu Mažasis princas galėjo stebėti 943 saulėlydžius (pirmąjį ir paskutinįjį – iš tos pačios vietos), o jo žingsnio ilgis – 50 cm.

Raskite:

- Kokio spindulio planetoje saulėlydžius stebėjo Mažasis princas?
- Kokiu atstumu nuo Saulės tuo metu skriejo Mažojo princo planeta?

Sprendimas

- a) Kadangi Mažasis princas pasislinkęs 942 kartus po 2x50 cm atsidūrė toje pačioje planetos vietoje, tai jo įveiktas kelias (942 metrai) yra lygus planetos perimetrui. Iš čia gauname, kad planetos spindulys:

$$R = \frac{942}{2 \times \pi} \approx 150 \text{ m}$$

- b) Pirma surandame, kokio kampinio skersmens Saulę savo planetos danguje stebi Mažasis princas: jis yra toks, kokiu kampu apie planetos centrą reikia pasislinkti, kad vėl būtų galima matyti ką tik nusileidusios Saulės diską virš horizonto:

$$\alpha = 360^\circ / 942 \approx 0,38^\circ$$

Saulės disko linijinis skersmuo žinomas (žr. konstantų lent.). Taigi, planeta nuo jos skrieja atstumu

$$D = \frac{2 \times 6,956 \times 10^5}{\tan(0,38^\circ)} \approx 2,098 \times 10^{11} \text{ m} \approx 1,4 \text{ au.}$$

Ats.: Mažojo princo planetos spindulys ~150 m, nuotolis nuo Saulės ~1,4 au.

5. Uždavinys (10 t)

Palydovų apsisukimo apie Jupiterį žvaigždiniai periodai Žemės paromis: Ija – 1,77, Europa – 3,55, Ganimedas – 7,15. Kažkoku laiko momentu visi trys palydovai išsidėsto vienoje Jupiterio pusėje į eilę. Raskite, po kokio laiko tarpo jie vėl išsidėstys vienoje Jupiterio pusėje į eilę.

Sprendimas

Pažymėkime Ijos, Europos ir Ganimedo žvaigždinius apsisukimo apie Jupiterį periodus T_1 , T_2 ir T_3 .

Matome, kad $T_2/T_1 = 3,55/1,77 \approx 2$, o $T_3/T_2 = 7,15/3,55 \approx 2$, t.y., $T_3 = 2T_2 = 4T_1$.

Per tą laiko tarpą kol Ganimedas apsisuks apie Jupiterį 1 kartą, Europa spės apsisukti ~ 2 , o Ija ~ 4 kartus.

Vadinasi, po laiko tarpo $\sim 4T_1$ palydovai vėl bus išsidėstę į eilę vienoje pusėje nuo Jupiterio: $4T_1 = 4 \times 1,77 = 7,08$ paros.

Ats.: Po $\sim 7,08$ parų palydovai vėl išsidėstys panašiai.