

66-oji Lietuvos mokinių matematikos olimpiada

Kaunas, 2017 03 17

9–10 klasės

1. Įrodykite, kad

$$x^2 + xy^2 + xyz^2 + 4 \geq 4xyz,$$

jei $x, y, z \geq 0$.

2. Apie lygiakraštį trikampį ABC apibrėžto apskritimo mažesniajame lanke BC pažymėtas toks taškas M , kad $MB = 21$, $MC = 28$. Tiesės AM ir BC kertasi taške D . Raskite atkarpos MD ilgį.
3. Į lentelės 7×7 langelius surašyti realieji skaičiai taip, kad kiekvieno 3×3 kvadrato visų devynių skaičių sandauga ir kiekvieno 4×4 kvadrato visų šešiolikos skaičių sandauga yra lygi tam pačiam skaičiui S . Ar gali (su bent viena S reikšme) visų keturiasdešimt devynių tos lentelės skaičių sandauga būti lygi 2017?
4. Natūraliųjų skaičių ketvertas (a, b, c, d) tenkina lygčių sistemą

$$\begin{cases} ab - a - b = c + d - 3, \\ cd - c - d = a + b - 3. \end{cases}$$

- a) Raskite bent du tokius ketvertus.
b) Rasite visus tokius ketvertus.