

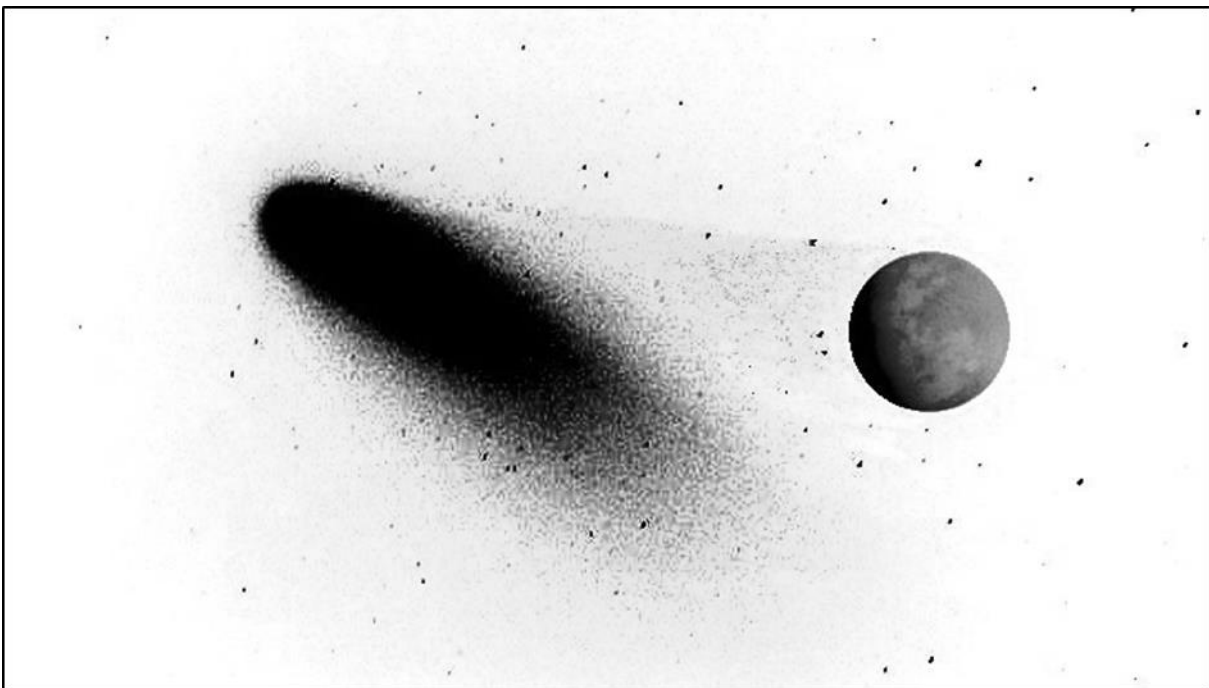
Lietuvos mokinių šešioliktoji astronomijos olimpiada

Antrasis etapas

V-VIII klasių mokiniai

1 uždavinys (20 taškų)

JAV astronomijos mėgėjas Aleksas Melingeris 1997 m. kovo 24 d. apie 3h30m pasauliniu laiku stebėjo Hale-Bopp kometa vietovėje, kurios platuma 37°N (šiaurės) ir ilguma 122°W (vakarų), ir ją nufotografavo. Tuo metu kometos koordinatės buvo tokios: geografinis azimutas 315° , horizontinis aukštis 17° . Fotografavimo metu Saulė buvo apie 15° žemiau horizonto. Nuotraukai pagražinti Aleksas papildomai į tą patį kadrą nufotografavo tuo metu kitoje dangaus vietoje matomą Mėnulį. Žemiau pateikiama suminė nuotrauka ir jos negatyvas.



Užduotys:

- 1) Negatyve pažymėkite Hale-Bopp kometos dalis: komą, dulkių uodegą ir dujų uodegą.
- 2) Kurioje dangaus dalyje tuo metu buvo stebimas Mėnulis? Pažymėkite rodykle, kur Mėnulio atžvilgiu buvo kryptis į pietus?
- 3) Nupieškite rodyklėmis, kur apytiksliai kometos atžvilgiu danguje buvo Saulė, kryptis į šiaurinį horizonto tašką ir kryptis į vakarinį horizonto tašką.
- 4) Išmatuokite kometos komos kampinį skersmenį 0,1 laipsnio tikslumu.
- 5) Apskaičiuokite kometos komos skersmenį kilometrais 1000 km tikslumu tardami, kad fotografavimo metu kometos nuotolis nuo Žemės buvo 1,4 astronominio vieneto, o kometos kampiniai matmenys maži.
- 6) Apskaičiuokite, kiek kartų skiriasi kometos komos dydis lyginant su Žemės skersmeniu ir kiek kartų lyginant su tipišku kometų komos skersmeniu (200 000 km)?

Sprendimas

1) Negatyve pažymėkite Hale-Bopp kometos dalis: komą, dulkių uodegą ir dujų uodegą.

Žr. A1-1 pav.

2) Kurioje dangaus dalyje tuo metu buvo stebimas Mėnulis? Pažymėkite rodykle, kur Mėnulio atžvilgiu buvo kryptis į pietus?

Rytuose, nes Mėnulio pilnatis ir vakaro metas, pietūs - tolyn nuo Mėnulio šviesiosios pusės (žr. A1-1 ir A1-2 pav.).

3) Nupieškite rodyklėmis, kur apytiksliai kometos atžvilgiu danguje buvo Saulė, kryptis į šiaurinį horizonto tašką ir kryptis į vakarinį horizonto tašką.

Saulė priešingoje pusėje dujinės uodegos, vakarai nuotraukoje link Saulės ir į viršų, šiaurė – į apačią: beveik lygiadienis, Saulė leidosi vakaruose, o kometą yra šiaurės vakaruose (žr. A1-1 ir A1-3 pav.).

4) Kometos komos kampinio skersmens matavimas

Mėnulio kampinis skersmuo $\approx 0,5^\circ$, nuotraukoje jo skersmuo $\approx 2,1$ cm, kometos komos skersmuo $\approx 1,3$ cm. Iš čia komos kampinis skersmuo:

$$0,5^\circ \times \frac{1,3}{2,1} \approx 0,3^\circ$$

5) Kometos komos skersmens kilometrais skaičiavimas

Kadangi kometos kampiniai matmenys maži, pritaikome mažų kampų formulę:

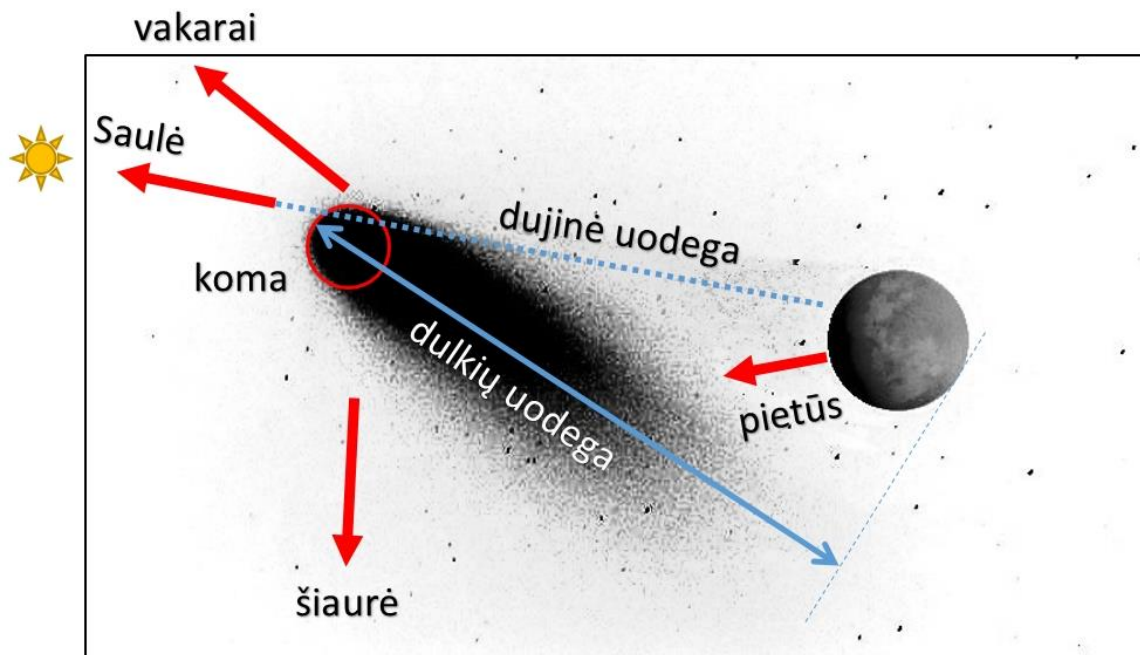
$$\frac{1,4 \times 150 \times 10^6 \times 0,3 \times 3600}{206265} \approx 1\,100\,000 \text{ km}$$

6) Kometos komos dydžio palyginimas su Žemės skersmeniu ir su tipišku kometų komos skersmeniu
Lyginant su Žemės skersmeniu ($\approx 12\,600$ km), koma didesnė

$$\frac{1100000}{12600} \approx 87 \text{ kartus}$$

Lyginant su tipiškąs kometos komos skersmeniu ($\approx 200\,000$ km), Hale-Bopp koma didesnė

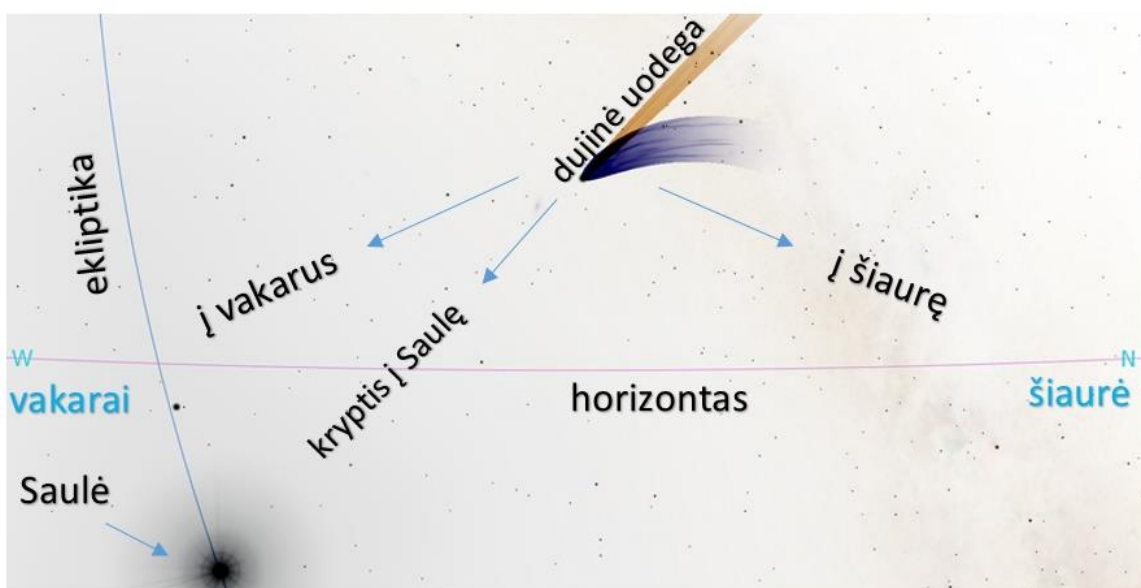
$$\frac{1100000}{200000} \approx 5,5 \text{ karto}$$



A1-1 pav.

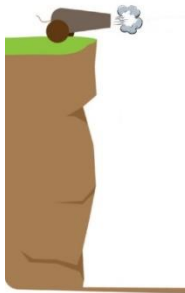


A1-2 pav.



A1-3 pav.

2 uždavinys (15 taškų)



Įsivaizduokime, kad dvi vienodos patrankos, šaudančios vienodais sviediniais, pastatytos ant esančių lygumoje pavienių vienodo aukščio kalnų Žemėje ir Marse. Abi patrankos iššauna po sviedinį tiksliai horizontaliomis kryptimis.

Klausimai:

- Ar iš šių patrankų iššauti sviediniai nulėks vienodą atstumą?
- Jei sviediniai nulėks nevienodą atstumą, tai kurioje planetoje sviedinys nulėks toliau?
- Kiek kartų toliau nulėks sviedinys, iššautas vienoje planetoje, palyginus su nuotoliu, kurį nulėks sviedinys, iššautas kitoje planetoje?

Į atmosferos įtaką neatsižvelkite.

Papildomi duomenys: Laisvojo kritimo pagreitis g ties planetos paviršiumi yra tiesiai proporcingas planetos masei M ir atvirkščiai proporcingas jos spindulio R kvadratui:

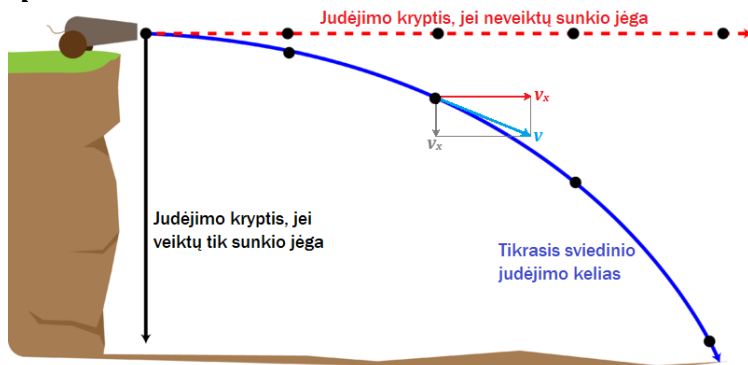
$$g \propto \frac{M}{R^2}$$

Čia \propto – proporcingumo ženklas.

Žemės duomenys: Masė $5,97 \times 10^{24}$ kg; vidutinis spindulys $6,371 \times 10^6$ m.

Marso duomenys: Masė $6,42 \times 10^{23}$ kg; vidutinis spindulys $3,390 \times 10^6$ m.

Sprendimas



a) ir b) Kadangi laisvojo kritimo pagreičiai Žemėje ir Marse skirtingi (pirmiausia dėl skirtingų masių), tai ir sviediniai, iššauti šiose planetose, nulėks skirtingus atstumus. Marse sviedinys lėks toliau nei Žemėje, nes Marse mažesnis laisvojo kritimo pagreitis.

c) Kiek nulėks sviedinys Marse ir Žemėje?

Jei neveiktų sunkio jėga, tai horizontalia kryptimi (x) iššautas sviedinys judėtų tiesiai ir tolygiai tokiu greičiu, koku jis buvo iššautas iš patrankos. Tarkime, kad šis greitis lygus v_x . Jei sviedinys būtų ne iššautas, o tiesiog paleistas laisvai kristi, tai veikiant sunkio jėgai jis kristų vertikaliai žemyn (y kryptimi) planetos laisvojo kritimo pagreičiu g . Taigi, tikrovėje sviedinys vienu metu judės horizontalia kryptimi ir kris žemyn vertikalia kryptimi (žr. pav.). Sviedinio nulėktą kelią horizontalia kryptimi nulems laiko tarpas, per kurį sviedinys iš aukščio H nukris ant planetos paviršiaus. Vertikaliąją kryptimi sviedinys judės tolygiai greitėjančiu judesiu planetos laisvojo kritimo pagreičiu g link planetos paviršiaus. Šia kryptimi judėdamas sviedinys iš aukščio H nukris ant paviršiaus per laiką t . Kritimo laiko ir aukščio sąryšis:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Kol nukris, sviedinys judės horizontalia kryptimi. Taigi, jo nulėktas kelias šia kryptimi bus lygus

$$s = v_x t = v_x \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Iš uždavinio sąlygos išplaukia, kad Marso ir Žemės masės bei matmenys skiriasi, todėl ir laisvojo kritimo pagreičiai šiose planetose yra skirtingi. Kadangi Marso masė žymiai mažesnė už Žemės masę, tai Marso paviršiuje laisvojo kritimo pagreitis mažesnis už Žemės laisvojo kritimo pagreitį paviršiuje. Todėl sviedinys, iššautas nuo Marso kalno, nulėks toliau nei Žemėje. Palyginkime nuotolius, kuriuos nulėks sviediniai Marse ir Žemėje, s_M ir s_Z . Šių nuotolių santykis lygus

$$\frac{s_M}{s_Z} = \frac{v_x t_M}{v_x t_Z} = \frac{\sqrt{\frac{2H}{g_M}}}{\sqrt{\frac{2H}{g_Z}}} = \sqrt{\frac{g_Z}{g_M}}$$

Remdamiesi sąlygoje duotu sąryšiu tarp laisvojo kritimo pagreičio ir planetos masės ir spindulio randame laisvojo kritimo pagreičių Marse ir Žemėje santykį:

$$\frac{g_Z}{g_M} = \frac{M_Z R_M^2}{M_M R_Z^2}$$

Iš čia

$$\frac{s_M}{s_Z} = \frac{R_M}{R_Z} \sqrt{\frac{M_Z}{M_M}}$$

Apskaičiuojame

$$\frac{s_M}{s_Z} = \frac{3,39 \times 10^6}{6,371 \times 10^6} \sqrt{\frac{5,97 \times 10^{24}}{6,42 \times 10^{23}}} \approx 1,6$$

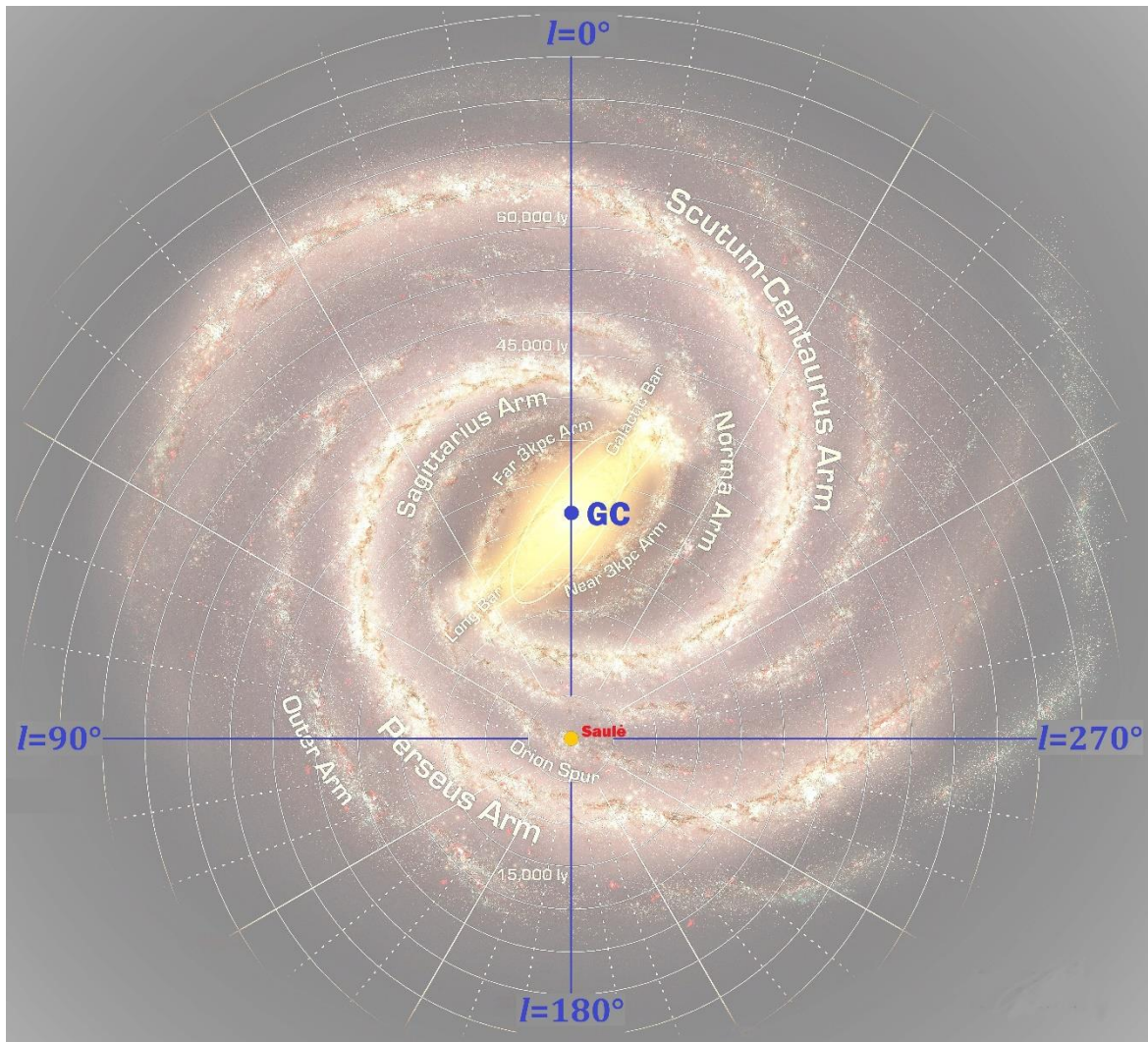
Atsakymas: a) Marse ir Žemėje iššauti sviediniai nulėks nevienodą atstumą.
b) ir c) Marse iššautas sviedinys lėks 1,6 karto toliau nei Žemėje.

3 uždavinys (15 taškų)

Ankstyvoje besiformuojančios žvaigždės raidos stadijoje dažniausiai stebimas ne pačios žvaigždės skleidžiamas spinduliavimas, bet ją supančio tankaus dujų apvalkalo (kokono, iš kurio ir formuojasi žvaigždė) spinduliuotė. 2017 m. su radioteleskopais buvo tyrinėta bene tolimiausia mūsų Galaktikos žvaigždžių formavimosi sritis ir joje besiformuojančios žvaigždės. Nustatyta, kad šioje srityje besiformuojančios žvaigždės dujų apvalkalo (kokono) paralaksas $p = 4,9 \times 10^{-5}$ kampinių sekundžių, o kampinis skersmuo $\theta = 0,06$ kampinių sekundžių.

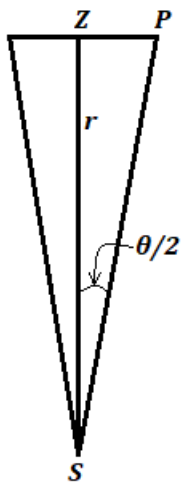
Užduotys:

- Apskaičiuokite žvaigždžių formavimosi srities atstumą.
- Apskaičiuokite žvaigždę supančio apvalkalo (kokono) skersmenį astronominiiais vienetais.
- Žemiau pateiktame mūsų Galaktikos disko plokštumos plane (3.1 pav.) kuo tiksliau pažymėkite tirtosios žvaigždžių formavimosi srities vietą. Šios srities galaktinė ilguma $l = 7,5^\circ$. Galaktikos plano mastelį įvertinkite remdamiesi atstumu tarp Saulės ir Galaktikos centro (GC), kuris lygus 8,34 kpc.
- Su liniuote 3.1 pav. išmatuokite atstumą tarp žvaigždžių formavimosi srities ir Galaktikos centro (GC) milimetrais. Panaudodami c) punkte nustatytą 3.1 pav. mastelį įvertinkite šį atstumą kiloparsekais.



3.1 pav. Galaktikos planas disko plokštumoje. Saulė pažymėta geltonu taškeliu, Galaktikos centras (GC) – mėlynu. Mėlyna raide l ir laipsniais pažymėtos pagrindinės galaktinių ilgumų kryptys

Sprendimas



a) Atstumas iki besiformuojančios žvaigždės (žvaigždžių formavimosi srities)

$$r = \frac{1}{p} = \frac{1}{4,9 \times 10^{-5}} \approx 20400 \text{ pc} = 20,4 \text{ kpc}$$

b) Besiformuojančios žvaigždės apvalkalo (kokono) linijiniam skersmeniui apskaičiuoti panagrinėkime brėžinį kairėje. Čia stačiojo trikampio SZP viršūnėje S pažymėta Saulė, Z – besiformuojančios žvaigždės centras, P – žvaigždę supančio kokono kraštas. Taigi, atstumas iki tiriamosios žvaigždžių formavimosi srities yra kraštinė $SZ = r$, kokono linijinis spindulys $ZP = D/2$ (D – kokono linijinis skersmuo), kokono kampinis spindulys yra kampas $ZSP = \theta/2$. Iš trikampio SZP panaudojant mažų kampų formulę užrašome:

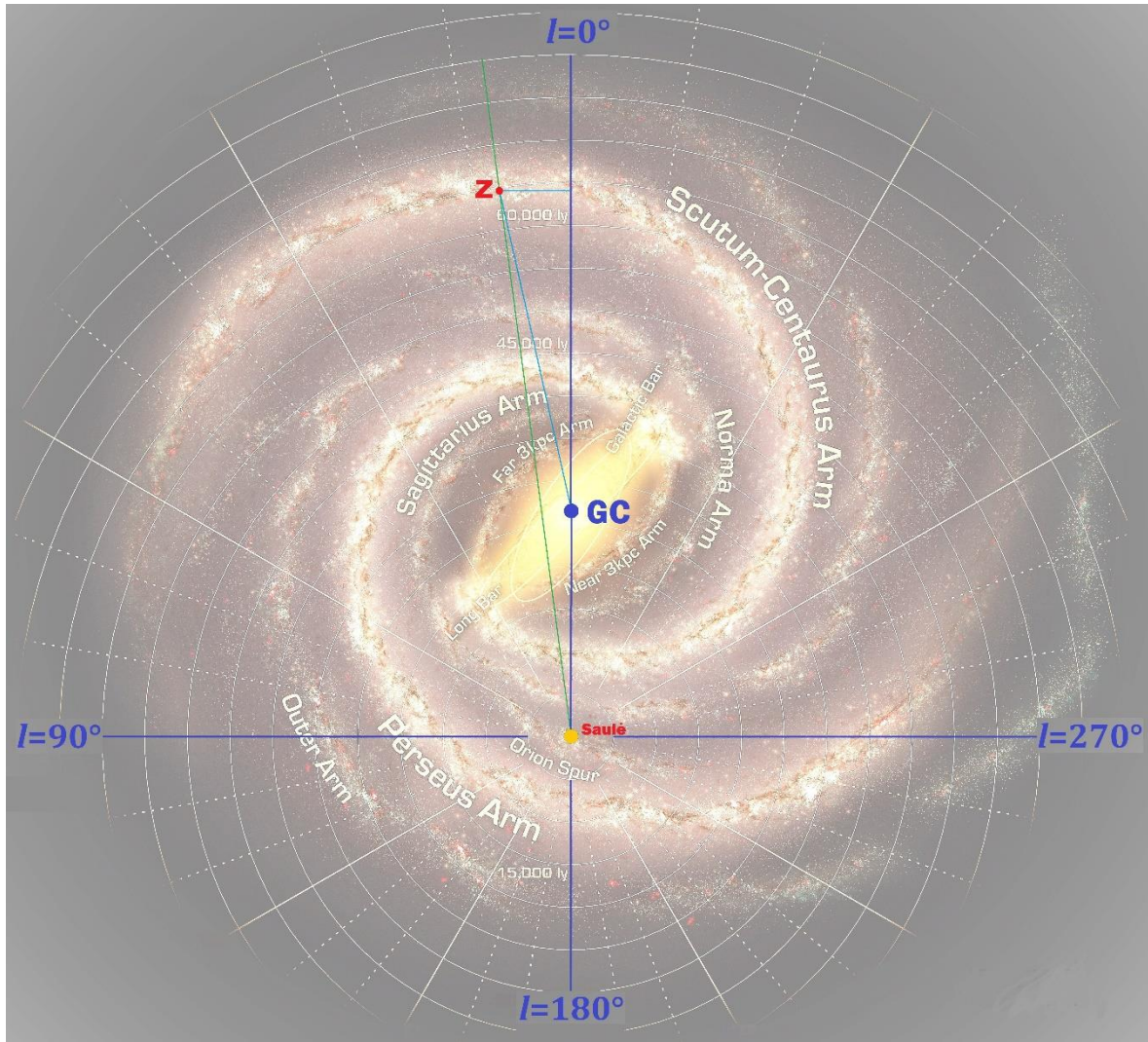
$$\frac{D}{2} = r \frac{\theta}{2}; \quad D = r\theta$$

Čia kampinis skersmuo θ turi būti išreikštas radianais, o atstumas r išreikštas astronominiais vienetais (av), nes kokono linijinį skersmenį reikia išreikšti av.

$$D = 20400 \times 206265 \frac{0,06}{206265} = 1224 \text{ av}$$

c) 3.1 pav. su liniuote išmatuojame atstumą mm tarp Galaktikos centro (GC) ir Saulės, nustatome pav. mastelį ir apskaičiuojame tiriamosios srities atstumą mm nuo Saulės padėties. Su matlankiu atidedame tiriamosios srities galaktinės ilgumos kampą ir nuo Saulės padėties link jos nubrėžiame spindulį, ant kurio pažymime jos vietą (Z) apskaičiuotame nuotolyje (3.1a pav.).

d) 3.1 pav. su liniuote išmatuojame atstumą mm tarp Galaktikos centro (GC) ir pažymėtosios žvaigždžių formavimosi srities (Z). Panaudodami c) punkte nustatytąjį 3.1 pav. mastelį įvertiname atstumą iki GC kiloparsekais. Gauname 12,2 kpc.



3.1a pav. Galaktikos planas disko plokštumoje. Saulė pažymėta geltonu taškeliu, Galaktikos centras (GC) – mėlynu. Tiriamoji žvaigždžių formavimosi sritis – Z

Atsakymas:

- a) Atstumas 20,4 kpc. b) kokono skersmuo 1224 av. c) Žr. 3.1a pav.
d) Atstumas nuo Galaktikos centro 12,2 kpc.

4 uždavinys (15 taškų)

Venera stebėta didžiausioje rytų elongacijoje. Tuo pačiu metu Venera buvo jungtyje su Marsu ir Jupiteriu. Vidutiniai planetų atstumai nuo Saulės astronominiais vienetais yra šie:

Veneros – 0,72 av, Marso – 1,52 av, Jupiterio – 5,20 av.

Užduotys:

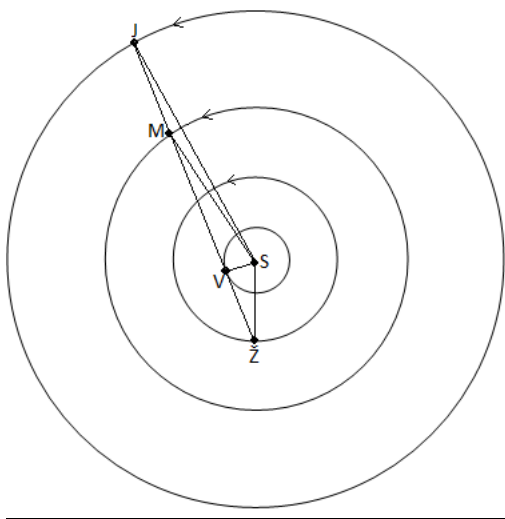
a) Nubraižykite brėžinį, atvaizduojantį planetų padėtis pagal uždavinio sąlygą. Tarkite, kad planetos yra vienoje plokštumoje ir juda apskritiminėmis orbitomis.

b) Apskaičiuokite atstumus nuo Žemės iki Veneros, Marso ir Jupiterio stebėjimo metu. Atsakymą pateikite astronominiais vienetais.

c) Nustatykite, kokiose konfigūracijose tuo pačiu stebėjimo metu bus matomas Jupiteris, Marsas ir Žemė stebėtojui, esančiam Veneroje.

Sprendimas

a)



4.1 pav. Planetų padėtys sąlygoje nurodytu metu.
Brėžinys schematiškas. Planetų atstumų skalės mastelis neišlaikytas.
S – Saulė, V – Venera, M – Marsas, J – Jupiteris, Ž – Žemė

b) Atstumas nuo Saulės iki Veneros $r_{SV} = 0,72$ av

Atstumas nuo Saulės iki Marso $r_{SM} = 1,52$ av

Atstumas nuo Saulės iki Jupiterio $r_{SJ} = 5,20$ av

Atstumas tarp Žemės ir Veneros iš Pitagoro teoremos:

$$d_{ZV} = \sqrt{d_{SZ}^2 - d_{SV}^2} = \sqrt{1 - 0,72^2} = 0,69 \text{ av}$$

Atstumas tarp Veneros ir Marso iš Pitagoro teoremos:

$$d_{VM} = \sqrt{d_{SM}^2 - d_{SV}^2} = \sqrt{1,52^2 - 0,72^2} = 1,34 \text{ av}$$

Atstumas nuo Žemės iki Marso

$$d_{ZM} = d_{ZV} + d_{VM} = 0,69 + 1,34 = 2,03 \text{ av}$$

Atstumas tarp Veneros ir Jupiterio

$$d_{VJ} = \sqrt{d_{SJ}^2 - d_{SV}^2} = \sqrt{5,20^2 - 0,72^2} = 5,15 \text{ av}$$

Atstumas nuo Žemės iki Jupiterio

$$d_{zJ} = d_{zV} + d_{VJ} = 0,69 + 5,15 = 5,84 \text{ av}$$

c) Jei stebėtojas būtų Veneroje, jam Žemė būtų rytų kvadrantūroje, o Jupiteris ir Marsas būtų rytų kvadrantūroje ir jungtyje.

Atsakymas:

b) stebėjimo momentu atstumas nuo Žemės iki Veneros $d_{zV} = 0,69$ av, atstumas nuo Žemės iki Marso $d_{zM} = 2,03$ av, atstumas nuo Žemės iki Jupiterio $d_{zJ} = 5,84$ av .

c) stebėtojui Veneroje Žemė bus vakarų kvadrantūroje, o Jupiteris ir Marsas – rytų kvadrantūroje ir jungtyje.