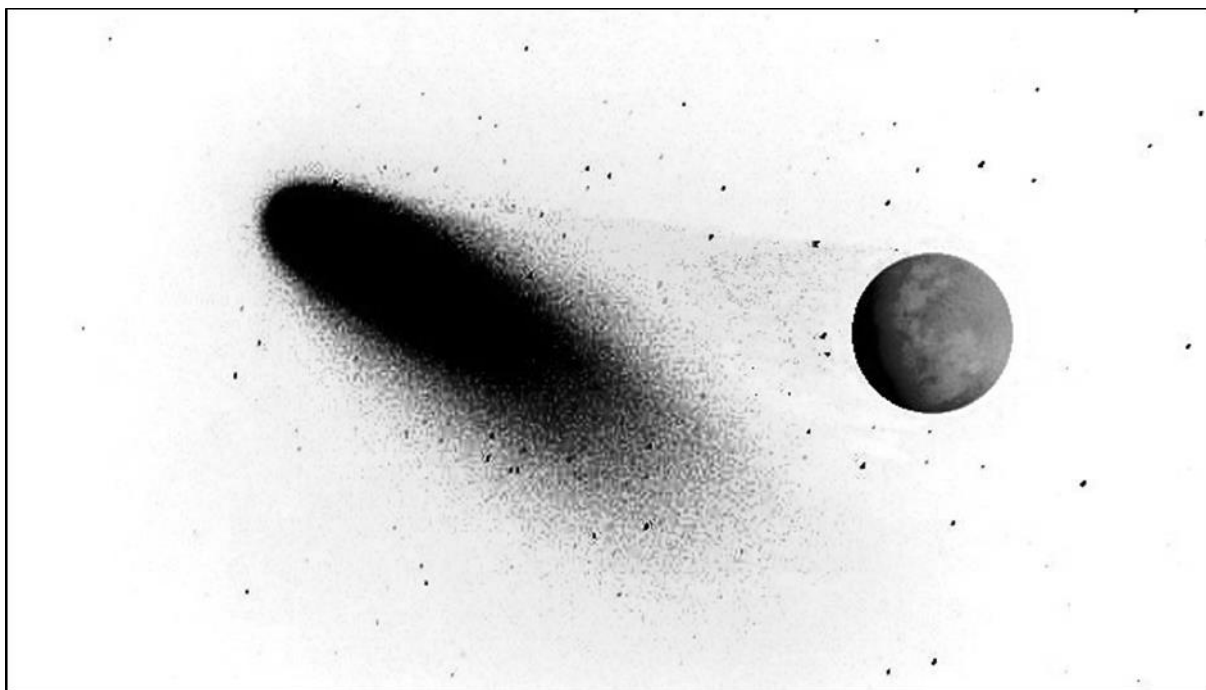


Lietuvos mokinių šešioliktoji astronomijos olimpiada
Antrasis etapas
IX-X klasių mokiniai

1 uždavinys (20 taškų)

JAV astronomijos mėgėjas Aleksas Melingeris 1997 m. kovo 24 d. apie 3h30m pasauliniu laiku stebėjo Hale-Bopp kometa vietovėje, kurios platumas 37°N (šiaurės) ir ilguma 122°W (vakarų), ir ją nufotografavo. Tuo metu kometos koordinatės buvo tokios: geografinis azimutas 315° , horizontinis aukštis 17° . Fotografavimo metu Saulė buvo apie 15° žemiau horizonto. Nuotraukai pagražinti Aleksas papildomai į tą patį kadrą nufotografavo tuo metu kitoje dangaus vietoje matomą Mėnulį. Žemiau pateikiama suminė nuotrauka ir jos negatyvas.



Užduotys:

- 1) Negatyve pažymėkite Hale-Bopp kometos dalis: komą, dulkių uodegą ir dujų uodegą.
- 2) Kurioje dangaus dalyje tuo metu buvo stebimas Mėnulis? Pažymėkite rodykle, kur Mėnulio atžvilgiu buvo kryptis į pietus?
- 3) Nupieškite rodyklėmis, kur apytiksliai kometos atžvilgiu danguje buvo Saulė, kryptis į šiaurinį horizonto tašką ir kryptis į vakarinį horizonto tašką.
- 4) Išmatuokite kometos komos kampinį skersmenį 0,01 laipsnio tikslumu. Tiksliesniam rezultatui gauti skersmenį išmatuokite kelis kartus ir apskaičiuokite savo matavimų vidurkį.
- 5) Apskaičiuokite kometos komos skersmenį kilometrais 1000 km tikslumu tardami, kad fotografavimo metu kometos nuotolis nuo Žemės buvo 1,4 astronominio vieneto (av). Nurodykite gauto rezultato paklaidas.
- 6) Šios kometos nuotolis nuo Saulės perihelyje $q = 0,914$ av, o afelyje $Q = 370,8$ av. Išlaikydami santykines q ir Q proporcijas nupieškite kometos orbitą apie Saulę milimetrinio popieriaus lape. Brėžinyje pažymėkite q ir Q , orbitos didįjį pusašį (a) ir orbitos mažąjį pusašį (b), o nuotolį nuo orbitos centro iki Saulės pažymėkite ε .
- 7) Raskite kometos orbitos didįjį pusašį a , išreikštą astronominiais vienetais, ir orbitos ekscentricitetą e (orbitos ištęstumą charakterizuojantį dydį), remdamiesi tuo, kad $\varepsilon = ae$.
- 8) Raskite kometos dulkių uodegos ilgį kilometrais tardami, kad ji prasideda nuotraukoje nuo komos priekinės dalies ir baigiasi ties tolimesniu nuo kometos Mėnulio kraštu.
- 9) Apskaičiuokite datą (metus), kada kometa vėl praskries perihelij.

Sprendimas

1) Negatyve pažymėkite Hale-Bopp kometos dalis: koma, dulkių uodegą ir dujų uodegą.

Žr. A1-1 pav.

2) Kurioje dangaus dalyje tuo metu buvo stebimas Mėnulis? Pažymėkite rodykle, kur Mėnulio atžvilgiu buvo kryptis į pietus?

Rytuose, nes Mėnulio pilnatis ir vakaro metas. Pietūs – tolyn nuo Mėnulio šviesiosios pusės (žr. A1-1 ir A1-2 pav.).

3) Nupieškite rodyklėmis, kur apytiksliai kometos atžvilgiu danguje buvo Saulė, kryptis į šiaurinį horizonto tašką ir kryptis į vakarinį horizonto tašką.

Saulė buvo priešingoje pusėje nuo dujinės uodegos, vakarai nuotraukoje link Saulės ir į viršų, šiaurė – į apačią: beveik lygiadienis, Saulė leidosi vakaruose, o kometa yra šiaurės vakaruose (žr. A1-1 ir A1-3 pav.).

4) Kometos komos kampinio skersmens matavimas

Mėnulio kampinis skersmuo $\approx 0,5^\circ$, nuotraukoje jo skersmuo $\approx 2,2$ cm, vidutinis kometos komos skersmuo $\approx 1,25$ cm. Iš čia komos kampinis skersmuo:

$$0,5 \frac{1,25}{2,2} \approx 0,28^\circ$$

A1-4 pav.

$$q+b = 2a = 0,914 + 3,708 = 3,714 \text{ av}$$

$$\frac{q+b}{2} = a = \frac{3,714}{2} \approx 1,86 \text{ av}$$

$$e = \frac{b-q}{q+b} = \frac{3,708 - 0,914}{3,708 + 0,914} \approx 0,995$$

$$1,86 \text{ av} : 28 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ cm} = 6,64 \text{ av}$$

$$b = 0,914 \text{ av} \Rightarrow 28 \text{ cm} \Rightarrow 14 \text{ mm}$$

$$q = 3,708 \text{ av} : 6,64 \approx 0,558 \text{ av} \approx 14 \text{ mm}$$

Parodyta $\frac{1}{2}$ orbitos (bita pusė minutės)



A1.4 pav.

5) *Kometos komos skersmens kilometrais apskaičiavimas. Rezultato paklaidų įvertinimas*

Kadangi kometos kampiniai matmenys maži, galima pritaikyti mažų kampų formulę:

$$\frac{1,4 \times 150 \times 10^6 \times 0,28 \times 3600}{206265} \approx 1\,026\,000 \pm 37\,000 \text{ km}$$

Kadangi komos matavimo paklaida $0,01^\circ$, tai jos linijinio skersmens paklaida kilometrais (suapvalinta iki 1000 km):

$$1\,026\,000 \text{ km} \frac{0,01^\circ}{0,28^\circ} \approx 37\,000 \text{ km}$$

6) *Kometos orbitos apie Saulę piešinys milimetrinio popieriaus lape*

Žr. A1-4 pav. (brėžinys ant milimetrinio popieriaus).

7) *Kometos orbitos didžiojo pusašio a , išreikšto astronominiais vienetais, ir orbitos ekscentriciteto e skaičiavimas*

1 variantas

Iš brėžinio: $\varepsilon \approx 185 \text{ av}$, $a \approx 186 \text{ av}$

$$e = \frac{\varepsilon}{a} = \frac{185}{186} \approx 0,995$$

2 variantas

Iš skaičiavimų: Kadangi $Q = a(1 + e)$, o $q = a(1 - e)$, tai

$$e = \frac{Q - q}{Q + q} = \frac{370,8 - 0,914}{370,8 + 0,914} \approx 0,995$$

$$a = \frac{Q}{1 + e} = \frac{370,8}{1,995} \approx 186 \text{ av}$$

8) *Kometos dulkių uodegos ilgio kilometrais skaičiavimas*

1 variantas

Kometos dulkių uodegos ilgis nuotraukoje $\approx 9,8 \text{ cm}$, o komos skersmuo $\approx 1,25 \text{ cm}$, vadinasi uodega $9,8/1,25$ kartus ilgesnė už komos skersmenį, kurį gavome 5) užduotyje:

$$1026000 \times \frac{9,8}{1,25} \approx 8 \times 10^6 \text{ km}$$

2 variantas

Pagal Mėnulio pilnaties matavimus $2,2 \text{ cm}$ atitinka $0,5^\circ$, kometos dulkių uodegos ilgis $\approx 9,8 \text{ cm}$, o jos ilgis laipsniais:

$$0,5 \frac{9,8}{2,2} \approx 2,23^\circ$$

Uodegos ilgis kilometrais:

$$1,4 \times 150 \times 10^6 \times \tan(2,23^\circ) \approx 8 \times 10^6 \text{ km}$$

Pastaba: naudodami mažų kampų formulę gautume šiek tiek didesnę atsakymą, nes kampas jau nėra mažas:

$$\frac{1,4 \times 150 \times 10^6 \times 2,23 \times 3600}{206265} \approx 8,2 \times 10^6 \text{ km}$$

9) Datas (metai), kada kometa vėl praskries perihelij, skaičiavimas

Iš trečio Keplerio dėsnio randame kometos orbitos periodą metais:

$$T = \sqrt{a^3} = \sqrt{186^3} \approx 2537$$

Kometa buvo stebima 1997 metais, todėl perihelij vėl praskries $1997 + 2537 = 4534$ metais.

2 uždavinys (15 taškų)

Analizuojant padrikojo spiečiaus žvaigždžių fotometrinius duomenis galima nustatyti spiečiaus atstumą. Šiam tikslui pasiekti spiečiaus žvaigždžių ryškio-spalvos diagrama (Hercšprungo ir Reselo diagramos analogas) lyginama su kalibruota absoliučiojo ryškio – spalvos diagrama. Spiečiaus atstumo modulis įvertinamas pagal spiečiaus žvaigždžių pagrindinės sekos vertikalų poslinkį iki sutapatinimo su žvaigždžių nulinio amžiaus pagrindine seka kalibruotoje diagramoje.

Šiam uždaviniui lentelėje pateikti vieno padrikojo spiečiaus žvaigždžių ryškių V ir spalvų (spalvos rodiklių) $(B-V)$ fotometriniai matavimai (2.1 lentelė). Tarpžvaigždinė ekstinkcija iki spiečiaus atstumo nereikšminga, nes spiečius yra gana arti Saulės sistemos.

2.1 lentelė. Spiečiaus fotometriniai matavimai

Nr.	B-V	V		
1	-0,05	5,25		
2	-0,02	5,68		
3	0,05	6,30		
4	0,08	5,15		
5	0,08	4,95		
6	0,11	6,80		
7	0,17	7,10		
8	0,19	6,90		
9	0,25	4,92		
10	0,28	7,42		
11	0,37	7,89		
12	0,40	8,14		
13	0,46	8,35		
14	0,48	8,55		
15	0,50	8,55		
16	0,51	8,74		
17	0,56	9,07		
18	0,58	9,02		
19	0,61	9,32		
20	0,67	9,65		

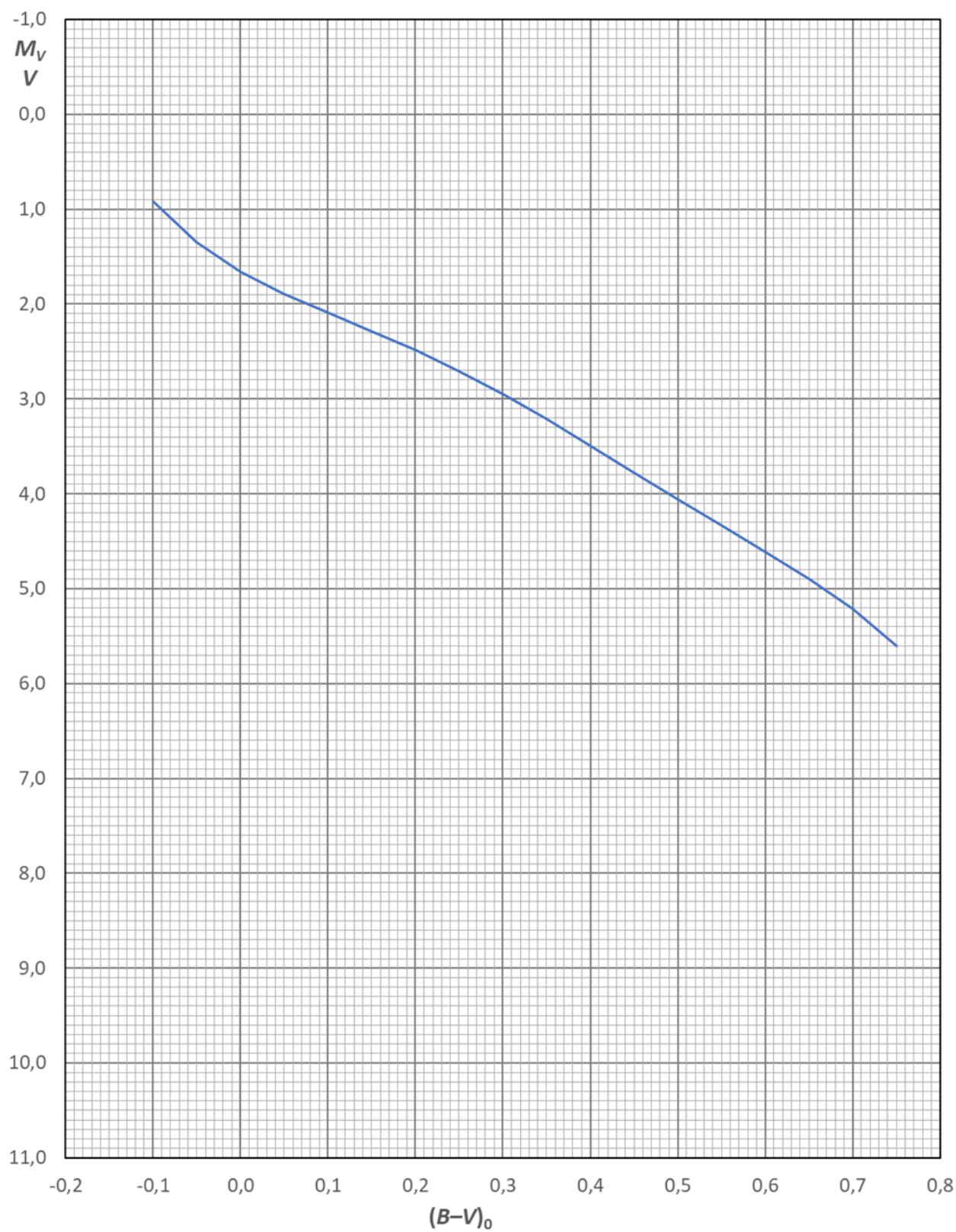
Kalibruotoji diagrama $M_V, (B-V)_0$, kurioje išbrėžta žvaigždžių nulinio amžiaus pagrindinė seka, pateikta 2.1 pav. Šios diagramos plotas ordinatės kryptimi yra išplėstas tiek, kad joje būtų galima atidėti ir spiečiaus žvaigždžių matavimus.

Užduotys

a) 2.1 pav. diagramoje atidėkite spiečiaus žvaigždes (2.1 lentelės duomenys). Įvertinkite spiečiaus atstumo modulį.

b) Naudodami šį atstumo modulį apskaičiuokite spiečiaus žvaigždžių absoliučiuosius ryškius, surašykite juos į duomenų lentelę ir atidėkite 2.1 pav. diagramoje. Atkreipkite dėmesį, ar tikrai spiečiaus pagrindinės sekos žvaigždės išsidėsto simetriškai abipus kalibruotos nulinio amžiaus pagrindinės sekos. Jei ne, tai atitinkamai pakoreguokite atstumo modulį ir absoliučiuųjų ryškių skaičiavimus atlikite iš naujo.

c) Apskaičiuokite spiečiaus atstumą parsekais.



2.1 pav. $V, B-V$ diagrama. Mėlyna linija žymi nulinio amžiaus pagrindinę seką

Sprendimas

a) 2.1 pav. diagramoje atidedame spiečiaus žvaigždes, panaudodami 2.1 lentelės duomenis. Šioje diagramoje įvertiname poslinkio dydį, kuriuo reikia perstumti ordinatės kryptimi spiečiaus žvaigždžių pagrindinę seką, kad ji sutaptų su kalibruotąja pagrindine seka. (Atkreipiame dėmesį, kad viršutinėje diagramos dalyje esančios 5 didžiausio šviesio žvaigždės jau yra nukrypusios nuo nulinio amžiaus pagrindinės sekos, todėl į jas neatsižvelgiama vertinant atstumo modulį.) Gauname, kad šis poslinkis lygus $V - M_V = 4,6$. Tai ir yra spiečiaus atstumo modulis.

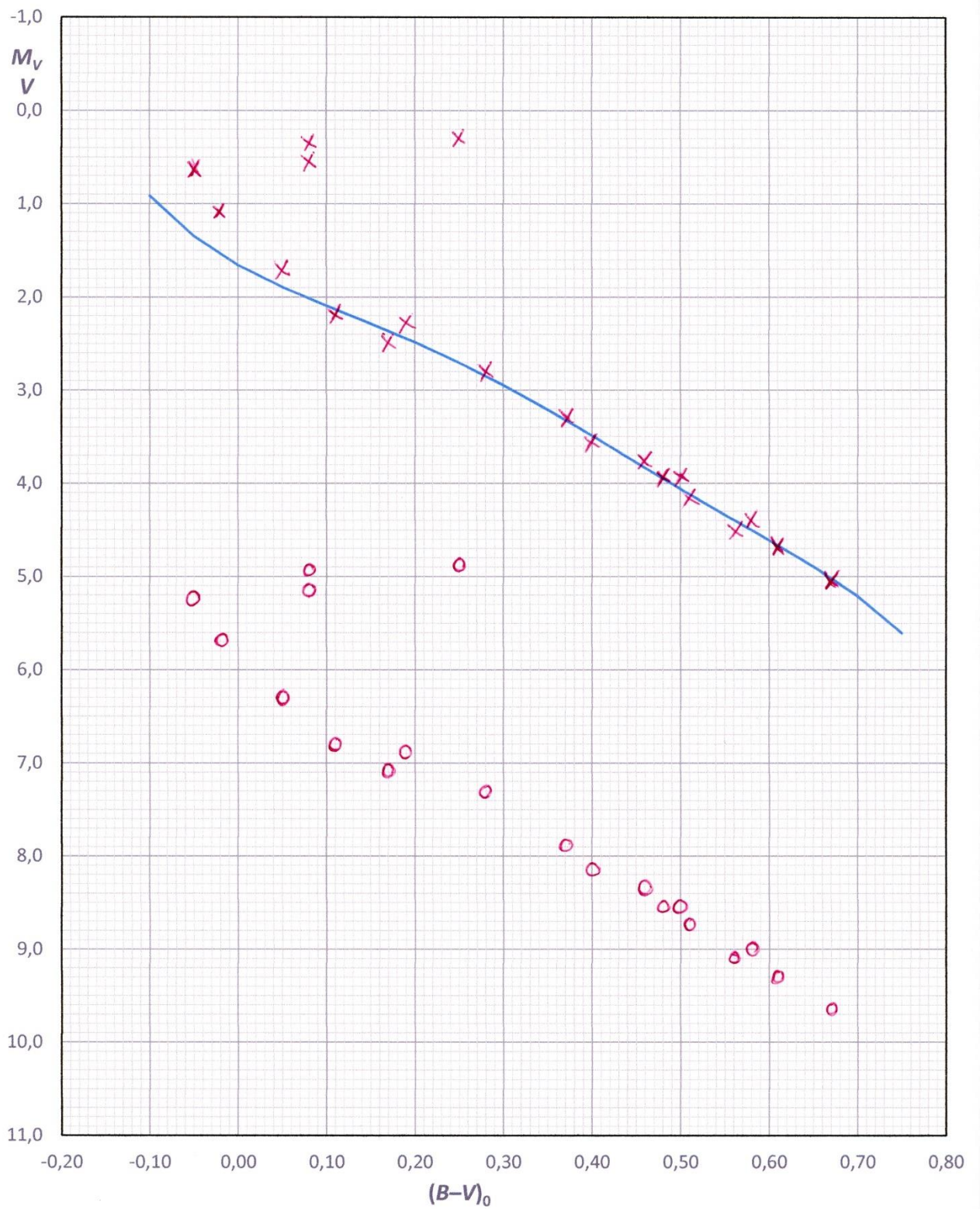
b) Panaudodami šį modulį apskaičiuojame spiečiaus žvaigždžių absoliučiuosius ryškius:

$M_V = V - 4,6$. Jų vertės surašytos 2.1a lentelės trečiame stulpelyje.

2.1a lentelė

Nr.	B-V	V	$V - 4,6$	
1	-0,05	5,25	0,65	
2	-0,02	5,68	1,08	
3	0,05	6,30	1,70	
4	0,08	5,15	0,55	
5	0,08	4,95	0,35	
6	0,11	6,80	2,20	
7	0,17	7,10	2,50	
8	0,19	6,90	2,30	
9	0,25	4,92	0,32	
10	0,28	7,42	2,82	
11	0,37	7,89	3,29	
12	0,40	8,14	3,54	
13	0,46	8,35	3,75	
14	0,48	8,55	3,95	
15	0,50	8,55	3,95	
16	0,51	8,74	4,14	
17	0,56	9,07	4,47	
18	0,58	9,02	4,42	
19	0,61	9,32	4,72	
20	0,67	9,65	5,05	

Šias vertes taip pat atidedame 2.1 pav. Jei atstumo modulis buvo įvertintas teisingai, tai šios vertės išsidėsto simetriškai abipus kalibruotos pagrindinės sekos. Galutinė diagrama parodyta 2.1a pav. Spiečiaus žvaigždės išsidėsto maždaug simetriškai abipus nulinio amžiaus sekos, neskaitant viršutinių 5 žvaigždžių, kurios dėl evoliucijos jau yra atitolusios nuo šios sekos.



2.1a pav. V , $B-V$ diagrama su spiečiaus žvaigždėmis

c) Spiečiaus atstumas parsekais:

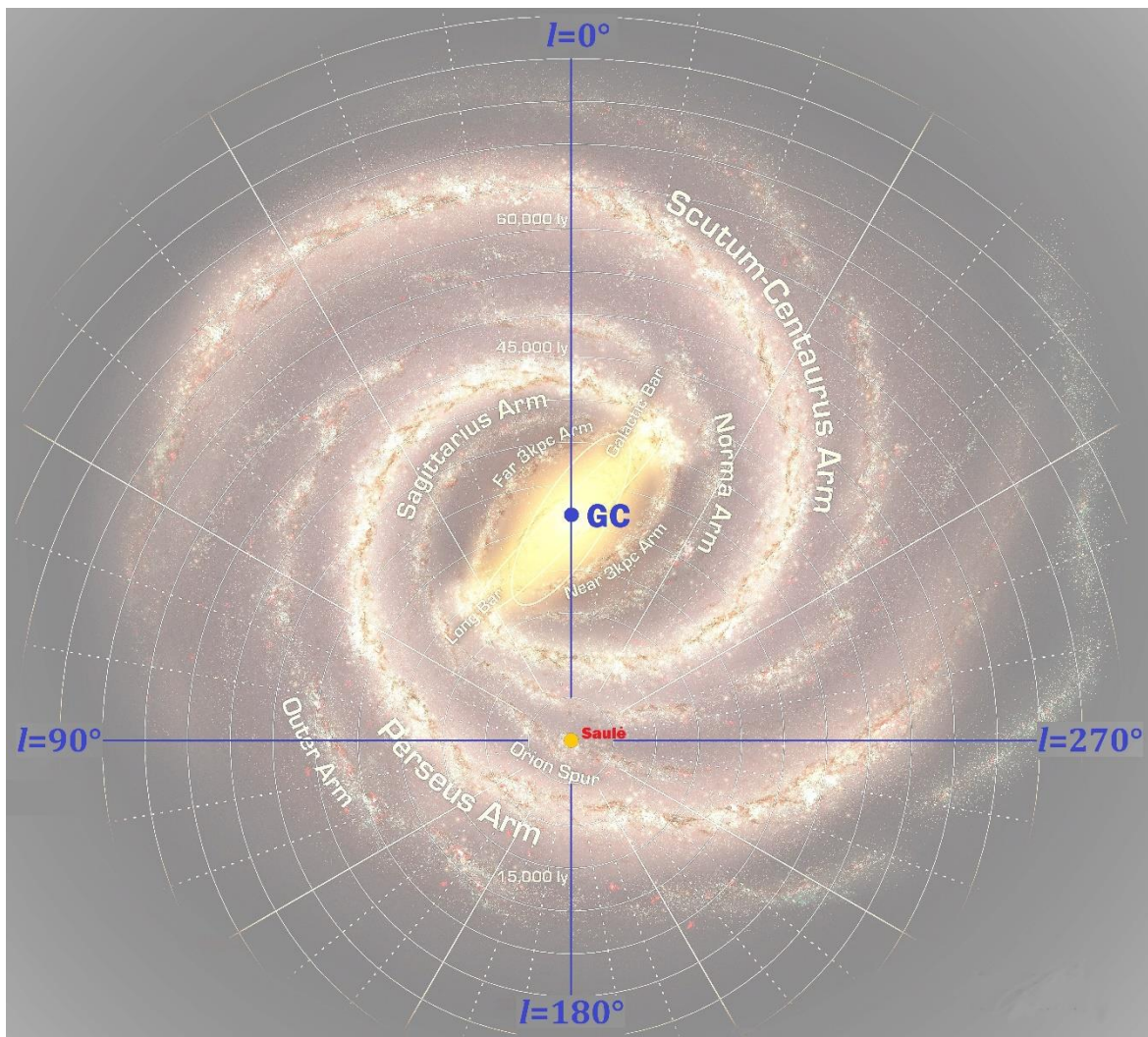
$$r = 10^{0,2(V-M_V)+1} = 10^{0,2 \times 4,6+1} = 83 \text{ pc.}$$

Atsakymas: Spiečiaus atstumas 83 pc.

3 uždavinys (15 taškų)

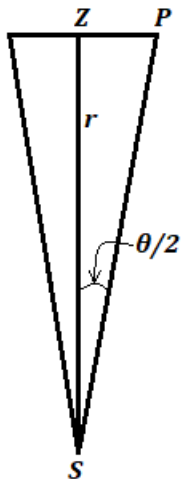
2017 metais su Labai ilgos bazės radioteleskopų gardele (angl. *Very Large Baseline Array* – *VLBA*) buvo išmatuoti už mūsų Galaktikos centro esančio bene tolimiausio žvaigždžių formavimosi rajono vandens mazerinių spinduliuotės šaltinių padėtys, paralaksai ir savieji judėjimai. Nustatyta, kad šiame rajone besiformuojančios žvaigždės dujų apvalkalo (kokono) paralaksas $p = 4,9 \times 10^{-5}$ kampinių sekundžių, o kampinis skersmuo $\theta = 0,06$ kampinių sekundžių. Uždutys:

- Raskite žvaigždžių formavimosi rajono atstumą nuo Saulės.
- Raskite žvaigždę supančio apvalkalo (kokono) skersmenį astronominiais vienetais.
- Žemiau pateiktame mūsų Galaktikos disko plokštumos plane (3.1 pav.) kuo tiksliau pažymėkite tirtojo žvaigždžių formavimosi rajono vietą. Šio rajono galaktinė ilguma $l = 7,5^\circ$. Galaktikos plano mastelį įvertinkite remdamiesi atstumu tarp Saulės ir Galaktikos centro (GC), kuris lygus $R_0 = 8,34$ kpc.
- Apskaičiuokite šio rajono nuotolį nuo Galaktikos centro. Nuotolio įvertis turi būti pagrįstas skaičiavimais, o ne matavimu liniuote.



3.1 pav. Galaktikos planas disko plokštumoje. Saulė pažymėta geltonu taškeliu, Galaktikos centras (GC) – mėlynu. Mėlyna raide l ir laipsniais pažymėtos pagrindinės galaktinių ilgumų kryptys

Sprendimas



a) Atstumas iki besiformuojančios žvaigždės (žvaigždžių formavimosi rajono)

$$r = \frac{1}{p} = \frac{1}{4,9 \times 10^{-5}} \approx 20400 \text{ pc} = 20,4 \text{ kpc}$$

b) Besiformuojančios žvaigždės apvalkalo (kokono) linijiniam skersmeniui apskaičiuoti panagrinėkime brėžinį kairėje. Čia stačiojo trikampio SZP viršūnėje S pažymėta Saulė, Z – besiformuojančios žvaigždės centras, P – žvaigždę supančio kokono kraštas. Taigi, atstumas iki tiriamosios žvaigždžių formavimosi srities yra kraštinė $SZ = r$, kokono linijinis spindulys $ZP = D/2$ (D – kokono linijinis skersmuo), kokono kampinis spindulys yra kampas $ZSP = \theta/2$. Iš trikampio SZP panaudojant mažų kampų formulę užrašome:

$$\frac{D}{2} = r \frac{\theta}{2}; D = r\theta$$

Čia kampinis skersmuo θ turi būti išreikštas radianais, o atstumas r išreikštas astronominiais vienetais (av), nes kokono linijinį skersmenį reikia išreikšti av.

$$D = 20400 \times 206265 \frac{0,06}{206265} \approx 1224 \text{ av}$$

c) 3.1 pav. su liniuote išmatuojame atstumą mm tarp Galaktikos centro (GC) ir Saulės, nustatome pav. mastelį ir apskaičiuojame tiriamosios srities atstumą mm nuo Saulės padėties. Su matlankiu atidedame tiriamosios srities galaktinės ilgumos kampą ir nuo Saulės padėties link jos nubrėžiame spindulį, ant kurio pažymime jos vietą (Z) apskaičiuotame nuotolyje (3.1a pav.).

d) 3.1a pav. iš taško Z nuleidžiame statmenį į tiesę, jungiančią Saulę ir Galaktikos centrą. Gavome statųjį trikampį $S(\text{aulė})EZ$. Šiame trikampyje žinomi dydžiai yra $SZ = r$, $S(\text{GC}) = R_0$ ir $\angle ZSE = l$. Tačiau nežinomi dydžiai $ZE = b$ ir $(\text{GC})E = d$. Sujungę Z su GC gauname kitą statųjį trikampį $ZE(\text{GC})$. Jame kraštinės ZE ir $(\text{GC})E$ yra ir trikampio SEZ dalys, o kraštinė $Z(\text{GC}) = R_Z$ yra ieškomas atstumas tarp žvaigždžių formavimosi rajono ir Galaktikos centro (3.1a pav.).

Iš trikampio SEZ randame jo kraštinės ZE ilgį b ir atkarpą d :

$$b = r \sin l = 20,4 \sin 7,5^\circ = 2,663 \text{ kpc}$$

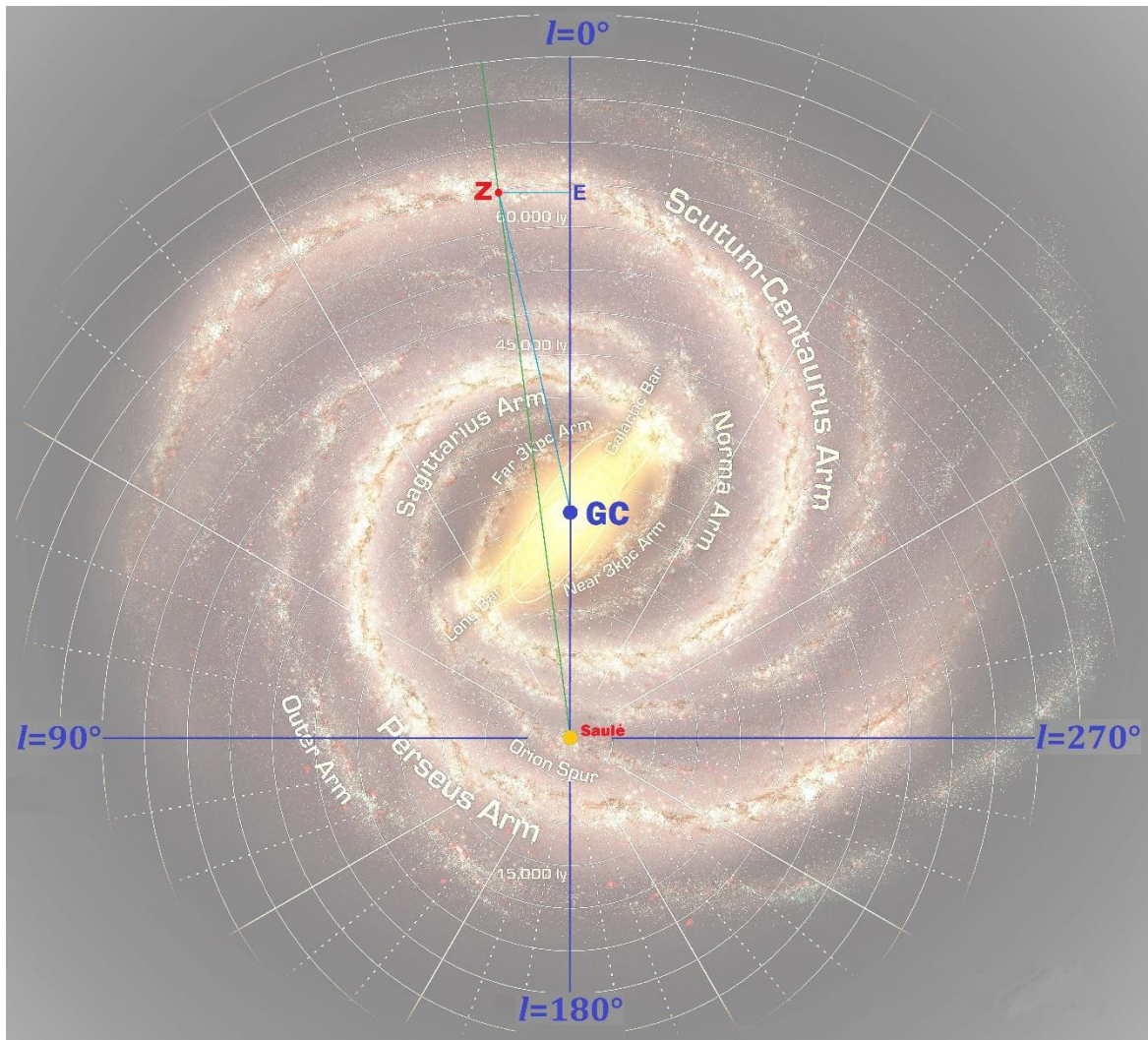
$$R_0 + d = r \cos l$$

$$d = r \cos l - R_0 = 20,4 \cos 7,5^\circ - 8,34 = 11,885 \text{ kpc}$$

Iš trikampio $(\text{GC})ZE$ pagal Pitagoro teoremą gauname:

$$R_Z^2 = d^2 + b^2$$

$$R_Z = \sqrt{11,885^2 + 2,663^2} \approx 12,2 \text{ kpc}$$

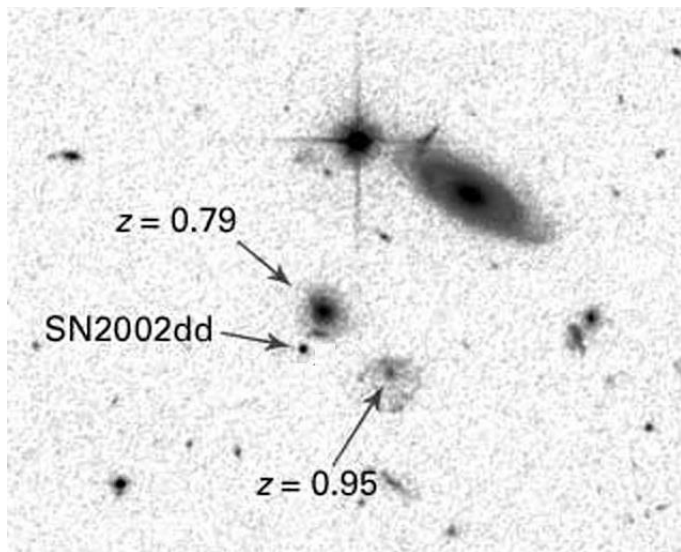


Atsakymas

- a) Žvaigždžių formavimosi rajono atstumas nuo Saulės 20,4 kpc.
- b) Kokono skersmuo 1224 av.
- c) Žvaigždžių formavimosi rajono vieta Galaktikoje pažymėta 3.1a pav.
- d) Žvaigždžių formavimosi rajono atstumas nuo Galaktikos centro 12,2 kpc.

4 uždavinys (15 taškų)

2002 metais astronomai stebėjo Ia tipo supernovą SN2002dd, kurios aplinka pavaizduota 4.1 pav. nuotraukoje. Šioje nuotraukoje taip pat pažymėtos dvi galaktikos su duotais raudonojo poslinkio rodikliais. Supernovos spindesio kreivė B juostoje pateikta 4.2 pav. Tarpžvaigždinė ekstinkcija supernovos kryptimi $A_B = 0,15$.



4.1 pav. Supernovos SN2002dd aplinka. Nuotraukoje pažymėtos dvi galaktikos su nurodytais raudonojo poslinkio faktoriais

rodikliais. Supernovos spindesio kreivė B juostoje pateikta 4.2 pav. Tarpžvaigždinė ekstinkcija supernovos kryptimi $A_B = 0,15$.

Užduotys:

a) Iš supernovos spindesio kreivės (4.2 pav.) nustatykite jos absoliutųjį ryškį M_B spindesio maksimume. Absoliutųjį ryškį skaičiuokite remdamiesi priklausomybe:

$$M_B = -19,32 + 0,64(\Delta m_{15} - 1,1).$$

Čia Δm_{15} yra supernovos regimojo ryškio B , išmatuoto, praėjus 15-ai dienų po supernovos spindesio maksimumo momento, ir jos regimojo ryškio spindesio maksimume skirtumas.

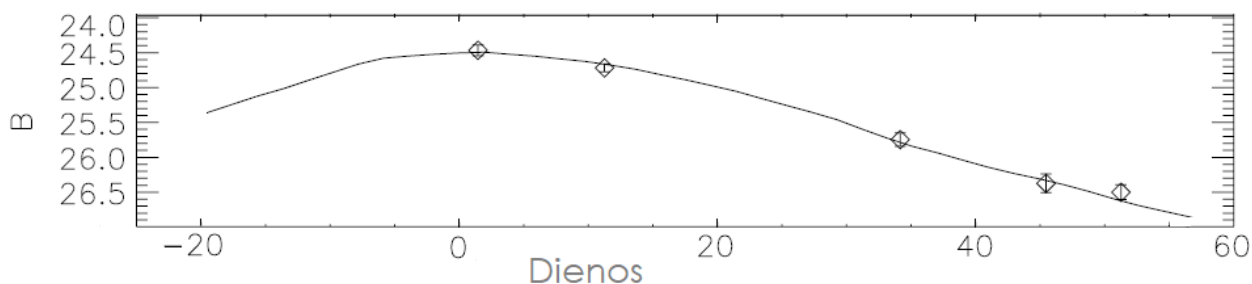
b) Raskite supernovos atstumą Mpc.

c) Nustatykite, ar ši supernova yra arčiau 4.1 pav. pažymėtų galaktikų, ar toliau, ar šalia kurios nors iš jų.

Hablo konstanta $H = 72 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$.

Naudokite Hablo dėsnio variantą, kuriame atsižvelgiama į Visatos plėtimosi spartos kitimą:

$$r = \frac{cz}{H}(1 + 0,8z)$$



4.2 pav. Supernovos SN2002dd spindesio kitimo kreivė B juostoje. Dienos skaičiuojamos nuo spindesio maksimumo momento

Sprendimas

a) Supernovos absoliutusias ryšis spindesio maksimume

Iš 4.2 pav. nustatome, kad $\Delta m_{15} = 0,3$. Tuomet

$$M_B = -19,32 + 0,64(0,3 - 1,1) = -19,83$$

b) Supernovas atstumo skaičiavimas

Atstumo modulis

$$\mu = B - M_B - A_B = 24,5 + 19,83 - 0,15 = 44,2$$

Atstumas

$$r = 10^{0,2(\mu+5)} = 6918 \text{ Mpc}$$

c) Nustatykite, ar ši supernova yra arčiau 4.1 pav. pažymėtų galaktikų, ar toliau

1 variantas.

Pagal duotą Hablo dėsnio formulę apskaičiuojame 4.1 pav. pažymėtų galaktikų atstumus:

$$r_{79} = \frac{3 \times 10^5 \times 0,79}{72} (1 + 0,8 \times 0,79) = 5372 \text{ Mpc}$$

$$r_{95} = \frac{3 \times 10^5 \times 0,95}{72} (1 + 0,8 \times 0,95) = 6967 \text{ Mpc}$$

Matome, kad galaktikos, kurios $z = 0,95$, atstumas praktiškai nesiskiria nuo supernovas atstumo (nepamirškime atstumų nustatymo paklaidų) ir galime daryti išvadą, kad jos yra vienodame nuotolyje.

2 variantas.

Panaudojame duotą Hablo dėsnio formulę supernovas raudonojo poslinkio rodikliui apskaičiuoti:

$$0,8z^2 + z - \frac{rH}{c} = 0$$

$$0,8z^2 + z - \frac{6918 \times 72}{3 \times 10^5} = 0$$

$$0,8z^2 + z - 1,66 = 0$$

Sprendžiame šią kvadratinę lygtį. Pasirenkame teigiamą sprendinio vertę, nes z turi būti teigiamas:

$$z = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \times 0,8 \times 1,66}}{2 \times 0,8} = 0,94$$

Gautas supernovas raudonasis poslinkio rodiklis praktiškai toks pat, kaip vienos iš 4.1 pav. pažymėtų galaktikų, kurios $z = 0,95$. Išvada: Supernova ir galaktika yra vienodame nuotolyje.

Atsakymas

a) Supernovas absoliutusias ryškis $M_B = -19,83$

b) Supernovas atstumas 6918 Mpc

c) Galaktika, kurios $z = 0,95$, ir supernovas $z = 0,94$ praktiškai vienodi ir galima teigti, kad abu šie objektai yra tame pačiame nuotolyje.