

Lietuvos mokinių šešioliktoji astronomijos olimpiada

Pirmasis turas

XI-XII klasių mokiniai

1 uždavinys

Dvinarės žvaigždės paralaksas $p = 0,05$ kampinės sekundės. Komponentų apskriejimo periodas $P = 100$ metų, o regimosios orbitos didysis pusašis $a = 2$ kampinės sekundės. Raskite kiekvienos žvaigždės masę (Saulės masėmis), jei jų masių santykis 4:1.

Sprendimas

Surandame orbitos didįjį pusašį astronominiais vienetais:

$$a[\text{av}] = \frac{a''}{p''} = \frac{2''}{0,05''} = 40 \text{ av}$$

Panaudoję III Keplerio dėsnį surandame bendrą sistemos masę Saulės masėmis:

$$m_1 + m_2 = \frac{a^3}{P^2} = \frac{40^3}{100^2} = \frac{64000}{10000} = 6,4 M_{\odot}$$

Kadangi $m_1/m_2 = 4/1$, tai $m_1 = 4m_2$.

Gauname:

$$5m_2 = 6,4 M_{\odot} \rightarrow m_2 = \frac{6,4}{5} M_{\odot} = 1,28 M_{\odot}$$

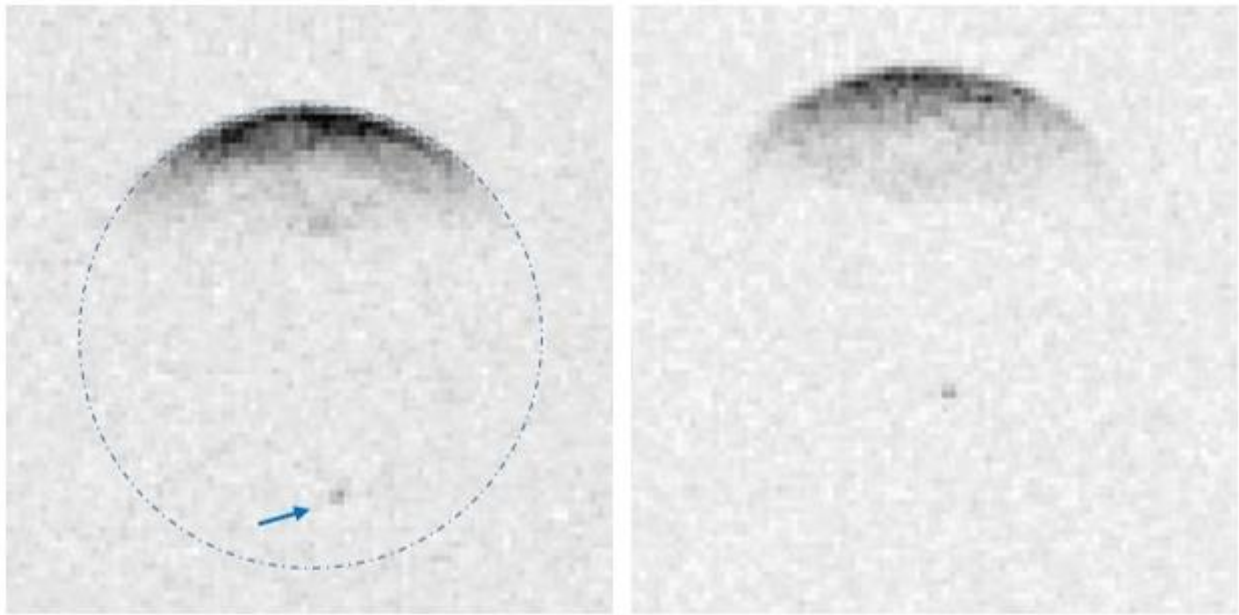
$$m_1 = 5,12 M_{\odot}$$

Atsakymas: $5,12 M_{\odot}$ ir $1,28 M_{\odot}$

2 uždavinys

Astronomams pavyko su radaru „nufotografuoti“ pro Žemę praskrendantį asteroidą. Žemiau pateiktos dvi nuotraukos (2.1 pav.), kurias skiria 15 min. laiko tarpas. Asteroidas yra sferinis ir turi palydovą (pažymėtas rodykle), kurio apskritiminės orbitos spindulys 5 kartus didesnis už asteroido spindulį. Remdamiesi šiais duomenimis raskite vidutinį asteroido tankį.

Tarkite, kad asteroido nuotolis nuo Žemės per laiko tarpą tarp nuotraukų nepakito, o palydovas pajudėjo tik nedidele savo orbitos dalimi.



2.1 pav. Asteroido nuotraukos

Sprendimas

Kadangi asteroidas yra daug kartų toliau nuo Žemės palyginti nuotoliu nuo savo palydovo, tai galime laikyti, kad jie abu yra vienodame nuotolyje nuo Žemės. Tuomet asteroido ir palydovo kampinių dydžių santykis atitinka jų fizinių dydžių santykius. Išmatavę gauname, kad asteroido spindulio ir palydovo per nuotraukas skiriantį laiko tarpą nueito kelio (tariame, kad jis artimas tiesei) santykis $\approx 3,8$ (atspausdintose nuotraukose asteroido skersmuo ≈ 53 mm, o palydovo padėtis vertikalia kryptimi pakito ≈ 7 mm: $53/14 \approx 3,8$).

Visas palydovo orbitos ilgis yra $2\pi(5R)$. Čia R – asteroido spindulys.

Iš čia gauname, kad palydovo orbitinis periodas

$$P = \frac{2\pi(5R) \times 15 \times 60}{R/3,8} \approx 107442 \text{ s.}$$

Pagal apibendrintąjį III Keplerio dėsnį:

$$\frac{P^2}{a^3}(M + m) = \frac{4\pi^2}{G}$$

Palydovo masė daug mažesnė už asteroido masę, o jo orbitos spindulys $a = 5R$. Todėl

$$M = \frac{4\pi^2(5R)^3}{GP^2}$$

Asteroido masę išreiškiame per tankį ir tūrį:

$$\rho \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi^2(5R)^3}{GP^2}$$

Iš čia tankis

$$\rho = \frac{3 \times 125\pi}{GP^2} \approx \frac{1178,1}{6,674 \times 10^{-11} \times 107442^2} \approx 1530 \text{ kg/m}^3$$

Atsakymas: Asteroido tankis 1530 kg/m^3 .

3 uždavinys

Arčiausiai Saulės sistemos esanti žvaigždė, kuri prieinama stebėjimams iš Lietuvos teritorijos, yra Barnardo žvaigždė ($\alpha(2000) = 17^{\text{h}}57^{\text{m}}49^{\text{s}}$; $\delta(2000) = +04^{\circ}41'36''$). Tai mažos masės raudonoji nykštukė, kurios regimasis ryškis $V = 9,5$ ir linijinis spindulys $R = 0,2R_{\odot}$.

Tarkime, kad Barnardo žvaigždė būtų ne raudonoji nykštukė, o tos pačios efektinės temperatūros raudonoji supermilžinė, kurios spindulys $R = 1200R_{\odot}$. Raskite šios raudonosios supermilžinės regimąjį ryškį ir kampinį skersmenį, jei Barnardo žvaigždės paralaksas $\pi = 0,55''$.

Sprendimas

Supermilžinės regimasis ryškis

Kadangi nykštukės ir supermilžinės vienodos temperatūros, tai apytiksliai ir jų bolometrines pataisos vienodos. Todėl jų ryškių skirtumas

$$\begin{aligned}\Delta V &= V_n - V_{sm} = M_{Vn} - M_{Vsm} = M_{bn} - M_{bsm} \\ \Delta V &= M_{bn} - M_{bsm} = -2,5 \log \frac{4\pi R_n^2 \sigma T_n^4}{4\pi R_{sm}^2 \sigma T_{sm}^4} = 5 \log \frac{R_{sm}}{R_n} \\ V_{sm} &= V_n - \Delta V = V_n - 5 \log \frac{R_{sm}}{R_n} \\ V_{sm} &= 9,5 - 5 \log \frac{1200}{0,2} = -9,4\end{aligned}$$

Supermilžinės regimasis kampinis skersmuo

$$\theta'' = 206265 \frac{2R_{sm}}{\frac{1}{\pi}} = 206265 \frac{2 \times 1200 \times 6,96 \times 10^8}{\frac{1}{0,55} 3,086 \times 10^{16}} \approx 6''$$

Atsakymas: Regimasis ryškis $-9,4$; kampinis skersmuo $6''$.

4 uždavinys

Astronomai tyrinėjo spiralinę galaktiką, kurios disko plokštuma maždaug sutampa su regėjimo kryptimi (t. y. matoma iš „briaunos“). Jie išmatavo, kad galaktikos regimojo disko kampinis skersmuo lygus 18,6 kampinių minučių. Išanalizavę galaktikos spektrą, jie nustatė, kad atominio vandenilio spektro linijos $H\alpha$ (laboratorinis bangos ilgis $\lambda_0 = 656,28$ nm) bangos ilgis viename galaktikos disko pakraštyje yra lygus 656,88 nm, o priešingame – 657,76 nm. Apskaičiuokite atstumą (megaparsekais) iki šios galaktikos ir jos masę (Saulės masės vienetais).

Hablo konstanta lygi 72 km/s/Mpc.

Sprendimas

Stebimas galaktikos vandenilio linijos poslinkis gali atsirasti dėl dviejų priežasčių: galaktikos sukimosi ir galaktikos judėjimo jos matymo kryptimi (gali būti raudonasis arba mėlynasis poslinkis). Kadangi bangų ilgiai, išmatuoti disko pakraščiuose yra skirtingi, vadinasi galaktika sukasi (vienas kraštas artėja, o kitas tolsta). Šių bangų ilgių vidurkis bus bangos ilgis, kurį registruotume galaktikos centre:

$$\lambda_c = \frac{656,88 + 657,76}{2} = 657,32 \text{ nm}$$

Kadangi $\lambda_c > \lambda_0$, tai reiškia, kad galaktika tolsta (raudonasis poslinkis). Vadinas, pasinaudojant Hablo dėsniumi galime apskaičiuoti galaktikos atstumą:

$$r = \frac{v}{H} = \frac{cz}{H}$$

Čia c – šviesos greitis, z – raudonojo poslinkio faktorius, H – Hablo konstanta.

Raudonojo poslinkio faktorių apskaičiuojame remdamiesi Doplerio reiškiniu:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{657,32 - 656,28}{656,28} = 0,00158.$$

Čia λ_0 – atominio vandenilio linijos H α bangos ilgis, išmatuotas laboratorijoje, o $\Delta\lambda = \lambda_c - \lambda_0$.

Apskaičiuojame:

$$r = \frac{v}{H} = \frac{cz}{H} = \frac{2,998 \times 10^5 \times 0,00158}{72} \approx 6,6 \text{ Mpc}$$

Galaktikos masei apskaičiuoti turime rasti galaktikos sukimosi greitį ir linijinį spindulį.

Dėl galaktikos sukimosi spektro linijos galaktikos disko pakraščiuose bus pasislinkusios spektro linijų ties galaktikos centru atžvilgiu. Vėlgi remdamiesi Doplerio reiškiniu apskaičiuojame, pvz., tolstančio galaktikos disko pakraščio greitį:

$$w = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 2,998 \times 10^5 \frac{657,76 - 657,32}{656,28} \approx 200 \text{ km/s} = 2,0 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Tai ir yra galaktikos sukimosi greitis.

Galaktikos linijinį spindulį apskaičiuojame pasiremdami mažų kampų formule. Galaktikos kampinį skersmenį θ turime išreikšti radianais. Tuomet

$$R = \frac{\theta}{2} \times \frac{1}{206265} r = \frac{18,6 \times 60}{2} \times \frac{1}{206265} 6,6 \times 10^6 = 17855 \text{ kpc} = 5,51 \times 10^{20} \text{ m}$$

Tarkime, kad galaktikos žvaigždės juda apskritiminėmis orbitomis. Judėjimo tokia orbita sąlyga: įcentrinis pagreitis turi būti lygus gravitacijos pagreičiui:

$$\frac{w^2}{R} = G \frac{\mathcal{M}(R)}{R^2}$$

Iš čia

$$\mathcal{M}(R) = \frac{1}{G} R w^2$$

Čia $\mathcal{M}(R)$ yra galaktikos medžiagos masė, esanti R spindulio sferoje aplink galaktikos centrą, G – gravitacijos konstanta.

Apskaičiuojame

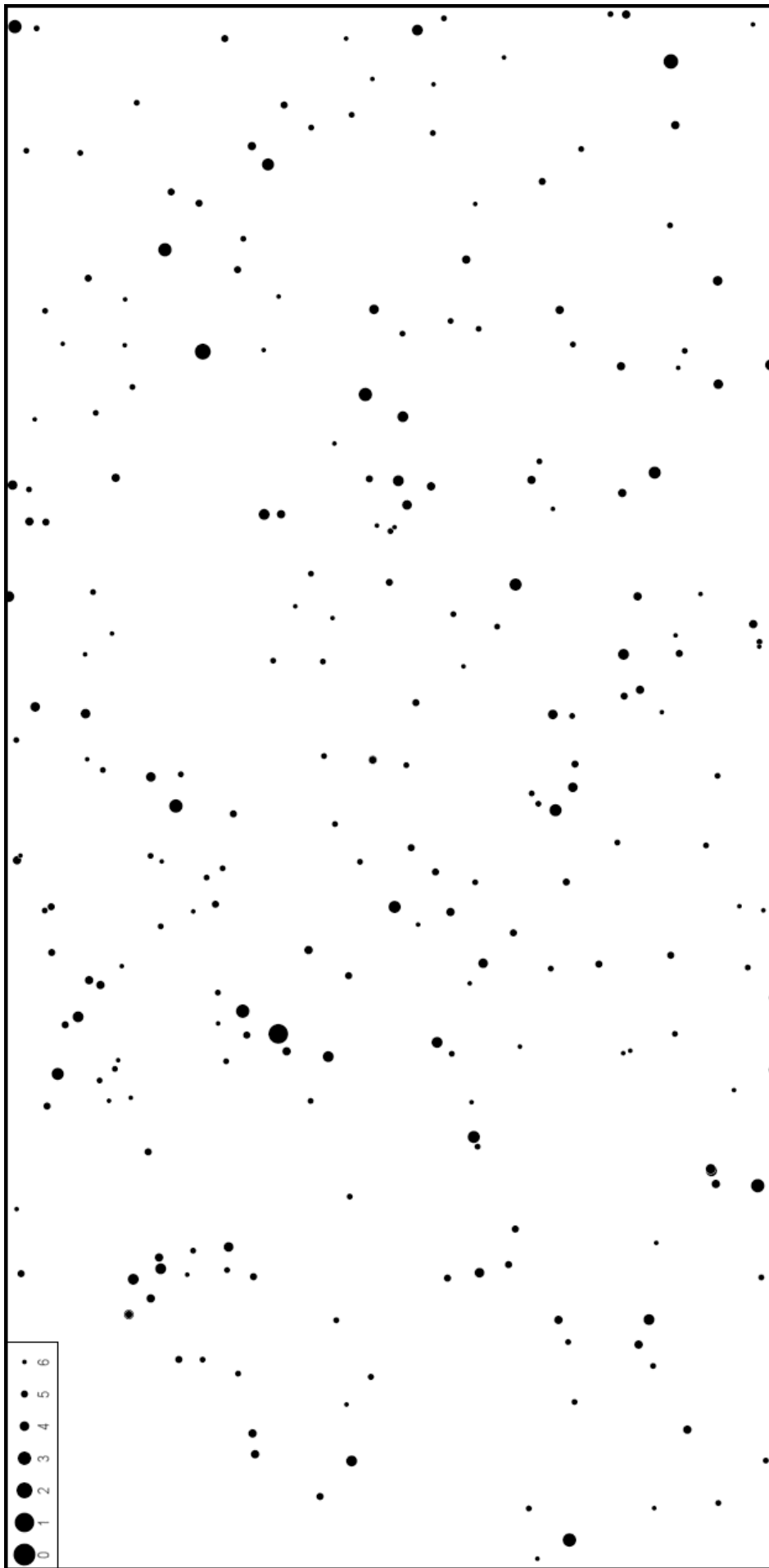
$$\mathcal{M}(R) = \frac{1}{6,674 \times 10^{-11}} 5,51 \times 10^{20} \times (2 \times 10^5)^2 = 3,30 \times 10^{41} \text{ kg} \approx 1,7 \times 10^{11} \mathcal{M}_\odot$$

Atsakymas: Galaktikos atstumas 6,6 Mpc; masė $\mathcal{M}(R) \approx 1,7 \times 10^{11} \mathcal{M}_\odot$

5 uždavinys

Tais metais, kai buvo pasirašytas Lietuvos valstybės nepriklausomybės aktas, pasaulio astronomai stebėjo retą reiškinį – novos sužibimą. Tai buvo didžiausio regimojo spindesio nova, stebėta per visą teleskopinių stebėjimų epochą – jos regimasis ryškis spindesio maksimume siekė $V = -1,4$. Novos pusiaujinės koordinatės: $\alpha(2000) = 18\text{h}48\text{m}55\text{s}$; $\delta(2000) = +0^\circ35'03''$.

- a) Pateiktame žvaigždėlapyje (5.1 pav.) atvaizduota dangaus sritis, kurioje buvo matoma nova. Atkreipkite dėmesį, kad skrituliukų, žyminčių žvaigždes, skersmenys atvirkščiai proporcingi žvaigždžių ryškiams. Pažymėkite jame atpažįstamus žvaigždynus ir šviesiausias žvaigždes. Nustatykite žvaigždėlapio mastelį pagal rektascensiją ir deklinaciją ir pažymėkite novos padėtį žvaigždėlapyje tokio dydžio skrituliuku, kuris pagal žvaigždėlapio mastelį atitiktų jos ryškį spindesio maksimume.
- b) Novos paralaksas $\pi = 0'',00292$, dabartinis regimasis ryškis $V = 11,64$. Tarpžvaigždinė ekstinkcija novos kryptimi: $A_V = 0,22$. Apskaičiuokite novos dabartinį absoliutųjį ryškį ir jos absoliutųjį ryškį spindesio maksimume.
- c) Novos yra sąveikaujančios dvinarės žvaigždžių sistemos, kurių masyvesnioji komponentė yra baltoji nykštukė, į kurią nuolat srūva daug vandenilio turinti medžiaga iš mažesniosios komponentės. Novos žybsnis įvyksta tuomet, kai ant baltosios nykštukės susikaupusioje medžiagoje staiga prasideda vandenilio atomų branduolių susiliejimo termobranduolinės reakcijos. Apskaičiuokite, koks mažiausias žvaigždinės medžiagos kiekis (išreikštas Saulės masės dalimis) turėjo būti pertekėjęs ant baltosios nykštukės, kad įsižiebusių termobranduolinių reakcijų metu pagamintos energijos užtektų novos švytėjimui spindesio maksimume vieną parą (24 val.). Tarkime, kad į baltąją nykštukę pertekanti medžiaga sudaryta iš 75% vandenilio ir 25% helio.



5.1 pav. Novos aplinkos žvaigždėlapis

Sprendimas

a) Žvaigždynų ir žvaigždžių atpažinimas ir novos vietos radimas

Skaičiavimuose pateikti linijiniai atstumai, išmatuoti žvaigždėlapyje, atitinka 5.1 pav. žvaigždėlapį, atspausdintą ant popieriaus lapo nekeičiant originalaus mastelio.

Duotame žvaigždėlapyje (5.1 pav.) pirmiausia išsiskiria Erelio (Aquila, Aql) žvaigždynas ir Gyvatnešio (Ophiuchus, Oph) bei Gyvatės (Serpens, Ser) žvaigždynų šiaurinės dalys. Be to, matomi Skydo (Scutum, Sct), Delfino (Delphinus, Del) ir Strėlės (Sagitta, Sge) žvaigždynai bei Heraklio (Hercules, Her) žvaigždyno fragmentai (žr. 5.1a pav. 9 psl.). Apytikslę novos vietą žvaigždėlapyje nustatome pagal atpažintas šviesiausias Gyvatnešio, Gyvatės ir Erelio žvaigždynų žvaigždes. Pagal rektascensiją (horizontalioji ašis) nova turi būti tarp Gyvatnešio β (β Oph) ir Erelio δ (δ Aql), o pagal deklinaciją (vertikalią ašį) – tarp Erelio λ (λ Aql) ir Erelio ζ (ζ Aql).

Nustatome mastelį pagal rektascensiją (horizontalioji ašis). Žvaigždėlapyje per β Oph ir δ Aql skrituliukų centrus nubrėžiame vertikalias tieses iki susikirtimo su horizontaliaja ašimi (x_β ir x_δ taškai). Išmatuojame atstumą tarp jų: $\Delta x_{\delta\beta} = 83$ mm. Pagal virtualaus planetariumo ar žvaigždžių katalogo duomenis randame šių žvaigždžių rektascensijų skirtumą:

$$\Delta\alpha_{\delta\beta} = \alpha_\delta - \alpha_\beta = 19^h 25^m 30^s - 17^h 43^m 28^s = 1^h 42^m 02^s = 102^m$$

Iš čia žvaigždėlapio mastelis pagal rektascensiją

$$s_\alpha = (\Delta x_{\delta\beta}) / (\Delta\alpha_{\delta\beta}) = 83 / 102 = 0,814 \text{ (mm/}^m\text{)}.$$

Pagal rektascensiją nova atitolusi nuo β Oph per

$$\Delta\alpha_{N\beta} = \alpha_N - \alpha_\beta = 18^h 48^m 55^s - 17^h 43^m 28^s = 1^h 05^m 27^s = 65,4^m$$

Tuomet novos atstumas nuo β Oph pagal rektascensiją žvaigždėlapyje

$$\Delta x_{N\beta} = s_\alpha \times \Delta\alpha_{N\beta} = 0,814 \times 65,4 \approx 53 \text{ mm}$$

Ant žvaigždėlapio horizontaliosios ašies atidedame šį atstumą nuo taško x_β rektascensijos didėjimo kryptimi ir pažymime jį tašku ir x_N . Iš šio taško per visą žvaigždėlapį brėžiame vertikalią tiesę. Tai bus novos deklinacijos lankas.

Nustatome mastelį pagal deklinaciją (vertikalią ašį). Žvaigždėlapyje per ζ Aql ir λ Aql skrituliukų centrus nubrėžiame horizontalias tieses iki susikirtimo su vertikaliąja ašimi (y_ζ ir y_λ taškai). Išmatuojame atstumą tarp jų: $\Delta y_{\zeta\lambda} = 61,5$ mm. Pagal virtualaus planetariumo ar žvaigždžių katalogo duomenis randame šių žvaigždžių deklinacijų skirtumą:

$$\Delta\delta_{\zeta\lambda} = \delta_\zeta - \delta_\lambda = 13^\circ 51' 49'' - (-4^\circ 52' 57'') = 18^\circ 44' 46'' = 1125'$$

Iš čia žvaigždėlapio mastelis pagal deklinaciją

$$s_\delta = (\Delta y_{\zeta\lambda}) / (\Delta\delta_{\zeta\lambda}) = 61,5 / 1125 = 0,0547 \text{ (mm/'')}.$$

Pagal deklinaciją nova atitolusi nuo λ Aql per

$$\Delta\delta_{N\lambda} = \delta_N - \delta_\lambda = 0^\circ 35' 03'' - (-4^\circ 52' 57'') = 5^\circ 28' 0'' = 328'$$

Tuomet žvaigždėlapyje novos atstumas nuo λ Aql pagal deklinaciją

$$\Delta y_{N\lambda} = s_\delta \times \Delta\delta_{N\lambda} = 0,0547 \times 328 \approx 18 \text{ mm}$$

Ant žvaigždėlapio vertikaliąsios ašies atidedame šį atstumą nuo taško y_λ deklinacijos didėjimo kryptimi ir pažymime jį tašku ir y_N . Iš šio taško per visą žvaigždėlapį brėžiame horizontalią tiesę. Tai bus novos rektascensijos lankas.

Novos deklinacijos ir rektascensijos lankų susikirtimo taškas ir žymi novos vietą žvaigždėlapyje.

Novos vieta turi būti pažymėta tokio dydžio skrituliuku, kurio skersmuo atitiktų žvaigždėlapyje panaudotą ryškių skalę. Žvaigždėlapyje matomos didžiausio spindesio žvaigždės α Aql regimasis ryškis 0,8, t. y. jos spindesys žymiai mažesnis už novos spindesį. Vadinas, nova turi būti atvaizduojama didesniu skrituliuku, nei α Aql. Skrituliuko matmenis nustatysime panaudodami žvaigždėlapio ryškių skalę, kuri pateikta 5.1 pav. kairiajame viršutiniame kampe. Išmatavę šioje skalėje pateiktų skrituliukų skersmenis gauname, kad 2,5 mm skrituliuku atvaizduojama 2,0 ryškio žvaigždė, 3 mm – 1,0 ryškio žvaigždė, 3,5 mm –

0,0 ryškio žvaigždė; t. y. vienu ryškiu šviesesnė žvaigždė atvaizduojama 0,5 mm didesnio skersmens skrituliuku. Vadinasi, nova, kurios ryškis spindesio maksimume buvo $-1,4$, turėtų būti atvaizduota skrituliuku, kurio skersmuo apie 4,2 mm.

b) Novos absoliutusias ryškis

$$M_V = V + 5 \log \pi + 5 - A_V$$

Jos absoliutusias ryškis spindesio maksimume

$$M_V = -1,4 + 5 \log 0,00292 + 5 - 0,22 \approx -9,3$$

Dabartinis novos absoliutusias ryškis

$$M_V = 11,64 + 5 \log 0,00292 + 5 - 0,22 = 3,75$$

c) Žvaigždinės medžiagos masė

Kadangi duomenų apie novos bolometrines pataisą neduota, tariame, kad ji lygi nuliui, t. y.

$$M_b = M_V = -9,3.$$

Novos šviesis

$$\log \frac{L}{L_\odot} = 0,4(M_{b\odot} - M_b) = 0,4(4,74 + 9,3) = 5,616$$

$$L = 10^{5,616} L_\odot \approx 413000 L_\odot \approx 1,58 \times 10^{32} \text{ W}$$

Per 24 val. novos išspinduliuota energija lygi

$$E = L \times t = 1,58 \times 10^{32} \times 24 \times 3600 = 1,365 \times 10^{37} \text{ J}$$

Susiliejant 4 protonams (vandenilio atomo branduoliams) susidaro 1 helio atomo branduolys. Šios vienos termobranduolinės reakcijos metu pagaminamas energijos kiekis:

$$\varepsilon = \Delta mc^2 = (4m_p - m_{\text{He}})c^2$$

$$\varepsilon = (4 \times 1,6726 \times 10^{-27} - 6,6465 \times 10^{-27}) \times 2,998 \times 10^8 = 3,95 \times 10^{-12} \text{ J}$$

Vandenilio masė, reikalinga novos energijos kiekiui E pagaminti:

$$\mathcal{M}_H = \frac{E}{\varepsilon} 4m_p = \frac{1,365 \times 10^{37}}{3,95 \times 10^{-12}} \times 4 \times 1,6726 \times 10^{-27} = 2,31 \times 10^{22} \text{ kg}$$

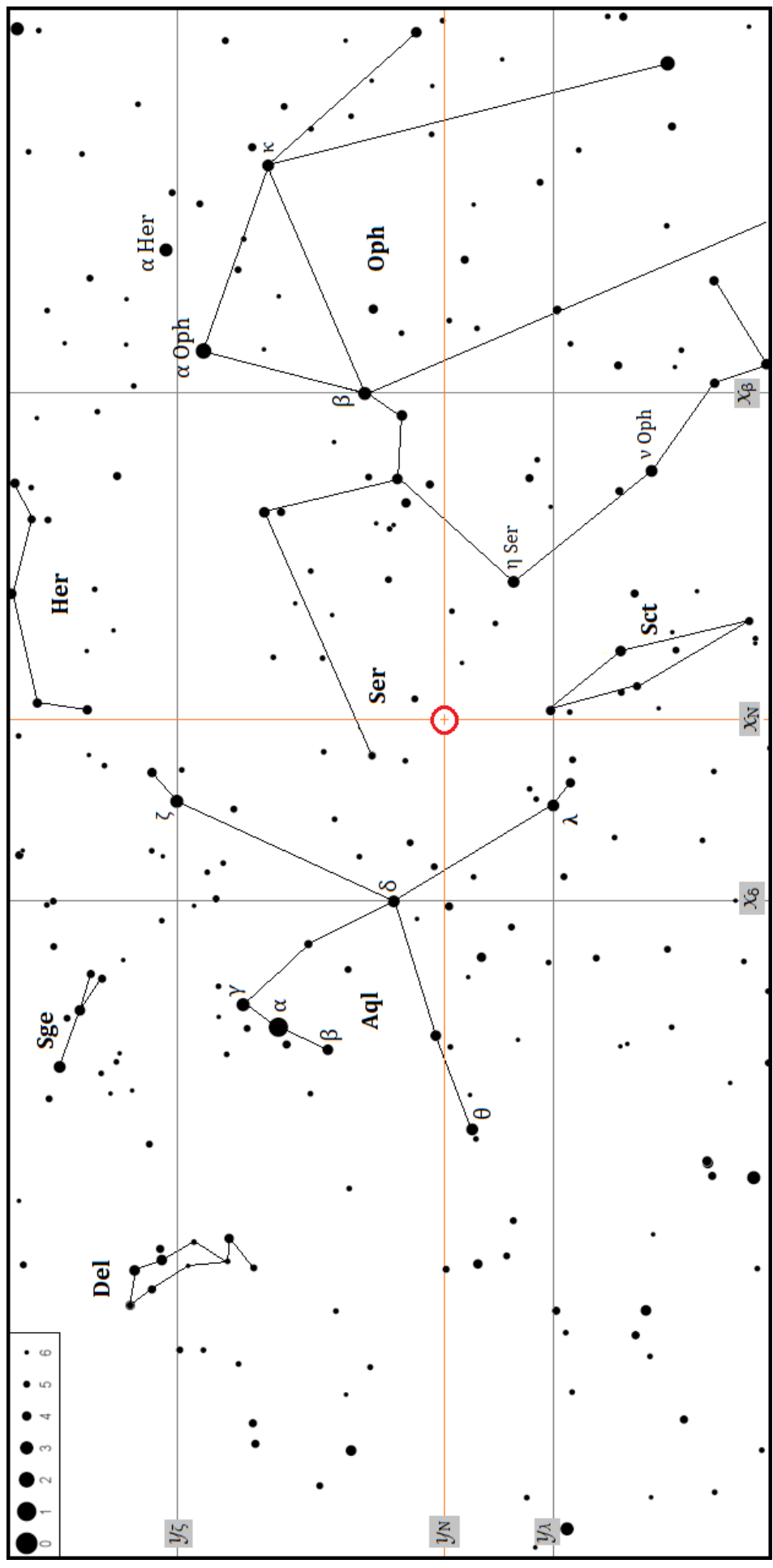
Žvaigždinės medžiagos masė

$$\mathcal{M} = \frac{\mathcal{M}_H}{0,75} = \frac{2,31 \times 10^{22}}{0,75} = 3,08 \times 10^{22} \text{ kg} = 1,5 \times 10^{-8} \mathcal{M}_\odot$$

Atsakymas: a) Žvaigždės, žvaigždynai ir nova pažymėti 5.1a pav.

b) Novos absoliutusias ryškis spindesio maksimume $-9,3$, dabartinis novos absoliutusias ryškis $3,75$.

c) Žvaigždinės medžiagos masė $1,5 \times 10^{-8} \mathcal{M}_\odot$.



5.1a pav. Novos aplinkos žvaigždėlapis su pažymėtomis žvaigždėmis ir žvaigždynais.
Nova pažymėta raudonu apskritimu