

Lietuvos mokinių matematikos olimpiada
Rajono (miesto) etapo užduotys 9-10 klasei
2018 m.

1 uždavinys. Įrodykite, kad

- a) kiekvienas natūralusis skaičius a ;
- b) kiekvienas teigiamas racionalusis skaičius a

yra lygus natūraliojo skaičiaus penktojo laipsnio ir natūraliojo skaičiaus trečiojo laipsnio santykiui, t. y. kad $a = b^5 : c^3$, kur b ir c yra natūralieji skaičiai.

2 uždavinys. Adomas turi keletą akmenėlių (nebūtinai vienodos masės). Žinoma, kad šiuos akmenėlius galima padalyti į tris vienodos masės krūveles. Be to, Adomo turimus akmenėlius galima padalyti ir į keturias vienodos masės krūveles. (Krūvelę gali sudaryti ir lygiai vienas akmenėlis.)

- a) Kiek mažiausiai akmenėlių gali turėti Adomas?
- b) Kiek mažiausiai akmenėlių gali turėti Adomas, jei visų akmenėlių masės yra skirtingos?

3 uždavinys. Duoti keturi dviženkliai skaičiai \overline{AA} , \overline{BB} , \overline{AB} ir \overline{BA} , kur A ir B yra nenuliniai skaitmenys. Žinoma, kad kažkurių trijų iš šių dviženklių skaičių suma lygi 147. Raskite visas galimas reiškinio $A^B + 2 \cdot \overline{AB} - B^A$ teigiamas reikšmes.

4 uždavinys. Taškas E yra stačiakampio $ABCD$ trumpesniosios kraštinės AB vidurio taškas. Atkarpoje ED pažymėtas toks taškas F , kad $\angle EFC = 90^\circ$. Įrodykite, kad trikampis CBF yra lygiašonis.

5 uždavinys. Natūralieji skaičiai x ir y tenkina lygybę

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{120}.$$

- a) Kiek iš viso yra tokių porų (x, y) ?
- b) Raskite didžiausią pirminį skaičių, iš kurio gali dalytis skaičius x .

5 uždavinys vertinamas 7 taškais, kiekvienas iš likusių uždavinių vertinamas 5 taškais.