11-12 klasių mokiniai

Mokinio kodas:

Užduotims atlikti skiriama ***45 min***. (***15 taškų***)

Atsakymai

Šiai užduočiai atlikti pateikiamas dangaus šiaurinės hemisferos su pietinės hemisferos dangaus pusiaujo aplinka žvaigždėlapis. Šiuo metu mums žinoma Šiaurinė yra nutolusi maždaug per 1° nuo šiaurinio dangaus poliaus. Dėl Žemės sukimosi ašies precesijos dangaus polius ir pavasario lygiadienio taškas nuolat keičia savo vietą žvaigždžių atžvilgiu. Dėl precesijos pavasario lygiadienio taškas kasmet pasislenka maždaug 50 kampinių sekundžių. Maždaug prieš 9500 metų šiaurine žvaigžde buvo žvaigždė, kuri žvaigždėlapyje apibrėžta oranžiniu apskritimu ir pažymėta raide N (jos dabartinės koordinatės: $\alpha = 16h20m;\ \delta = +46°$). Kaip ir dabartinė Šiaurinė ji buvo nutolusi nuo dangaus poliaus maždaug per 1°. Tuo metu Lietuvos teritorijoje neseniai buvo pasibaigęs paskutinis ledynmetis ir apsigyvenę pirmieji neolito epochos žmonės, kurie tikriausiai irgi žvalgėsi po dangų ir stengėsi pažinti žvaigždes ir žvaigždynus. Pabandykite įsivaizduoti, kuo buvo panašus ir kuo skyrėsi dabartinis dangus nuo neolito epochos dangaus ir atsakykite į žemiau pateiktus klausimus. Tarkime, kad Lietuvos vidutinė geografinė platuma $\varphi = 55°$.

1) Suraskite ir pažymėkite žvaigždėlapyje dabartinę Šiaurinę. Užrašykite žvaigždyną, kuriame yra ši žvaigždė. (1 taškas)

2) Užrašykite pavadinimą žvaigždyno, kuriame yra neolito epochos šiaurinė žvaigždė, žvaigždėlapyje pažymėta raide N? (1 taškas)

3) Apibrėžkite visus žvaigždynus, per kuriuos eina Saulės regimasis kelias (ekliptika) ir žvaigždėlapyje užrašykite jų pavadinimus arba lotyniškas jų santrumpas. (4 taškai)

4) Nustatykite, kuriame žvaigždyne buvo pavasario lygiadienio taškas prieš 9500 m.? Pažymėkite šį tašką žvaigždėlapyje. Paaiškinkite savo sprendimą. (3 taškai)

Žinome, kad kasmet pavasario lygiadienio taškas pasislenka 50" ekliptika į vakarus. Jei skaičiuojame laiką į praeitį, tai poslinkis bus į rytus. Per 9500 m. tai sudarys $9500 \times 50 = 475000'' \approx 132°$. Kaip atidėti šį kampą žvaigždėlapyje? Kadangi duotas žvaigždėlapis yra dangaus sferos projekcija į plokštumą, statmeną dabartinio dangaus poliaus ašiai, tai teisingai atidėtas kampas bus tas, kuris atidedamas nuo tiesės, jungiančios dabartinę Šiaurinę ir pavasario lygiadienio tašką, į rytus (Avino žvaigždyno kryptimi). Pataikome į Vėžio žvaigždyną. Žvaigždėlapyje pažymėta oranžiniu x.

5) Suraskite ir pažymėkite Sirijų ($\delta = -17°$), Arktūrą ($\delta = +19°$), Antarį ($\delta = -26°$), Spiką ($\delta = -11°$). Kurios iš šių žvaigždžių buvo patekančios, o kurios nepatekančios dabartinėje Lietuvos teritorijoje prieš 9500 m.? (2 taškai)

Patekančios žv.: Spika, Arktūras ir Antaris. **Nepatekančios žv.:** Sirijus.

Paaiškinkite savo sprendimą: Dangaus objektų patekėjimo sąlyga: $\delta \leq \varphi - 90°$. Dabartiniu metu Lietuvoje nepateka objektai, kurių $\delta \leq 55° - 90° = -35°$. Savaime suprantama, kad čia nurodytos žvaigždės šią sąlygą tenkina. Tačiau prieš 9500 m. dangaus polius buvo Heraklio žvaigždyne netoli žvaigždės, kurios dabartinės koordinatės $\alpha = 16h20m;\ \delta = +46°$, t. y. nuo dabartinio poliaus ji atitolusi apytiksliai priešinga nuo Sirijaus kryptimi per $90° - 46° = 44°$. Taigi, skaičiuojant Sirijaus deklinaciją nuo Heraklio žvaigždės, jo deklinacija apytiksliai būtų apie $-61°$. Tai reiškia, kad tais laikais Sirijus nepatekėdavo. Spika, Arktūras ir Antaris yra arčiau Heraklio šiaurinės žvaigždės, nei dabartinė Šiaurinė. Todėl šios žvaigždės tikrai buvo matomos ir tuo metu.

6) Pažymėkite žvaigždėlapyje šiuos Messier katalogo objektus: M31 ($\delta = +41°$) , M42 ($\delta = -05°$), M44 ($\delta = +20°$), M45 ($\delta = +24°$). Kurie iš šių objektų buvo matomi, o kurie nematomi iš dabartinės Lietuvos teritorijos prieš 9500 m.? (2 taškai)

Patekantys objektai: M31, M44, M45. **Nepatekantys objektai:** M42.

Paaiškinkite savo sprendimą: Žr. paaiškinimą 5 p. aukščiau. Oriono ūko (M42) deklinacija skaičiuojant nuo Heraklio šiaurinės būtų apie $-49°$. Taigi, Oriono ūkas tuomet nepatekėdavo. Kiti objektai patekėdavo ir būdavo matomi.

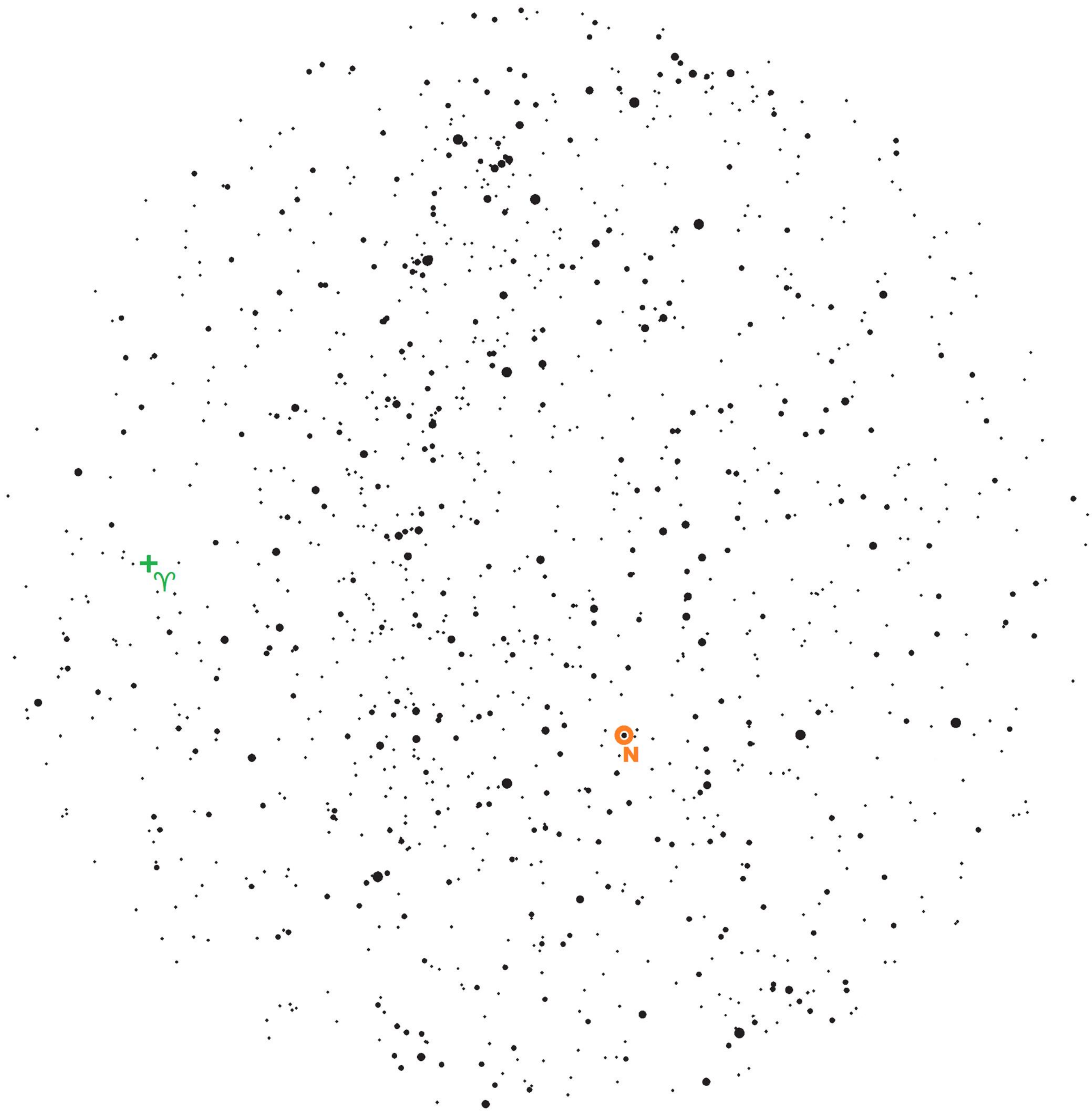
7) Dabartiniu metu iš Lietuvos teritorijos nematomos žvaigždės: Tolimanas (Kentauro alfa, $\alpha = 14h40m;\ \delta = -61°$) ir Kanopas (Kilio alfa, $\alpha = 6h20m;\ \delta = -53°$). Ar šios žvaigždės buvo matomos iš dabartinės Lietuvos teritorijos prieš 9500 metų?

Patekančios žv.: Tolimanas. **Nepatekančios žv.:** Kanopas. (2 taškai)

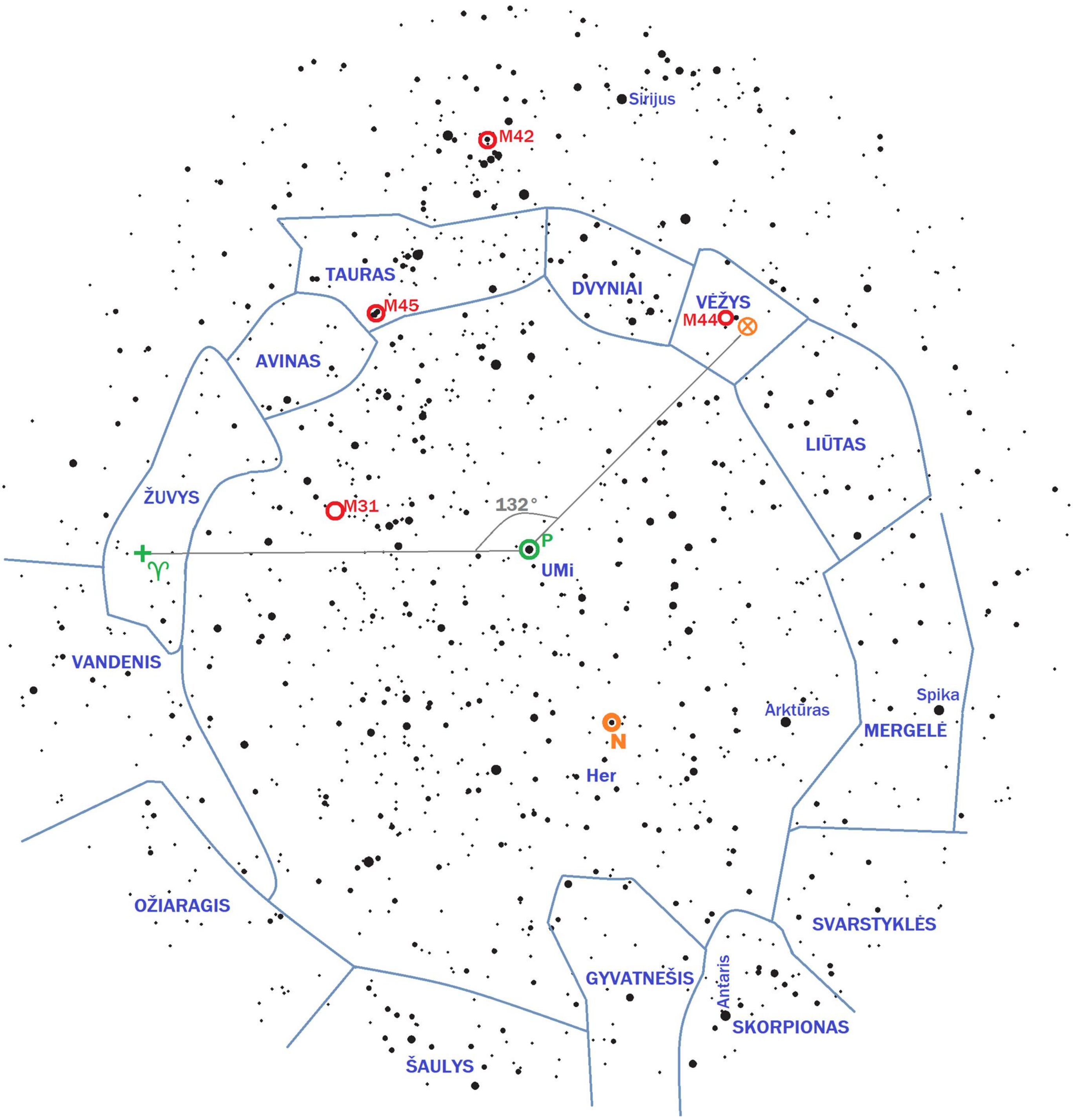
Paaiškinkite savo sprendimą: Žr. paaiškinimą 5 p. aukščiau. Kanopas nepatekės, nes jis atitolęs nuo Šiaurinės maždaug ta pačia kryptimi, kaip ir M42 ar Sirijus. Tolimanas atitolęs į pietus nuo Šiaurinės maždaug ta pačia kryptimi, kaip ir Heraklio šiaurinė. Jei skaičiuotume jo deklinaciją nuo Heraklio, tai gautume apie $-17°$. Taigi, tais laikais Tolimanas patekėdavo ir būdavo matomas.

Žvaigždėlapis

Dabartinis pavasario lygiadienio taškas (♈) yra pažymėtas žalios spalvos pliuso ženklu. Oranžiniu apskritimu apibrėžta ir raide N pažymėta žvaigždė, prieš 9500 metų buvusi šiaurine žvaigžde



Žvaigždėlapis su atsakymais



11-12 klasių mokiniai

Užduotims atlikti
skiriama ***25 min***. (20 taškų)

Mokinio kodas:	Stebėjimų laikas:

Atsakymai

1 užduotis. (stebėjimai be teleskopo)

Kurie žvaigždynai matomi kulminacijoje? (1 taškas)

Pažymėkite, kurie iš sąraše pateiktų žvaigždynų matomi viršutinėje kulminacijoje.

		Kulminacija
Vėžys	☐	--
Liūtas	☐	22h20m-23h00m
Skalikai	☐	23h10m-01h00m
Berenikės garbanos	☐	23h00m-00h20m
Mergelė	☐	22h40m-01h30m
Jaučiaganis	☐	00h40m-02h10m
Šiaurės vainikas	☐	02h20m-03h10m
Gyvatnešis	☐	--

2 užduotis. (stebėjimai be teleskopo)

Raskite arčiausiai zenito esančią žvaigždę (2 taškai)

Pažymėkite, kuri iš sąraše pateiktų šviesių žvaigždžių yra arčiausiai zenito.

Kochabas	☐
Arktūras	☐
Denebola	☐
Aliotas	☑
Šiaurinė	☐
Vega	☐

3 užduotis (stebėjimai be teleskopo).

Nustatykite kampinį atstumą tarp Arktūro ir Alkaido. (3 taškai)

Atsakymas: **apie 30°**

Mokinio kodas:	Stebėjimų laikas:

<u>4 užduotis.</u> Stebėjimai su teleskopu ir žvaigždėlapiu

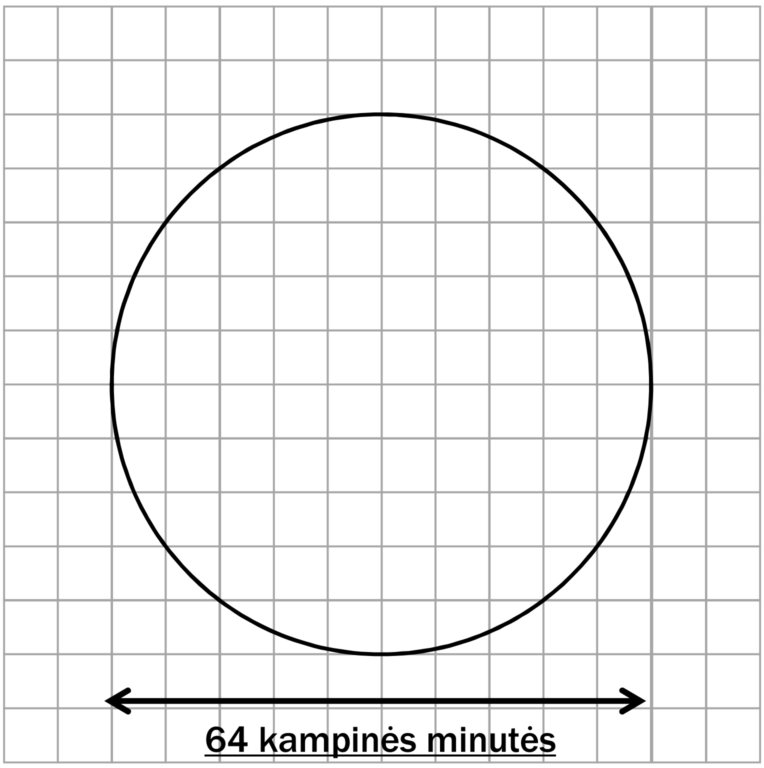
(14 taškų)

Naudokite <u>25 mm okuliarą.</u>

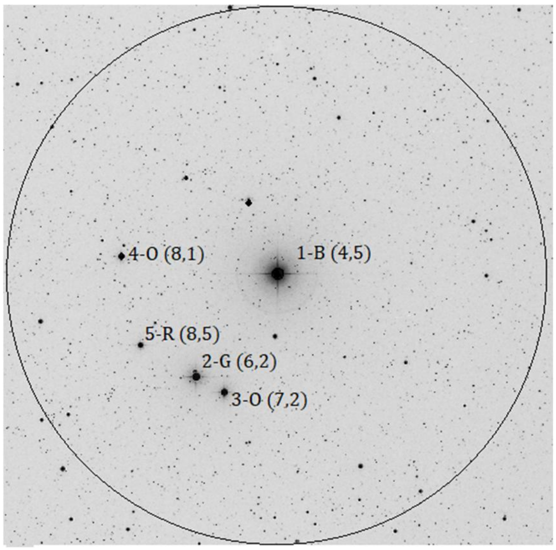
Pagal pateiktą žvaigždėlapį nukreipkite teleskopo centrą į Heraklio ro (ρ Her) žvaigždę (žvaigždėlapyje pažymėtą rodykle).

1. **Nupieškite, kaip okuliaro regėjimo lauke (žemiau pateiktame pav.) yra išsidėsčiusios 7 šviesiausios matomos žvaigždės.** (4 taškai)
2. **Pažymėkite piešinyje numeriais spindesio mažėjimo tvarka <u>penkias</u> šviesiausias žvaigždes (1 – šviesiausia, 2 – antra pagal spindesį ir t.t.). Įvertinkite jų spalvas ir prie kiekvienos iš jų užrašykite atitinkamą spalvos raidę (B – balta, M – melsva, G – geltona, O – oranžinė, R – raudona)** (5 taškai)
3. **Pažymėkite, raidėmis (Š, P, R, V), kur jūsų piešinyje yra pasaulio šalys (šiaurė, pietūs, rytai, vakarai).** (3 taškai)
4. **Įvertinkite kampinį atstumą tarp dviejų šviesiausiųjų žvaigždžių, matomų okuliaro lauke** (2 taškai) **:**

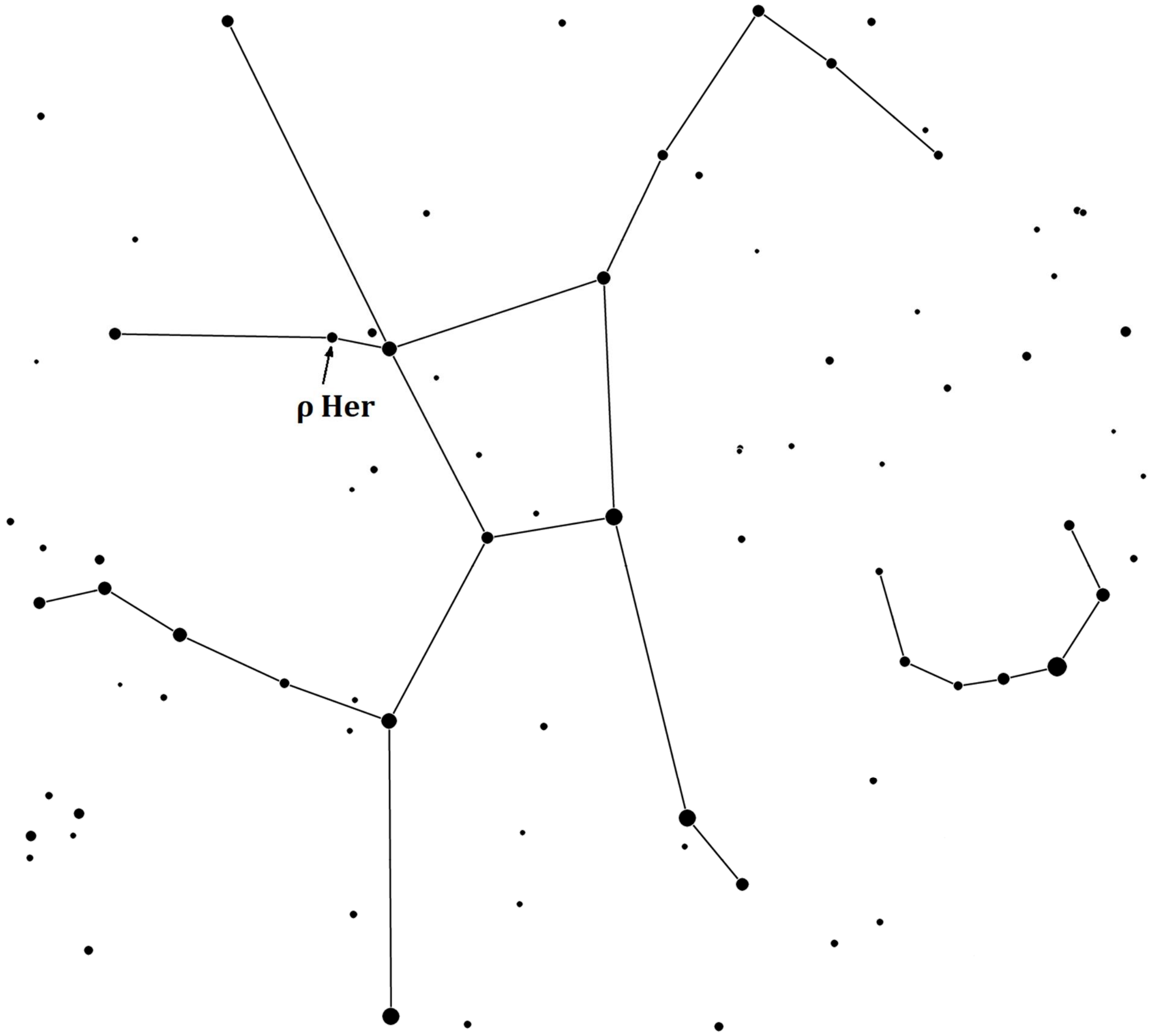
Atsakymas: <u>tarp 1-2 apie 15′</u>



25 mm okuliaro regėjimo laukas


4-O (8,1)
1-B (4,5)
5-R (8,5)
2-G (6,2)
3-O (7,2)

4 užduoties žvaigždėlapis



Lietuvos mokinių septynioliktoji astronomijos olimpiada

Antrasis etapas

XI-XII klasių mokiniai

Viso 65 taškai

<u>1 uždavinys</u> (10 t)

Vienas iš būdų aptikti egzoplanetą, besisukančią aplink žvaigždę, – jos tiksliai išmatuotų padėčių danguje tam tikrame laikotarpyje, analizė. Jei nustatoma, kad žvaigždės padėtis periodiškai (dažniausiai nežymiai) keičiasi tam tikros vidutinės padėties atžvilgiu, tai galima daryti išvadą, kad žvaigždė turi nematomą egzoplanetą ir kad jos abi sukasi aplink bendrą masės centrą. Panagrinėkime planetų sistemą, panašią į mūsų Saulės sistemą, ir išsiaiškinkime, kokios galimybės tokiu būdu atrasti egzoplanetą. Paprastumo dėlei, tarkime, kad sistemą sudaro žvaigždė tokia pat, kaip mūsų Saulė, ir viena egzoplaneta tokios pat masės, kaip Jupiteris, ir besisukanti aplink žvaigždę tokia pat nuotolyje kaip ir Jupiteris aplink Saulę.

a) Apskaičiuokite tokios sistemos žvaigždės orbitos spindulį.

Egzoplanetos masė $M_J = 1{,}898 \times 10^{27}$ kg, orbitos didysis pusašis $a_J = 5{,}204$ av. Tarkite, kad orbita apskritiminė.

b) Šiuo metu dar tebevykdanti stebėjimų programą Europos kosminės agentūros kosminė observatorija GAIA žvaigždžių ir kitų dangaus objektų padėtis išmatuoja maždaug 0,02 mas (kampinių milisekundžių) tikslumu. Apskaičiuokite, kokiame didžiausiame nuotolyje esančią tokią planetų sistemą galima būtų aptikti pagal GAIA ilgalaikius žvaigždės padėties matavimus.

c) Žinoma, kad vidutinis žvaigždžių tankis (neskaitant neutroninių žvaigždžių, juodųjų skylių ir rudųjų nykštukių) gauto nuotolio apribotoje erdvės dalyje apie 0,1 pc^{-3}; o apie 4 % iš jų yra į Saulę panašios žvaigždės. Kiek tokių žvaigždžių gali būti šioje aplinkoje?

<u>Sprendimas</u>

<u>a) Žvaigždės orbitos spindulys</u>

Žvaigždės ir egzoplanetos sistemos pusiausvyros sąlyga:

$$M_S a_S = M_J a_J$$

Čia M_S ir M_J – atitinkamai Saulės ir Jupiterio masės, o a_S ir a_J – atitinkamai Saulės ir Jupiterio orbitų didieji pusašiai, pagal uždavinio sąlygą, orbitų spinduliai.

Iš čia

$$a_S = a_J \frac{M_J}{M_S} = 5{,}204 \frac{1{,}898 \times 10^{27}}{1{,}989 \times 10^{30}} \approx 0{,}005 \text{ av}$$

<u>b) Didžiausias atstumas, kuriame galima aptikti egzoplanetą.</u>

Didžiausias nuotolis, kuriame esančią žvaigždės – egzoplanetos sistemą dar galima būtų aptikti iš GAIA matavimų, yra atstumas, kuriame Saulės orbitos spindulys bus matomas kampu, lygiu GAIA padėčių matavimo tikslumui:

$$r = \frac{a_S[\text{av}]}{\theta[\text{arcsec}]} = \frac{0{,}005}{2 \times 10^{-5}} = 250 \text{ pc}$$

<u>c) Kiek į Saulę panašių žvaigždžių</u>

Į Saulę panašių žvaigždžių skaičius šio spindulio apribotoje erdvės dalyje aplink Saulę:

$$N_S = \frac{4}{3}\pi r^3 \times 0{,}1 \times 0{,}04 = \frac{4}{3}\pi \times 250^3 \times 0{,}1 \times 0{,}04 \approx 2{,}6 \times 10^5$$

2 uždavinys (12 t)

a) Įrodykite, kad tuo atveju, kai mažos masės (m) kūnas juda aplink centrinį didelės masės (M) kūną ($m \ll M$), mažojo m masės kūno parabolinis arba pabėgimo iš centrinio M masės kūno traukos lauko greitis (antrasis kosminis greitis) lygus

$$v_p = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Čia G – gravitacijos konstanta, R – centrinio M masės kūno spindulys.

b) Panagrinėkime tarpžvaigždinį molekulinį debesį, kurį sudaro vien tik vandenilio molekulės. Debesies tankis $N = 10^9\ \mathrm{m}^{-3}$, skersmuo $D = 20\ \mathrm{pc}$, temperatūra $T = 20\ \mathrm{K}$. Apskaičiuokite šio debesies molekulių parabolinį (antrąjį kosminį) greitį debesies pakraštyje.

c) Apskaičiuokite šio debesies molekulių šiluminio judėjimo greitį.

d) Ar debesies molekulių šiluminio judėjimo greičiai pakankamai dideli, kad dėl to debesis išsisklaidytų?

Sprendimas

a) Parabolinis (antrasis kosminis) greitis

Pagal uždavinio sąlygą dalelės, judančios aplink M masės centrinį kūną, masė $m \ll M$. Jos potencinė energija debesies pakraštyje bus lygi:

$$E_{pot} = -G\frac{Mm}{R}$$

(Potencinė energija visada neigiama).

Dalelės kinetinė energija

$$E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$$

Čia v – dalelės judėjimo greitis.

Dalelė pasieks parabolinį (antrąjį kosminį) greitį, kai jos kinetinė energija bus lygi potencinės energijos absoliučiai vertei, t. y., kai

$$E_{kin} = |E_{pot}|$$

Iš čia

$$\frac{mv_p^2}{2} = G\frac{Mm}{R}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

b) Parabolinis (antrasis kosminis) greitis debesies pakraštyje

Šiame debesyje dalelė yra vandenilio molekulė, kurios masė

$$m_{H_2} = 2m_H$$

Čia m_H – vandenilio atomo masė.

$$m_{H_2} = 2 \times 1{,}6735 \times 10^{-27} = 3{,}347 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Centrinis kūnas yra molekulinis debesis, kurio masė

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 N m_{H_2}$$

$$M = \frac{4}{3}\pi(3{,}086 \times 10^{17})^3 \times 10^9 \times 3{,}347 \times 10^{-27} = 4{,}12 \times 10^{35}\ \mathrm{kg}$$

Parabolinis (antrasis kosminis) greitis

$$v_p = \sqrt{\frac{2 \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 4{,}12 \times 10^{35}}{3{,}086 \times 10^{17}}} \approx 13300 \text{ m s}^{-1}$$

c) Debesies molekulių šiluminio judėjimo greitis
Molekulės kinetinė energija:

$$\frac{m_{H_2} v^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

Iš čia

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_{H_2}}}$$

$$v = \left(\frac{3 \times 1{,}381 \times 10^{-23} \times 20}{2 \times 1{,}6735 \times 10^{-27}}\right)^{1/2} \approx 500 \text{ m s}^{-1}$$

d) Ar debesis išsisklaidys dėl molekulių šiluminio judėjimo.

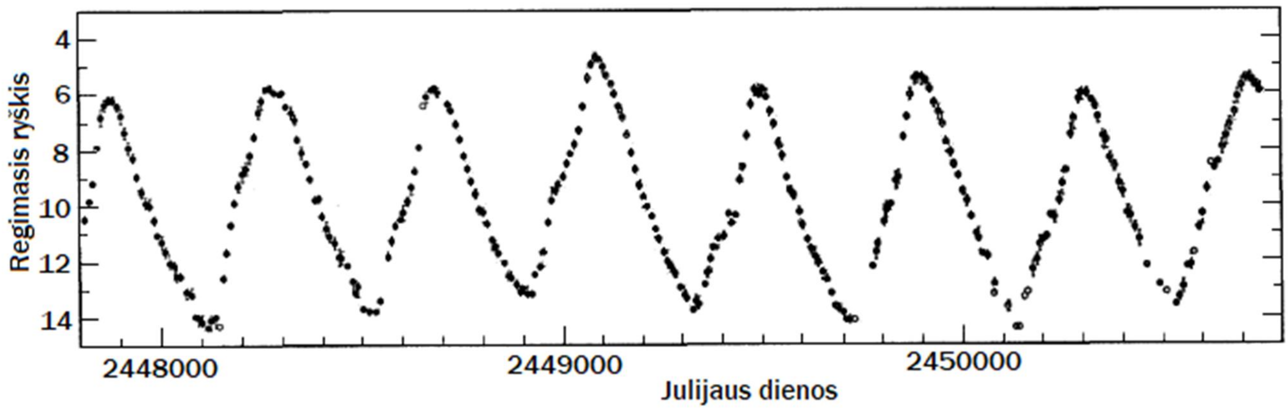
Kadangi $v_p \gg v$, tai dėl šiluminio judėjimo debesies molekulės negali pabėgti iš debesies traukos lauko.

3 uždavinys (17 t)

Šioje užduotyje jūs nagrinėsite vienos ilgaperiodinės miridės tipo pulsuojančiosios kintamosios žvaigždės Gulbės χ (chi) (χ Cyg), kurios paralaksas $p = 5{,}9$ mas (kampinės milisekundės), savybes. 3.1 pav. pateiktas šios miridės spindesio kitimo priklausomybės nuo laiko grafikas (spindesio kitimo kreivė). Grafike spindesys (ordinatė, Y ašis) išreikštas vizualiniais ryškiais (efektinis bangos ilgis $\lambda = 550$ nm), o laikas (abscisė, X ašis) – Julijaus dienomis (JD).

Iš interferometrinių ir fotometrinių matavimų infraraudonajame spektro ruože nustatyta, kad šios miridės spindesio maksimume kampinis skersmuo $\theta_{max} = 19{,}1$ mas ir bolometrinis spinduliuotės srautas $F_{br}^{(max)} = 7{,}5 \times 10^{-9}$ W m^{-2}. O spindesio minimume jos kampinis skersmuo $\theta_{min} = 29{,}3$ mas ir bolometrinis spinduliuotės srautas $F_{br}^{(min)} = 9{,}0 \times 10^{-9}$ W m^{-2}.

Pastabos: indeksu max pažymėti miridės parametrai jos spindesio maksimume, o indeksu min – jos parametrai spindesio minimume. Skaičiavimuose remkitės prielaida, kad miridė spinduliuoja kaip juodas kūnas.



3.1 pav. Miridės spindesio kitimo grafikas

Užduotys:

a) Raskite spindesio kitimo periodą dienomis.

b) Apskaičiuokite vidutinę spindesio kitimo amplitudę ryškiais ($\Delta m = m_{\min} - m_{\max}$). Kadangi tiek spindesio minimumų, tiek ir maksimumų vertės einant nuo vieno kitimo ciklo prie kito nevienodos, tai reikia jas išmatuoti visuose cikluose ir iš jų apskaičiuoti vidutinę amplitudės vertę.

c) Apskaičiuokite miridės atstumą parsekais.

d) Apskaičiuokite, koks bus miridės linijinis spindulys (Saulės spindulio vienetais) spindesio maksimume ir minimume.

e) Apskaičiuokite miridės efektinę temperatūrą spindesio maksimume ir minimume.

Miridės didelę spindesio kitimo amplitudę regimojoje šviesoje nepavyksta paaiškinti vien tik jos pulsacijomis. Todėl buvo iškelta hipotezė, kad regimojo ryškio kitimui turi įtakos aplinkžvaigždinis apvalkalas. Spindesio maksimume šis apvalkalas yra skaidrus regimai šviesai. Tačiau spindesio minimume, kai miridės efektinė temperatūra žemesnė, apvalkalas pasidaro neskaidrus regimajai šviesai, nes jame esantys atomai jungiasi į oksidus (iš jų svarbus titano oksidas), kurie efektyviai sugeria regimąją šviesą. Pakilus miridės temperatūrai oksidai disocijuoja ir aplinkžvaigždinis apvalkalas tampa pralaidus regimajai šviesai. Toliau apskaičiuosime, kurią ryškio amplitudės dalį gali paaiškinti miridės pulsacijos ir kurią – aplinkžvaigždinis apvalkalas.

f) Raskite, kokia vizualinio ryškio amplitudės dalis paaiškinama vien tik miridės pulsacijomis (efektinės temperatūros ir spindulio periodiniu svyravimu).

Nuoroda: Juodo kūno spinduliuotės intensyvumui skaičiuoti naudokite Plancko formulės Wieno artinį:

$$B_\lambda(T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}}$$

Čia h – Plancko konstanta, c – šviesos greitis, k – Boltzmanno konstanta, λ – spinduliuojamos bangos ilgis, T – juodo kūno temperatūra.

g) Kokią regimojo ryškio amplitudės dalį turi paaiškinti sugertis aplinkžvaigždiniame apvalkale?

h) Apskaičiuokite aplinkžvaigždinio apvalkalo storį (astronominiais vienetais), kuris paaiškintų g) punkte gautą amplitudės dalį.

Nuorodos: Aplinkžvaigždinio apvalkalo sugerties koeficientas pastovus per visą apvalkalą ir vizualinio ryškio spektro ruože lygus $\kappa = 1{,}5 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^{-1}$. Apvalkalo optinis gylis lygus $\tau = \kappa s$, čia s – aplinkžvaigždinio apvalkalo storis. Sugertis (ekstinkcija) aplinkžvaigždiniame apvalkale lygi $A = 1{,}086\tau$.

i) Apskaičiuokite žvaigždės spindulį kartu su apvalkalu spindesio minimume.

Sprendimas

a) Spindesio kitimo periodas

Iš brėžinio nustatome: 1 maksimumo data – 2447876 JD; 8 maksimumo data – 2450718 JD. Tarp šių maksimumų telpa 7 pilni spindesio kitimo periodai. Taigi, miridės spindesio kitimo periodas lygus

$$P = \frac{2450718 - 2447876}{7} = 406\ \mathrm{d}$$

b) Vidutinė spindesio kitimo amplitudė

Kadangi ryškių vertės ties spindesio maksimumais (minimumais) nevienodos, tai įvertinsime atitinkamai vidutines jų vertes. (Žr. 3.1a pav. žemiau).

Iš brėžinio nustatome žvaigždės ryškius ties 8 spindesio maksimumais ir randame jų vidurkį:

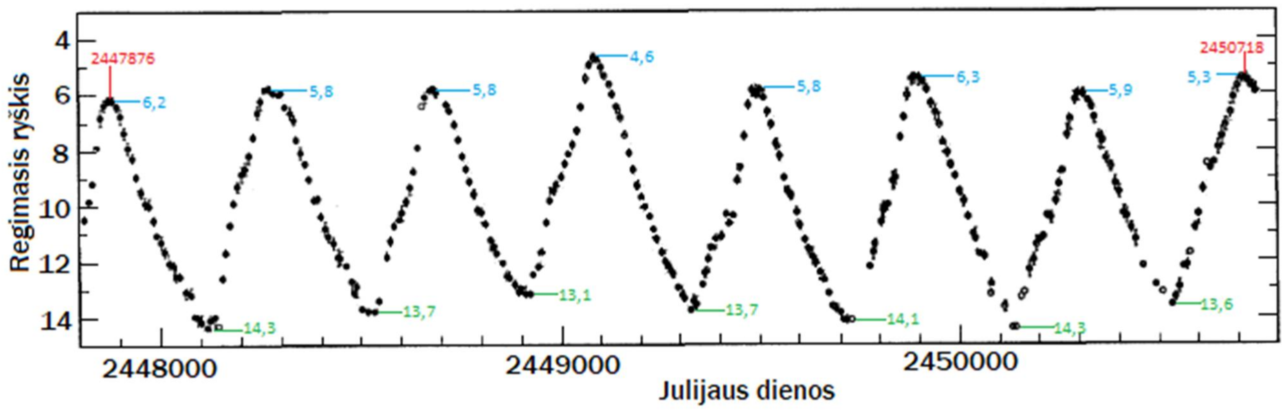
$$m_{max} = \frac{6{,}2 + 5{,}8 + 5{,}8 + 4{,}6 + 5{,}8 + 5{,}3 + 5{,}9 + 5{,}3}{8} = 5{,}6$$

Iš brėžinio nustatome žvaigždės ryškius ties 7 spindesio minimumais ir randame jų vidurkį:

$$m_{min} = \frac{14{,}3 + 13{,}7 + 13{,}1 + 13{,}7 + 14{,}1 + 14{,}3 + 13{,}6}{7} = 13{,}8$$

Vidutinė spindesio kitimo amplitudė

$$\Delta m = m_{min} - m_{max} = 13{,}8 - 5{,}6 = 8{,}2$$



3.1a pav. Miridės spindesio kitimo grafikas

c) Miridės χ Cyg atstumas

$$r = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}0059} = 169{,}5 \text{ pc}$$

d) Miridės linijinis spindulys spindesio maksimume ir minimume

Panaudojame mažų kampų formulę

$$R = r\frac{\theta}{2}$$

čia θ išreikštas radianais.

$$R_{max} = 169{,}5 \times 206265 \times 1{,}496 \times 10^{11} \frac{0{,}0191}{2 \times 206265} = 2{,}42 \times 10^{11} \text{ m} \approx 348\, R_{\odot}$$

$$R_{min} = 169{,}5 \times 206265 \times 1{,}496 \times 10^{11} \frac{0{,}0293}{2 \times 206265} = 3{,}71 \times 10^{11} \text{ m} \approx 534\, R_{\odot}$$

e) Miridės efektinė temperatūra spindesio maksimume ir minimume

Bolometrinis šviesis lygus

$$L_b = 4\pi R^2 F_{bR} = 4\pi r^2 F_{br}$$

Čia F_{bR} – bolometrinis spinduliuotės srautas ties žvaigždės paviršiumi. Apskaičiuojamas panaudojant Stefano ir Boltzmann dėsnį $F_{bR} = \sigma T^4$. Čia T – žvaigždės efektinė temperatūra. F_{br} – bolometrinis spinduliuotės srautas, išmatuotas stebėtojo Žemėje.

Iš čia gauname

$$T = \left(\frac{r^2}{R^2}\frac{1}{\sigma}F_{br}\right)^{1/4}$$

Tačiau iš mažų kampų formulės randame

$$\frac{r}{R} = \frac{2}{\theta}$$

Taigi

$$T = \left(\frac{4F_{br}}{\sigma\theta^2}\right)^{1/4}$$

Skaičiuojame efektinę temperatūrą maksimume ir minimume

$$T_{max} = \left(\frac{4F_{br}^{(max)}}{\sigma\theta_{max}^2}\right)^{1/4} = \left(\frac{4 \times 7{,}5 \times 10^{-9}}{5{,}67 \times 10^{-8}\left(\frac{0{,}0191}{206265}\right)^2}\right)^{1/4} = 2803 \text{ K}$$

$$T_{min} = \left(\frac{4F_{br}^{(min)}}{\sigma\theta_{min}^2}\right)^{1/4} = \left(\frac{4 \times 9{,}0 \times 10^{-9}}{5{,}67 \times 10^{-8}\left(\frac{0{,}0293}{206265}\right)^2}\right)^{1/4} = 2368 \text{ K}$$

f) Vizualinio ryškio amplitudės dalis paaiškinama miridės pulsacijomis

Žvaigždės šviesis ties $\lambda = 550$ nm (monochromatinis šviesis)

$$L_\lambda = 4\pi R^2 F_\lambda$$

Čia R – žvaigždės spindulys, F_λ – monochromatinis spinduliuotės srautas.

Juodo kūno atveju

$$F_\lambda \propto B_\lambda(T)$$

Čia $B_\lambda(T)$ – Plancko formulė (šiuo atveju naudojame Wieno artinį).

Miridės monochromatinio šviesio spindesio maksimume santykis su monochromatiniu šviesiu spindesio minimume

$$\left(\frac{L_\lambda^{min}}{L_\lambda^{max}}\right)_{puls} = \frac{4\pi R_{min}^2}{4\pi R_{max}^2} \frac{\pi \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda k T_{min}}}}{\pi \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda k T_{max}}}} = \frac{R_{min}^2}{R_{max}^2} e^{\frac{hc}{\lambda k}\left(\frac{1}{T_{max}} - \frac{1}{T_{min}}\right)}$$

$$\left(\frac{L_\lambda^{min}}{L_\lambda^{max}}\right)_{puls} = \left(\frac{3{,}71 \times 10^{11}}{2{,}42 \times 10^{11}}\right)^2 e^{\frac{6{,}63\times10^{-34}\times3\times10^8}{0{,}55\times10^{-6}\times1{,}38\times10^{-23}}\left(\frac{1}{2803} - \frac{1}{2368}\right)} = 0{,}4254$$

$$\Delta m_{puls} = -2{,}5 \log \frac{L_\lambda^{min}}{L_\lambda^{max}} = -2{,}5 \log 0{,}4254 \approx 0{,}9$$

g) Vizualinio ryškio amplitudės dalis, kurią turi paaiškinti sugertis aplinkžvaigždiniame apvalkale

Miridės pulsacijos ir temperatūros svyravimai paaiškina tik mažesnę vizualinio ryškio kitimo dalį. Likusią dalį turi paaiškinti sugertis (ekstinkcija) aplinkžvaigždiniame apvalkale.

$$\Delta m_{ekst} = \Delta m - \Delta m_{puls} = 8{,}2 - 0{,}9 = 7{,}3$$

h) Aplinkžvaigždinio apvalkalo storis

Remiantis uždavinio sąlyga

$$\Delta m_{ekst} = A = 1{,}086\tau = 1{,}086\kappa s$$

Iš čia

$$s = \frac{\Delta m_{ekst}}{1{,}086\kappa} = \frac{7{,}3}{1{,}086 \times 1{,}5 \times 10^{-11}} = 4{,}48 \times 10^{11} \text{ m} = 3{,}0 \text{ av}$$

i) Žvaigždės spindulys su apvalkalu spindesio minimume

$$R_{min+apv} = R_{min} + s = 3{,}71 \times 10^{11} + 4{,}48 \times 10^{11} = 8{,}19 \times 10^{11} \text{m} \approx 5{,}5 \text{ av}$$

4 uždavinys **(16 t)**

Užtemdomosios kintamosios ryškis 4,6. Kas 45,5 dienas žvaigždės ryškis susilpnėja iki 4,7. Atstumas iki žvaigždės 100 pc. Radialinio greičio kitimo kreivės rodo, kad yra dvi komponentės. Šviesesniosios komponentės radialinio greičio kitimo amplitudė yra ±15 km/s, silpnesniosios komponentės – ±105 km/s. Nustatyta, kad šviesesnioji komponentė yra raudonoji milžinė, o silpnesnioji – karšta baltoji nykštukė. Medžiaga iš raudonosios milžinės teka į baltąją nykštukę, ir aplink baltąją nykštukę formuojasi akrecinis diskas. Įvertinkite medžiagos akrecijos spartą (medžiagos kiekį, išreikštą Saulės masėmis), sutekantį į baltąją nykštukę per metus). Tarkite, kad žvaigždžių orbitos apskritiminės.

Sprendimas

Duota:

Užtemdomos kintamosios ryškis m=4,6
Milžinės ryškis m_G=4,7
Milžinės radialinio greičio kitimo amplitudė K_G=±15 km/s
Baltosios nykštukės radialinio greičio kitimo amplitudė K_{wd}=±105 km/s
Žvaigždės ryškio kitimo periodas P=45,5 d

Rasti: M_{ak} - akrecijos spartą

Skaičiuojame, kiek kartų sumažės sistemos šviesis, kai baltoji nykštukė pasislėps už raudonosios milžinės (kitas spindesio minimumas, kai labai mažo spindulio karšta baltoji nykštukė slenka per raudonosios milžinės diską, labai mažas, todėl nestebimas):

$M - M_G = -2{,}5 \cdot \lg\left(\frac{L}{L_G}\right)$, čia M, L – suminis sistemos absoliutinis ryškis ir šviesis.

Kadangi sistema dvinarė, abi komponentės yra tame pačiame nuotolyje nuo mūsų:

$$M - M_G = m - m_G$$

$$\frac{L}{L_G} = 10^{-0{,}4(m-m_G)} = 10^{-0{,}4(4{,}6-4{,}7)} \approx 1{,}10$$

$$L = L_G + L_{wd}$$

$$\frac{L_G + L_{wd}}{L_G} \approx 1{,}10$$

$$\frac{L_{wd}}{L_G} = 0{,}096 \approx 0{,}1$$

Ieškome milžinės absoliutinio bolometrinio ryškio; čia d – atstumas iki dvinarės:

$$m_{bolG} - M_{bolG} = 5 \times \lg d - 5$$

$$M_{bolG} = m_{bolG} - 5 \times \lg d + 5 = 4{,}7 - 5 \times 2 + 5 = -0{,}3$$

Skaičiuojame, kiek kartų milžinės šviesis didesnis negu Saulės šviesis:

$$M_{bolG} - M_{bol\odot} = -2{,}5 \times \lg\left(\frac{L_G}{L_\odot}\right)$$

$$L_G = 100 \times L_\odot$$

Tada baltosios nykštukės šviesis

$$L_{wd} = 0{,}1 \times L_G \approx 10 \times L_\odot$$

$$L_{wd} \approx 3{,}83 \times 10^{27}\ \text{W}$$

Skaičiuojame atstumą tarp raudonosios milžinės ir baltosios nykštukės ir abiejų komponenčių mases. Žvaigždės skrieja apskritiminėmis orbitomis. Apskriejimo aplink masės centrą periodas 45,5 d., t. y. 0,125 metų. Santykinis žvaigždžių greitis:

$$v = 105 + 15 = 120\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Tada atstumas tarp raudonosios milžinės ir baltosios nykštukės bus

$$r = \frac{v \times P}{2 \times \pi} \approx 7{,}5 \times 10^{7}\ \text{km} \approx 0{,}5\ \text{av}$$

Taikydami III Keplerio dėsnį, suskaičiuojame suminę raudonosios milžinės ir baltosios nykštukės masę:

$$\frac{P^2(M+m)}{P_{\check{Z}}^2(M_S + m_{\check{Z}})} = \frac{r^3}{r_{\check{Z}}^3},$$

čia M, m – raudonosios milžinės ir baltosios nykštukės masės, r – atstumas tarp raudonosios milžinės ir baltosios nykštukės, $M_S, m_{\check{Z}}$ – Saulės ir Žemės masės.

Kadangi $m_{\check{Z}}$ lyginant su žvaigždžių masėmis yra maža, tai ją galima atmesti.

$$M + m = \frac{P_{\check{Z}}^2 \times M_{\odot} \times r^3}{P^2 \times r_{\check{Z}}^3} \approx 8 \times M_{\odot}$$

Skaičiuojame raudonosios milžinės ir baltosios nykštukės mases. Žvaigždžių masių santykis atvirkščiai proporcingas radialinių greičių amplitudžių santykiui:

$$\frac{M_G}{M_{wd}} = \frac{K_{wd}}{K_G} = \frac{105}{15} = 7$$

$$M_G = 7 \times M_{wd}$$

Suminė sistemos masė $8M_S$; $M_{wd} = 1M_{\odot}$, todėl $M_G = 7M_{\odot}$

Akrecijos spartos vertinimas

Tarkime, kad visa krintanti į baltąją nykštukę medžiagos kinetinė energija išspinduliuojama. Baltosios nykštukės šviesis L_{wd}.

Kinetinės energijos pokytis turi būti lygus potencinės energijos pokyčiui per tą patį laikotarpį:

$$\Delta t \cdot L_{wd} = -\frac{G \times M_{wd} \times M_* \times \Delta t}{l} - \left(-\frac{G \times M_{wd} \times M_* \times \Delta t}{R_{wd}}\right)$$

čia M_* – per laikotarpį Δt į baltąją nykštukę nukrentančios medžiagos masė, l – baltosios nykštukės nuotolis iki taško, kur prasideda medžiagos akrecija į baltąją nykštukę. l yra atstumo tarp raudonosios milžinės ir baltosios nykštukės eilės dydis, kuris daug didesnis negu baltosios nykštukės spindulys, todėl narį, kur įeina $\frac{1}{l}$, galima atmesti. Tarkime, kad baltosios nykštukės spindulys R_{wd} lygus Žemės spinduliui.

Masė, kuri nukrenta į baltąją nykštukę per 1 s:

$$M_* = \frac{L_{wd} \times R_{wd}}{G \times M_{wd}} = \frac{3{,}83 \times 10^{27} \times 6{,}37 \times 10^{6}}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30}} = 1{,}8 \times 10^{14}\text{kg} = 9{,}3 \times 10^{-17} M_{\odot}$$

Per metus nukris

$$M_{ak} \approx 3 \times 10^{-9} M_{\odot}$$

5 uždavinys **(10 t)**

Bet kurios tolimos galaktikos išmatuotą radialinį greitį sudaro du komponentai – Visatos plėtimosi sukeliamas galaktikos tolėjimo greitis, apibrėžiamas Hubble dėsniu, ir galaktikos pekuliarinis greitis, kurį sukelia gretimų galaktikų gravitacija. Jei galaktika yra pakankamai toli, jos tolėjimo greitis, apibrėžiamas Hubble dėsniu, yra labai didelis ir galaktikos pekuliarinis greitis neturi reikšmingos įtakos jos suminiam radialiniam greičiui. Galaktikų radialiniai greičiai nustatomi maždaug 10 % tikslumu.

a) Raskite mažiausią atstumą, kuriame esančios galaktikos atstumas būtų pakankamai tiksliai įvertinamas pagal jos spektro stebėjimus ir Hubble dėsnį. (Hubble konstanta $H_0 = 74\ \mathrm{km/s/Mpc}$). Tarkime, kad galaktikos pekuliarinis greitis siekia maždaug $v_p = 500\ \mathrm{km/s}$.

b) Koks bus tokios galaktikos spektro linijos poslinkis, jei bus matuojama Ca II K linija ($\lambda = 393{,}37\ \mathrm{nm}$)?

c) Koks bus tokiame nuotolyje esančios galaktikos regimasis ryškis, jei bus stebima tokia spiralinė galaktika kaip Andromedos (M31) galaktika, kurios absoliutusis ryškis $M_V = -21{,}5$.

Sprendimas

a) Galaktikos atstumas

Kadangi galaktikų radialiniai greičiai nustatomi ne didesniu, kaip 10 % tikslumu, galaktikos pekuliarinis greitis neturės jam reikšmingos įtakos, jei pekuliarinio greičio vertė sudarys mažiau nei 5 % Hubble dėsniu apibrėžiamo radialinio greičio. Taigi

$$v_H = \frac{v_p}{0{,}05} = \frac{500}{0{,}05} = 10000\ \mathrm{km/s}$$

Remiantis Hubble dėsniu tokiu greičiu tolstanti galaktika turi būti nuotolyje

$$r = \frac{v}{H_0} = \frac{10000}{74} = 135\ \mathrm{Mpc}$$

b) Galaktikos raudonasis poslinkis

Apskaičiuojame raudonojo poslinkio faktorių ir spektro linijos poslinkį

$$z = \frac{v}{c} = \frac{10000}{299800} = 0{,}0334$$

$$\lambda - \lambda_0 = z\lambda_0 = 0{,}0334 \times 393{,}37 = 13{,}14\ \mathrm{nm}$$

c) Galaktikos regimasis ryškis

Apskaičiuojame galaktikos regimąjį ryškį

$$V = M_V + 5\log r - 5 = -21{,}5 + 5 \times \log(135 \times 10^6) - 5 \approx 14{,}2$$