

Lietuvos mokinių matematikos olimpiada  
Savivaldybių etapo užduotys 9–10 klasei  
2021 m.

**1 uždavinys.** Kiekvienas Teisybės kaimo gyventojas yra arba teisuolis (visada sako tiesą), arba melagis (visada meluoja). Jokie du kaimo gyventojai nėra to paties ūgio. Kiekvienas Teisybės gyventojas pasakė du teiginius:

„Joks Teisybės gyventojas nėra žemesnis už mane.“

„Teisybėje yra daugiau nei 100 gyventojų, aukštesnių už mane.“

Kiek iš viso gyventojų yra Teisybėje? Keli iš jų yra melagiai?

**2 uždavinys.** Raskite lygčių sistemos

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = x + 3y, \\ x^4 + y^4 = \frac{(x + 3y)^2}{2} \end{cases}$$

visus realiuosius sprendinius  $(x, y)$ .

**3 uždavinys.** Ratu surašyti skaičiai. Šiame skaičių rate yra  $m$  skaičių, lygių 2, o likę rato skaičiai lygūs 1. Rate kiekvienas skaičius  $a$  yra tarp dviejų jam gretimų skaičių, iš kurių bent vienas nelygus  $a$ . Kiekvienas užrašytas skaičius  $a$  sudaugintas su abiem jam gretimais skaičiais  $b$  ir  $c$ . Visų tokių sandaugų  $abc$  suma lygi 2021202. Nustatykite visas galimas skaičiaus  $m$  reikšmes.

**4 uždavinys.** Du gretimi keturkampio kampai lygūs  $90^\circ$  ir  $150^\circ$ . Šiuos du kampus sudarančios trys keturkampio kraštinės yra lygios. Raskite kitus du keturkampio kampus.

**5 uždavinys.** Kelių pirminių (nebūtinai skirtingų) skaičių sandauga yra 10 kartų didesnė už jų sumą  $S$ . Raskite visas galimas skaičiaus  $S$  reikšmes.

Kiekvienas uždavinys vertinamas 5 taškais.