Lietuvos mokinių devynioliktoji astronomijos olimpiada
Atrankinis etapas
IX-X klasių mokiniai

Viso 70 taškų

1 uždavinys (20 taškų)

Astronomijos mėgėjas, atvykęs į Lietuvos geografinį centrą (geografinės koordinatės: ilguma $\lambda = 23°54'20''$E, platuma $\varphi = 55°19'47''$N), esantį Kėdainių rajone Ruoščių kaime, ruošiasi stebėti žvaigždėtą dangų 2021 m. vasario mėn. 3-4 d. naktį. Jis pasirinko stebėjimo laiką, kai Vega bus apatinėje kulminacijoje.

Klausimai:

a) Kokie žvaigždynai tuo metu bus viršutinėje kulminacijoje? Užrašykite lietuviškus pavadinimus ir jų lotyniškas santrumpas eilės tvarka nuo šiaurinio dangaus poliaus iki horizonto.
b) Kokie gilaus lauko objektai (spiečiai, ūkai, galaktikos), matomi plika akimi, yra kiekviename iš šių žvaigždynų?
c) Kokios ir kurioje dangaus pusėje (rytuose, pietryčiuose, pietuose, pietvakariuose, vakaruose, zenite) bus matomos planetos stebėjimo metu?
d) Kurioje dangaus pusėje (rytuose, pietryčiuose, pietuose, pietvakariuose, vakaruose) bus matomas Mėnulis stebėjimo metu?
e) Kokie dangaus objektai niekada nepatekės ir nebus matomi šioje vietovėje? Atsakymą pagrįskite skaičiavimais.
f) Koks bus žvaigždinis laikas stebėjimo metu? Atsakymą pagrįskite skaičiavimais.
g) Koks bus Lietuvos laikas stebėjimo metu? Atsakymą pagrįskite skaičiavimais.
Užuomina: Žvaigždinis laikas Grinviče vasario 4 d. vidurnaktį $S_0 = 8^h57^m31^s$.

Sprendimas

a) Žvaigždynai eilės tvarka nuo šiaurinio dangaus poliaus į pietus: Žirafa (Cam), Lūšis (Lyn), Vežėjas (Aur), Dvyniai (Gem), Vienragis (Mon), Didysis šuo (CMa), Balandis (Col) (tik siauras šiaurinis kraštas).

b) Gilaus lauko objektai, matomi plika akimi:
CMa: padrikieji spiečiai: M41 (4,5) ir NGC 2362 (4,1)
Mon: Padrikieji spiečiai: M50 (5,9), NGC 2264 (3,9), NGC 2232 (3,9), NGC 2244 (4,8), NGC 2239 (4,8), NGC 2301 (6,0)
Gem: padrikasis spiečius M35 (5,1).
Aur: padrikieji spiečiai: NGC 2281 (5,4), M37 (5,6), M36 (6,0).
Lyn: -- .
Cam: --.

c) Matomos planetos: Marsas ir Uranas Avino žvaigždyne, vakaruose.
d) Mėnulis nematomas, dar nepatekėjęs.

e) Kokie dangaus objektai niekada nepatekės ir nebus matomi:
Jei neatsižvelgsime į refrakciją (teorinis variantas) ir jei dangaus objektas yra viršutinėje kulminacijoje į pietus nuo zenito, jo aukštis virš horizonto lygus

$$h = 90° + \delta - \varphi$$

čia δ – objekto deklinacija, o φ – vietovės geografinė platuma.
Nepatekančių objektų sąlyga: $h \leq 0°$. Taigi,

$$90° + \delta - \varphi \leq 0°$$
$$\delta \leq \varphi - 90°$$
$$\delta \leq 55°19'47'' - 90° = -34°40'13''$$

Sąlygoje nebuvo nurodyta, kad į refrakciją neatsižvelgiama. Todėl reikia nagrinėti realią situaciją ir skaičiuoti šviesulio aukštį atsižvelgiant į refrakciją. Tuomet šviesulio aukštis virš horizonto lygus

$$h = 90° + \delta - \varphi - \rho$$

čia ρ – refrakcija.
Jei atsižvelgiame į refrakciją, tai nepatekančių objektų deklinacijos turi tenkinti sąlygą:

$$\delta \leq \varphi - 90° - \rho$$

Ties horizontu $\rho = 35'$

$$\delta \leq 55°19'47'' - 90° - 35' = -35°15'13''$$

f) Žvaigždinis laikas stebėjimo metu:
Žvaigždinis laikas yra lygus žvaigždės, esančios viršutinėje kulminacijoje, rektascensijai. Kadangi Vega yra apatinėje kulminacijoje, tai

$$s = \alpha_V - 12^h = 18^h37^m37{,}0^s - 12^h = 6^h37^m37{,}0^s$$

g) Lietuvos laikas stebėjimo metu.
Pirmiausia turime apskaičiuoti vietinį saulinį laiką. Šiam tikslui panaudosime duotą vasario 4 d. žvaigždinį laiką Grinviče vidurnaktį.
Apskaičiuojame žvaigždinį laiką vietinį (Ruoščių) vidurnaktį

$$S = S_0 - \frac{\lambda^h}{24^h} 3^m56{,}6^s$$

Čia λ – geografinė ilguma, išreikšta valandomis ir jos dalimis.

$$S = 8^h57^m31^s - \frac{1{,}5937}{24} 3^m56{,}6^s = 8^h57^m15^s$$

Žvaigždinio laiko intervalas nuo vietinio vidurnakčio iki stebėjimo momento

$$\Delta s = s - S = 6^h37^m37{,}0^s - 8^h53^m19^s + 24^h = 21^h44^m18^s$$

Šį laiko intervalą paverčiame saulinio laiko intervalu ir gauname vietinį saulinį laiką:

$$T = \Delta T = \frac{\Delta s}{K}$$

Čia K – koeficientas, nustatantis saulinio laiko ir žvaigždinio laiko intervalų santykį, kurį galime apskaičiuoti iš lentelės duomenų:

$$K = \frac{\text{saulinė para}}{\text{žvaigždinė para}} = \frac{24}{23{,}93477} = 1{,}002738$$

$$T = \frac{21^h44^m18^s}{1{,}002738} = 21^h40^m44^s$$

Toliau skaičiuojame stebėjimo laiką Lietuvos laiku

$$T_L = T - \lambda + N$$

Čia N – Lietuvos laiko juosta, $N = 2$

$$T_L = 21^h40^m44^s - 1^h35^m37^s + 2^h = 22^h05^m07^s$$

2 uždavinys (15 taškų)

Dirbtinis Žemės palydovas skrieja 200 km aukštyje virš Žemės paviršiaus apskritimine orbita, kurios posvyris 50°.

a) Apskaičiuokite šio palydovo orbitinį greitį ir periodą.

b) Tarkime, kad šis palydovas tam tikru laiko momentu praskriejo virš Kijevo (platuma $\varphi_K = 50{,}45°$ ir ilguma $\lambda_K = 30{,}52°$). Nustatykite, virš kokios vietovės (apytiksliai miesto) praskriejo palydovas, vieną kartą apskriejęs Žemę.

Sprendimas

a) Aukštyje h virš Žemės paviršiaus skriejantį palydovą veikia Žemės gravitacijos jėga

$$F_g = G\frac{M_{\oplus}m}{\left(R_{\oplus}+h\right)^2}$$

Čia G – gravitacijos konstanta, $M_{\oplus}$ ir $R_{\oplus}$ – atitinkamai Žemės masė ir spindulys, m – palydovo masė.

Pagal 2-ąjį Niutono dėsnį palydovą veikianti įcentrinė jėga lygi

$$F_{\text{įc}} = ma_{\text{įc}}$$

$$a_{\text{įc}} = \frac{v^2}{R_{\oplus}+h}$$

$$F_g = F_{\text{įc}}$$

$$G\frac{M_{\oplus}m}{\left(R_{\oplus}+h\right)^2} = m\frac{v^2}{R_{\oplus}+h}$$

$$v = \sqrt{G\frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}+h}}$$

$$v = \sqrt{6{,}674\times10^{-11}\frac{5{,}97\times10^{24}}{6371000+250000}} = 7787\ \text{m/s}$$

$$P = \frac{2\pi\left(R_{\oplus}+h\right)}{v} = \frac{2\pi(6371000+200000)}{7787} = 5302\ \text{s} = 88\ \text{min}$$

b) Per laiką P palydovas vieną kartą apskriejo Žemę žvaigždžių atžvilgiu. Tačiau per tą laiką Žemė pasisuko apie savo ašį rytų kryptimi kampu

$$\psi = 88\ \text{min} = 22°$$

Todėl vietovės, virš kurios praskriejo palydovas, ilguma buvo

$$\lambda_n = \lambda_K - \psi = 30{,}52 - 22 \cong 8{,}5°$$

Šios ilgumos koordinatė eina per Vokietijos teritoriją ir maždaug ties Kijevo platuma yra Frankfurtas prie Maino.

3 uždavinys (10 taškų)

Karlo Janskio Labai didelė radioteleskopų gardelė (*Karl G. Jansky Very Large Array – VLA*) yra radioteleskopų sistema, pastatyta JAV *New Mexico* valstijos švento Augustino lygumose. Ją sudaro 27 radioteleskopai, išdėstyti Y raidės formos konfigūracijoje. Kiekvieno radioteleskopo parabolinės antenos skersmuo 25 m. Didžiausias atstumas, kuriuo gali būti atitolinti kraštiniai radioteleskopai, 36 km. Didžiausias radijo bangų dažnis, kurį gali registruoti šie teleskopai, 45 GHz.

a) Apskaičiuokite šios radioteleskopų sistemos didžiausią kampinę skiriamąją gebą kampinėmis sekundėmis (arcsec).
b) Apskaičiuokite, su kokiu mažiausiu optiniu teleskopu galima pasiekti tą pačią kampinę skiriamąją gebą. Tarkime, kad stebime vizualinio spektro ruože, kurio bangos ilgis $\lambda = 550$ nm. Į atmosferos įtaką neatsižvelgiama.

Sprendimas

a) Teleskopo kampinė skiriamoji geba

$$\psi = 1{,}22\frac{\lambda}{D}[\text{rad}] = 1{,}22\frac{\lambda}{D}206265\ [\text{arcsec}]$$

Čia λ – bangos ilgis, ties kuriuo atliekami stebėjimai, D – teleskopo pagrindinio veidrodžio (objektyvo, radioteleskopo antenos) skersmuo.

Didžiausia *VLA* kampinė skyra bus pasiekta tada, kai du radioteleskopai bus atitolinti maksimaliai įmanomu 36 km atstumu ir veiks interferometro režimu. Tokio interferometro kampinė skiriamoji geba bus tokia pat, kaip ir teleskopo, kurio veidrodžio skersmuo būtų lygus atstumui tarp radioteleskopo antenų, t. y. 36 km.

Vadinasi,

$$\psi = 1{,}22\frac{2{,}998 \times 10^8}{45 \times 10^9 \times 36000}206265 = 0{,}038\ \text{arcsec}$$

b) Optinio teleskopo skersmuo.

Sulyginame radiointerferometro ir optinio teleskopo skiriamąsias gebas ir gauname

$$\frac{\lambda_r}{D_r} = \frac{\lambda_o}{D_o}$$

$$D_o = D_r\frac{\lambda_0}{\lambda_r} = 36000\frac{0{,}55 \times 10^{-6} \times 45 \times 10^9}{2{,}998 \times 10^8} = 2{,}97 \cong 3\ \text{m}$$

<u>4 uždavinys</u> (10 taškų)

Novos žybsnio metu jos spindesys per trumpą laiką gali padidėti tūkstančius ar net šimtus tūkstančių kartų dėl to, kad jos fotosfera smarkiai išsipučia. Tuo pat metu fotosferos temperatūra išlieka maždaug pastovi. Apskaičiuokite, kiek kartų padidėjo novos fotosferos spindulys, jei jos spindesys padidėjo 8 ryškiais.

<u>Sprendimas</u>

<u>I variantas</u>

Kadangi temperatūra pastovi, tai apytiksliai žvaigždės spindesys proporcingas žvaigždės regimojo disko plotui

$$J \propto S = \pi R^2$$

Čia R – žvaigždės spindulys.

Taigi, novos spindesio maksimumo santykis su jos minimumo spindesiu bus lygus

$$\frac{J_{max}}{J_{min}} = \frac{R_{max}^2}{R_{min}^2}$$

Skaičiuojame ryškių skirtumą

$$\Delta m = -2{,}5\log\frac{J_{max}}{J_{min}} = -5\log\frac{R_{max}}{R_{min}}$$

$$-8 = -5\log\frac{R_{max}}{R_{min}}$$

$$\log\frac{R_{max}}{R_{min}} = 1{,}6$$

$$\frac{R_{max}}{R_{min}} \cong 40$$

<u>II variantas</u>

Tariame, kad žvaigždė sferiška ir spinduliuoja kaip juodas kūnas. Tuomet žvaigždės šviesis

$$L = 4\pi R^2\sigma T_{ef}^4$$

Čia R – žvaigždės spindulys, T_{ef} – jos fotosferos efektinė temperatūra.

Novos šviesio spindesio maksimume santykis su šviesiu spindesio minimume lygus:

$$\frac{L_{max}}{L_{min}} = \left(\frac{R_{max}}{R_{min}}\right)^2$$

$$\Delta m = -2{,}5\log\frac{L_{max}}{L_{min}} = -5\log\frac{R_{max}}{R_{min}}$$

$$-8 = -5\log\frac{R_{max}}{R_{min}}$$

$$\log\frac{R_{max}}{R_{min}} = 1{,}6$$

$$\frac{R_{max}}{R_{min}} \cong 40$$

5 uždavinys (15 taškų)

Astronomijos mėgėjas nusprendė patyrinėti plika akimi matomą žvaigždę, kurios regimasis ryškis $V = 5{,}10$. Tyrinėdamas šią žvaigždę pro teleskopą jis pastebėjo, kad tai iš tiesų ne pavienė žvaigždė, o trijų žvaigždžių samplaika. Jis nustatė, kad vienos žvaigždės regimasis ryškis $V_1 = 5{,}50$, o kitų dviejų žvaigždžių regimieji ryškiai vienodi, $V_2 = V_3$.

Raskite šių dviejų žvaigždžių regimuosius ryškius.

Sprendimas

Žvaigždės spindesio (spinduliuotės srauto tankio) ir ryškio sąryšis

$$V = -2{,}5 \log \frac{J}{J_0}$$

Čia J_0 – spindesys, nustatantis ryškių skalės atskaitos tašką.
Trijų žvaigždžių samplaikos spindesys lygus

$$J = J_1 + 2J_2$$

$$J_2 = \frac{J - J_1}{2} = J_0 \frac{10^{-0{,}4\times 5{,}1} - 10^{-0{,}4\times 5{,}5}}{2} = 1{,}405 \times 10^{-3} J_0$$

$$V_2 = V_3 = -2{,}5 \log \frac{J_2}{J_0} = -2{,}5 \log 1{,}405 \times 10^{-3} = 7{,}13$$