Lietuvos mokinių devynioliktoji astronomijos olimpiada
Antrasis etapas
XI – XII klasių mokiniai

TEORIJOS TURAS

Viso 100 taškų

1 uždavinys (10 taškų)

Padrikąjį spiečių sudaro 50 vienodų žvaigždžių. Spiečiaus suminis (integralinis) regimasis ryškis $m = 10$. Koks turėtų būti mažiausias teleskopo objektyvo skersmuo D, kad su juo būtų galima pamatyti pavienes spiečiaus žvaigždes? Šviesos nuostoliai teleskopo optinėje sistemoje sudaro 40%. Tarkite, kad ribinis ryškis žvaigždžių, kurias dar galima pamatyti plika akimi, lygus $m_{ar} = 6{,}0$, o akies vyzdžio skersmuo $D_a = 6$ mm.

Sprendimas

Vienos spiečiaus žvaigždės ryškis

$$m_1 = -2{,}5\log\frac{J_1}{J_0}$$

Čia J_1 – vienos žvaigždės spindesys (vienos žvaigždės šviesos srautas, patenkantis į mūsų akį), J_0 – etaloninio šviesos šaltinio spindesys.

$$J_1 = J_0 10^{-0{,}4m_1}$$

Spiečiaus suminis (integralinis) ryškis

$$m = -2{,}5\log\frac{J}{J_0}$$

Čia J – spiečiaus suminis (integralinis) spindesys (visų spiečiaus žvaigždžių suminis šviesos srautas, patenkantis į mūsų akį).

$$J = J_0 10^{-0{,}4m}$$

$$J = J_0 10^{-0{,}4m} = 50J_1 = 50J_0 10^{-0{,}4m_1}$$

$$-2{,}5\log\frac{J}{J_0} = -2{,}5\log\frac{J_{m1}}{J_0} - 2{,}5\log 50$$

$$m = m_1 - 2{,}5\log 50$$

Kai stebime žvaigždes su teleskopu, šviesos srautas, patenkantis į mūsų akį, bus tiek kartų didesnis, kiek kartų teleskopo objektyvo plotas $\left({}^1\!/_4\,\pi D^2\right)$ yra didesnis už akies vyzdžio plotą $\left({}^1\!/_4\,\pi D_a^2\right)$. Taigi, su teleskopu bus galima stebėti žvaigždes, kurios yra Δm ryškiais silpnesnės už žvaigždes, kurios yra ties plika akimi matomų žvaigždžių riba. Čia

$$\Delta m = 2{,}5\log\frac{{}^1\!/_4\,\pi D^2}{{}^1\!/_4\,\pi D_a^2} = 5\log\frac{D}{D_a}$$

Jei teleskopo optinėje sistemoje nebūtų šviesos nuostolių, tuomet ribinis ryškis, kurį galima pasiekti su teleskopu, kurio objektyvo skersmuo D, būtų lygus

$$m_{tr} = m_{ar} + 5\log\left(\frac{D}{D_a}\right)$$

Kadangi reikia atsižvelgti į šviesos nuostolius teleskopo optinėje sistemoje, tai ribinis ryškis, kurį galima pasiekti su duotu teleskopu bus lygus

$$m_{tr} = m_{ar} + 2{,}5 \log\left(0{,}6 \frac{D^2}{D_a^2}\right)$$

$$m_{tr} = 6 + 2{,}5 \log 0{,}6 + 5 \log \frac{D}{D_a} = 5{,}4 + 5 \log \frac{D}{D_a}$$

Jei akies vyzdžio skersmenį ir teleskopo objektyvo skersmenį matuosime milimetrais, tuomet gausime

$$m_{tr} = 1{,}5 + 5 \log D[\mathrm{mm}]$$

Šio uždavinio atveju

$$m_{tr} = m_1$$

$$14{,}2 = 1{,}5 + 5 \log D$$

$$\log D = 2{,}54$$

$$D \cong 350\ \mathrm{mm}$$

<u>2 uždavinys</u> (20 taškų)

Žemiau pateiktoje NASA Žemės stebėjimų palydovo fotokamera užfiksuotoje unikalioje nuotraukoje matome Saulės apšviestą Mėnulį, praslenkantį priešais Saulės apšviestą Žemės rutulio pusę.

<u>Užduotys</u>:

a) Nubraižykite schemą, kurioje būtų pavaizduotas Žemės, Mėnulio ir palydovo išsidėstymas bei jų orbitų atkarpos Saulės atžvilgiu ekliptikos plokštumoje nuotraukos fotografavimo momentu.

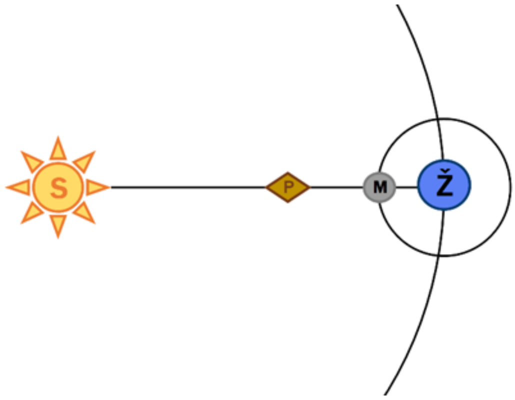
b) Įvertinkite, kokia buvo Mėnulio fazė, matoma iš Žemės, nuotraukos fotografavimo metu.

c) Apskaičiuokite palydovo atstumą nuo Žemės nuotraukos fotografavimo metu.

d) Apskaičiuokite, per kiek laiko (valandų) Mėnulis praslinko per Žemės regimąjį diską. Laiko tarpą skaičiuokite nuo pirmojo kontakto (kai artėjantis Mėnulio diskas palietė Žemės diską iš išorės) iki ketvirtojo kontakto (kai tolstantis Mėnulio diskas visiškai nuslinko nuo Žemės disko). Tarkite, kad Mėnulio proslinkio greitį lemia tik Mėnulio orbitinis judėjimas.

Sprendimas

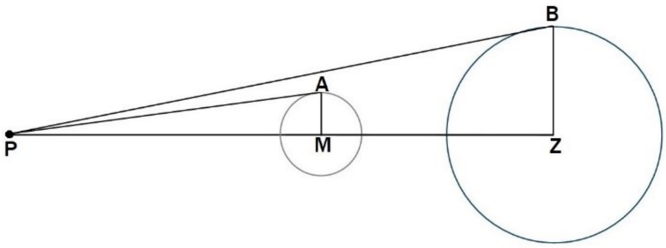
a) Nuotraukos fotografavimo metu Žemė, Mėnulis, palydovas ir Saulė turėjo būti viename spindulyje. Be to, Mėnulis turėjo būti tarp Saulės ir Žemės, o palydovas tarp Mėnulio ir Saulės. Tokiu būdu, buvo nufotografuota pilnai Saulės apšviesta Žemė ir iš Žemės nematoma Mėnulio pusė.



1 pav. Schema, vaizduojanti Žemės (Ž), Mėnulio (M) ir palydovo (P) išsidėstymą Saulės (S) atžvilgiu ekliptikos plokštumoje nuotraukos fotografavimo metu

b) Žvelgiant iš Žemės Mėnulis buvo jaunaties fazėje.

c) Palydovo atstumas nuo Žemės.



2 pav. Schema, paaiškinanti palydovo nuotolio nuo Žemės skaičiavimą. P – palydovas, M – Mėnulio centras, Z – Žemės centras

$PZ = d$ – palydovo atstumas nuo Žemės centro (ieškomas atstumas), $MZ = a_☾$ – atstumas tarp Žemės ir Mėnulio, $AM = R_☾$ – Mėnulio spindulys, $BZ = R_\oplus$ – Žemės spindulys.
$\measuredangle APM = \theta_☾$ – kampinis Mėnulio spindulys, kaip matomas iš palydovo, $\measuredangle BPZ = \theta_\oplus$ – kampinis Žemės spindulys, kaip matomas iš palydovo. Abu šie kampai maži. Todėl jiems galima taikyti mažų kampų formules. <u>*Pastaba:*</u> *tokiu atveju kampai turi būti išreikšti radianais.*

Tokiu būdu Mėnulio kampinis spindulys lygus (iš trikampio APM)

$$\theta_☾ = \frac{R_☾}{d - a_☾}$$

Žemės kampinis spindulys lygus (iš trikampio BPZ)

$$\theta_\oplus = \frac{R_\oplus}{d}$$

Žemės ir Mėnulio regimieji kampiniai spinduliai, kaip matomi iš palydovo, nėra duoti. Tačiau jų santykį galima apskaičiuoti iš sąlygoje duotos nuotraukos.

Tarkime, kad nuotraukoje išmatuotas Žemės skersmuo lygus $2\rho_\oplus$ mm, o Mėnulio – $2\rho_☾$ mm. Tuomet Žemės ir Mėnulio kampinių spindulių (skersmenų) santykis lygus

$$k = \frac{2\rho_\oplus}{2\rho_☾} = \frac{\theta_\oplus}{\theta_☾} = \frac{R_\oplus}{R_☾}\frac{(d - a_☾)}{d}$$

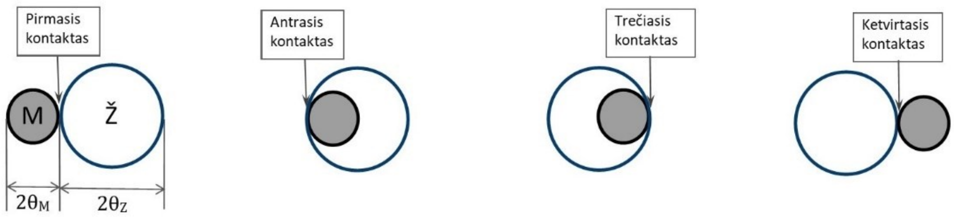
Iš čia randame ieškomą atstumą

$$d = \frac{R_{\oplus} a_{☾}}{R_{\oplus} - kR_{☾}} = \frac{a_{☾}}{1 - k\frac{R_{☾}}{R_{\oplus}}}$$

Išmatavę nuotraukoje regimuosius Žemės ir Mėnulio skersmenis gauname $k = 2{,}718 \pm 0{,}015$. Tuomet

$$d = \frac{3{,}844 \cdot 10^8}{1 - 2{,}718\frac{1{,}738 \cdot 10^6}{6{,}378 \cdot 10^6}} = 1{,}48 \cdot 10^9 \text{ m} = 1{,}48 \cdot 10^6 \text{ km}$$

d) Per kiek laiko (valandų) Mėnulis praslinko per Žemės regimąjį diską.



3 pav. Mėnulio proslinkio (tranzito) priešais Žemės regimąjį diską schema

Iš 3 pav. schemos matome, kad Mėnulio kampinis poslinkis nuo 1-ojo iki 4-ojo kontakto lygus

$$\psi = 2\theta_M + 2\theta_Z$$

Mėnulio regimasis kampinis spindulys

$$\theta_{☾} = \frac{R_{☾}}{d - a_{☾}} = \frac{1{,}738 \cdot 10^6}{1{,}48 \cdot 10^9 - 3{,}844 \cdot 10^8} = 1{,}586 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 327'' = 5{,}5'$$

Žemės regimasis kampinis spindulys

$$\theta_{\oplus} = \frac{R_{\oplus}}{d} = \frac{6{,}378 \cdot 10^6}{1{,}48 \cdot 10^9} = 4{,}309 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 889'' = 14{,}8'$$

Taigi,

$$\psi = 2 \cdot 1{,}586 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 4{,}309 \cdot 10^{-3} = 0{,}01179 \text{ rad} = 2432'' = 40{,}5'$$

Mėnulio nueitas kelias per tranzitą yra maža Mėnulio orbitinės trajektorijos atkarpa, kurią galima prilyginti tiesei. Žvelgiant iš palydovo taško Mėnulio linijinis poslinkis per tranzitą lygus

$$s = (d - a_{☾})\psi$$

Kita vertus, tas pats Mėnulio linijinis poslinkis orbita lygus

$$s = \frac{2\pi a_{☾}}{P} t$$

Čia P – Mėnulio orbitinis periodas (žvaigždinis (siderinis) mėnuo), t – tranzito trukmė (ieškomas dydis).

Iš šių dviejų lygčių gauname

$$t = \frac{P}{2\pi}\left(\frac{d}{a_{☾}} - 1\right)\psi$$

$$t = \frac{27{,}32}{2\pi}\left(\frac{1{,}48 \cdot 10^9}{3{,}844 \cdot 10^8} - 1\right)0{,}01179 \cong 0{,}1462 \text{ d} \cong 3{,}5 \text{ h}$$

3 uždavinys (20 taškų)

K spektrinės klasės nykštukės (toliau – K nykštukės) yra tos žvaigždės, prie kurių yra didžiausia tikimybė aptikti egzoplanetas, tinkamas gyvybei vystytis. Panagrinėkite, kokios galimybės aptikti panašią į Žemę egzoplanetą, besisukančią apie K nykštukę, kurios absoliutusis bolometrinis ryškis $M_b = 6{,}7$, taikant radialinių greičių metodą. Moderniausiu spektrografu ESPRESSO, veikiančiu su 8 m teleskopu (Europos pietų observatorija), radialinius greičius galima išmatuoti 0,2 m/s tikslumu. Tarkite, kad egzoplanetos orbita apskritiminė, orbitos posvyris $i = 90°$ (orbita matoma „iš briaunos“).

Klausimai:

a) Koks K nykštukės šviesis L (Saulės šviesio vienetais)?
b) Kokia K nykštukės masė $\mathcal{M}$ (išreikšta Saulės masėmis)? Pasinaudokite šviesio ir masės sąryšiu: $L \propto \mathcal{M}^{4,6}$.
c) Kokiame nuotolyje nuo šios žvaigždės turėtų skrieti egzoplaneta, kurioje visos fizinės sąlygos (temperatūra, albedas) būtų tokios pat, kaip Žemėje?
d) Koks šios egzoplanetos orbitinis periodas?
e) Kokia bus mažiausia egzoplanetos masė, kurios orbitinis judėjimas sukels žvaigždės radialinio greičio svyravimus, kuriuos dar bus galima išmatuoti duotu spektrografu?

Sprendimas

a) K nykštukės šviesis

$$-2{,}5\log\frac{L}{L_\odot} = M_b - M_{b\odot}$$

$$\log\frac{L}{L_\odot} = \frac{M_b - M_{b\odot}}{-2{,}5} = \frac{6{,}7 - 4{,}74}{-2{,}5} = -0{,}784$$

$$\frac{L}{L_\odot} = 0{,}164$$

b) Žvaigždės masę apskaičiuojame pasiremdami duotu šviesio ir masės sąryšiu

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot}\right)^{4,6}$$

$$\log\frac{L}{L_\odot} = 4{,}6\log\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot}$$

$$\log\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot} = \frac{1}{4{,}6}\log\frac{L}{L_\odot} = \frac{1}{4{,}6}(-0{,}784) = -0{,}170$$

$$\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot} = 0{,}68$$

c) Egzoplanetos atstumas nuo žvaigždės

Kadangi egzoplaneta iš savo žvaigždės turi gauti tą patį energijos kiekį, kokį Žemė gauna iš Saulės, tai turi galioti lygybė:

$$\frac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2} = \frac{L}{4\pi a_p^2}$$

$$a_p = a_\oplus\sqrt{\frac{L}{L_\odot}}$$

$$a_p = 1 \cdot \sqrt{0{,}164} \cong 0{,}40 \text{ av} \cong 6{,}0 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

d) Egzoplanetos orbitinis periodas

Panaudosime 3-ąjį apibendrintąjį Keplerio dėsnį:

$$\frac{P^2}{a^3}\left(\mathcal{M} + \mathcal{M}_p\right) = \frac{4\pi^2}{G}$$

Čia $\mathcal{M}$ - žvaigždės masė, $\mathcal{M}_p$ – egzoplanetos masė. Uždavinio atveju

$$\mathcal{M} \gg \mathcal{M}_p$$

Taikome šį dėsnį K nykštukei ir jos egzoplanetai bei Saulei ir Žemei:

$$\frac{P^2}{a_p^3}\mathcal{M} = \frac{P_\oplus^2}{a_\oplus^3}\mathcal{M}_\odot$$

$$P = P_\oplus \sqrt{\left(\frac{a_p}{a_\oplus}\right)^3 \frac{1}{\mathcal{M}/\mathcal{M}_\odot}}$$

$$P = 365{,}26\sqrt{\left(\frac{0{,}40}{1}\right)^3 \frac{1}{0{,}68}} = 112{,}06 \text{ d} = 9{,}68 \cdot 10^6 \text{ s}$$

Egzoplanetos orbitinis greitis

$$v_p = \frac{2\pi a_p}{P} = \frac{2\pi \cdot 6{,}0 \cdot 10^{10}}{9{,}68 \cdot 10^6} \cong 39000 \text{ m/s}$$

Žvaigždė ir egzoplaneta juda aplink bendrą masės centrą. Žvaigždės greičio V kryptis priešinga egzoplanetos greičio v_p krypčiai. Tarkime, kad žvaigždės radialinio greičio kitimą galėsim išmatuoti, jei jo amplitudė $\pm V$ bus ne mažesnė, kaip radialinio greičio matavimo tikslumas, t. y. $V = 0{,}2$ m/s. Žvaigždės ir egzoplanetos sistemai galioja pusiausvyros sąlyga

$$\mathcal{M}V = \mathcal{M}_p v_p$$

Iš čia

$$\mathcal{M}_p = \mathcal{M}\frac{V}{v_p}$$

$$\mathcal{M}_p = 0{,}68 \cdot 1{,}9885 \cdot 10^{30} \frac{0{,}2}{39000} = 6{,}93 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cong 1{,}2\mathcal{M}_\oplus$$

<u>4 uždavinys</u> (20 taškų)

2019 m. gruodžio mėn. – 2020 m. sausio mėn. astronomai pastebėjo, kad Betelgeizė neįprastai smarkiai pritemo, t. y. jos regimasis spindesys labai susilpnėjo, bet po to jos spindesys vėl padidėjo iki buvusio lygio. Viena iš hipotezių, iškeltų šiam reiškiniui paaiškinti, buvo ta, kad Betelgeizės spindesys susilpnėjo dėl jos fotosferoje susidariusios vienos ar kelių didelių dėmių.

Apskaičiuokite, kokio skersmens turėtų būti dėmė, kuri sukeltų pastebėtą Betelgeizės pritemimą, tariant, kad šį pritemimą sukėlė viena apskritimo formos dėmė.

Betelgeizės duomenys:

Paralaksas $p = 5{,}95$ mas (kampinės milisekundės), regimasis kampinis skersmuo $\theta = 42$ mas, fotosferos temperatūra $T_f = 3600$ K, o temperatūra dėmėje 1000 K žemesnė už fotosferos temperatūrą. Betelgeizės pritemimas, išmatuotas V ryškyje, lygus $\Delta V = 1{,}0$. Tarkite, kad V yra monochromatinis ryškis, matuojamas ties bangos ilgiu $\lambda = 546$ nm.

Sprendimas

4.1) Betelgeizės spindulys ir dėmės temperatūra

Betelgeizės atstumas

$$r = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}00595} = 168 \text{ pc}$$

Betelgeizės spindulys

$$R = \frac{\theta}{2} r = \frac{\theta}{2p} = \frac{0{,}042}{2 \cdot 0{,}00595} 1{,}496 \cdot 10^{11} = 5{,}28 \cdot 10^{11} \text{ m} = 759\, R_{\odot}$$

Dėmės temperatūra

$$T_d = T_f - 1200 = 3600 - 1200 = 2400 \text{ K}$$

4.2) Dėmėtos Betelgeizės spindesio santykis su jos normaliu spindesiu.

Betelgeizės spindesys (spektrinis spinduliuotės srauto tankis), kai jos fotosfera be dėmių:

$$J_f = \pi R^2\, I_\lambda(T_f)$$

Čia $I_\lambda(T_f)$ – Betelgeizės fotosferos (be dėmės) spinduliavimo gebos spektrinis tankis.

Dėmės spindesys

$$J_d = \pi R_d^2 I_\lambda(T_d)$$

Čia R_d – dėmės spindulys; $I_\lambda(T_d)$ – dėmės spinduliavimo gebos spektrinis tankis.

Dėmėtos Betelgeizės spindesio santykis su jos normaliu spindesiu

$$\frac{J_{fd}}{J_f} = \frac{(\pi R^2 - \pi R_d^2) I_\lambda(T_f) + \pi R_d^2 I_\lambda(T_d)}{\pi R^2 I_\lambda(T_f)}$$

Iš čia

$$\frac{J_{fd}}{J_f} = 1 - \frac{R_d^2}{R^2} + \frac{I_\lambda(T_d)}{I_\lambda(T_f)} \frac{R_d^2}{R^2} \qquad (1)$$

Dėmėtos Betelgeizės spindesio santykį su jos normaliu spindesiu apskaičiuojame panaudodami sąlygoje duotą V ryškio pritemimą:

$$\Delta V = -2{,}5 \log \frac{J_{fd}}{J_f} = 1{,}0$$

$$\frac{J_{fd}}{J_f} = 10^{-0{,}4} = 0{,}4 \qquad (2)$$

4.3) Planko formulės taikymas

Betelgeizės spinduliavimo gebos spektrinį tankį ties ryškiu V aproksimuojame Planko formule:

$$I_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \left(e^{\frac{hc}{\lambda k T}} - 1 \right)^{-1}$$

Mūsų uždavinio atveju

$$e^{\frac{hc}{\lambda k T}} \gg 1$$

Todėl galima taikyti Wien artinį:

$$I_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda k T}}$$

Apskaičiuojame spinduliavimo gebų santykį:

$$\frac{I_\lambda(T_d)}{I_\lambda(T_f)} = \frac{\frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda k T_d}}}{\frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda k T_f}}} = e^{\frac{hc}{\lambda k}\left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_d}\right)}$$

$$\frac{I_\lambda(T_d)}{I_\lambda(T_f)} = e^{\frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}}{546 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}3805 \cdot 10^{-23}}\left(\frac{1}{3600} - \frac{1}{2400}\right)} = 0{,}0257 \qquad (3)$$

4.4) Dėmės matmenų skaičiavimas

Skaitines vertes, apskaičiuotas (2) ir (3) formulėse, įstatome į (1) formulę ir gauname:

$$0{,}4 = 1 - \frac{R_d^2}{R^2} + 0{,}0257\frac{R_d^2}{R^2}$$

$$\frac{R_d^2}{R^2} = 0{,}616$$

$$R_d \cong 0{,}78R$$

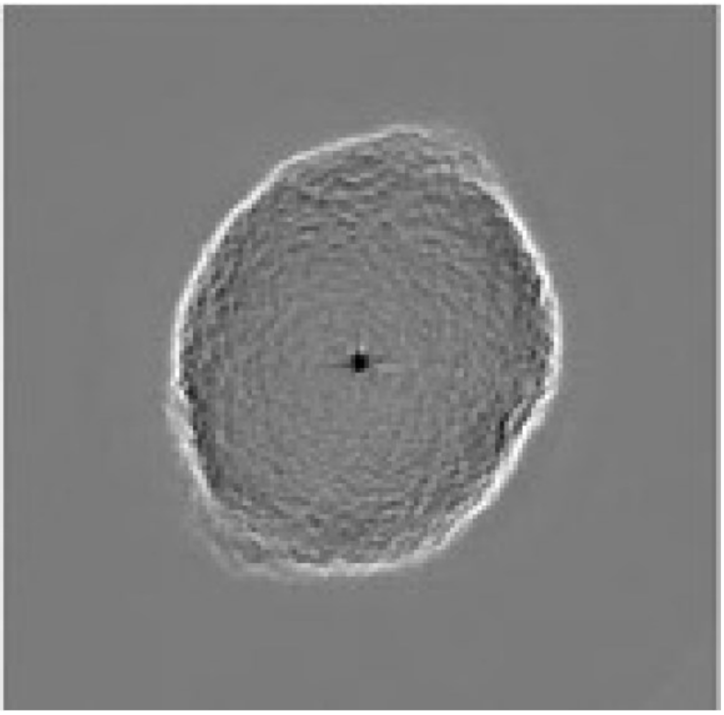
Dėmės skersmuo

$$2R_d = 2 \cdot 0{,}78 \cdot 759\ R_\odot = 1184\ R_\odot$$

5 uždavinys (30 taškų)

1 pav. IC 418, Spirografo ūkas

Kairėje pateiktoje iliustracijoje (1 pav.) matome planetiškojo ūko IC 418, dar vadinamo Spirografo ūku, nuotrauką, nufotografuotą su Hubble kosminiu teleskopu (HKT). Ūko centre esančios žvaigždės regimasis ryškis $V = 10{,}23$, efektinė temperatūra $T_{ef} = 36700$ K, o GAIA kosminės observatorijos išmatuotas paralaksas $p = 0{,}675$ mas (*miliarcseconds* – kampinių milisekundžių). Ūko matmenims ir plėtimosi spartai įvertinti buvo panaudotos dvi skirtingomis epochomis (metais) su HKT padarytos skaitmeninės nuotraukos monochromatinėje šviesoje ($\lambda = 658{,}3$ nm). Pirmosios nuotraukos epocha – 1999,8, o antrosios – 2007,8. Siekiant aiškiau parodyti ūko kontūrus 2 pav. pateiktas ūko atvaizdas, kuris gautas, kai ant paskesnės ūko nuotraukos buvo užklotas pirmesnės nuotraukos negatyvinis atvaizdas. Matavimus, kurie bus reikalingi šios užduoties atlikimui, rekomenduojama atlikti 2 pav., kurio rėmelio skersmuo 23,1 arcsec (kampinės sekundės).



2 pav. Sudėtinė IC 418 nuotrauka, kurioje ant pozityvinės nuotraukos (2007,8) užklota negatyvinė nuotrauka (1999,8)

Užduotys:

a) Apskaičiuokite ūko atstumą parsekais (pc).

b) Išmatuokite ūko kampinį skersmenį (θ) pagal negatyvinio atvaizdo kontūrą. Kadangi ūko atvaizdas yra elipsinės formos, rekomenduojama skersmenį matuoti išilgai elipsės mažosios ašies.

c) Apskaičiuokite ūko linijinį spindulį parsekais (pc).

d) Apskaičiuokite ūko plėtimosi spartą (km/s), jei žinoma, kad pirmesnės nuotraukos negatyvinis ūko atvaizdas, padidintas $k = 1{,}006$ karto, tiksliai užkloja visas paskesnės nuotraukos ūko atvaizdo detales.

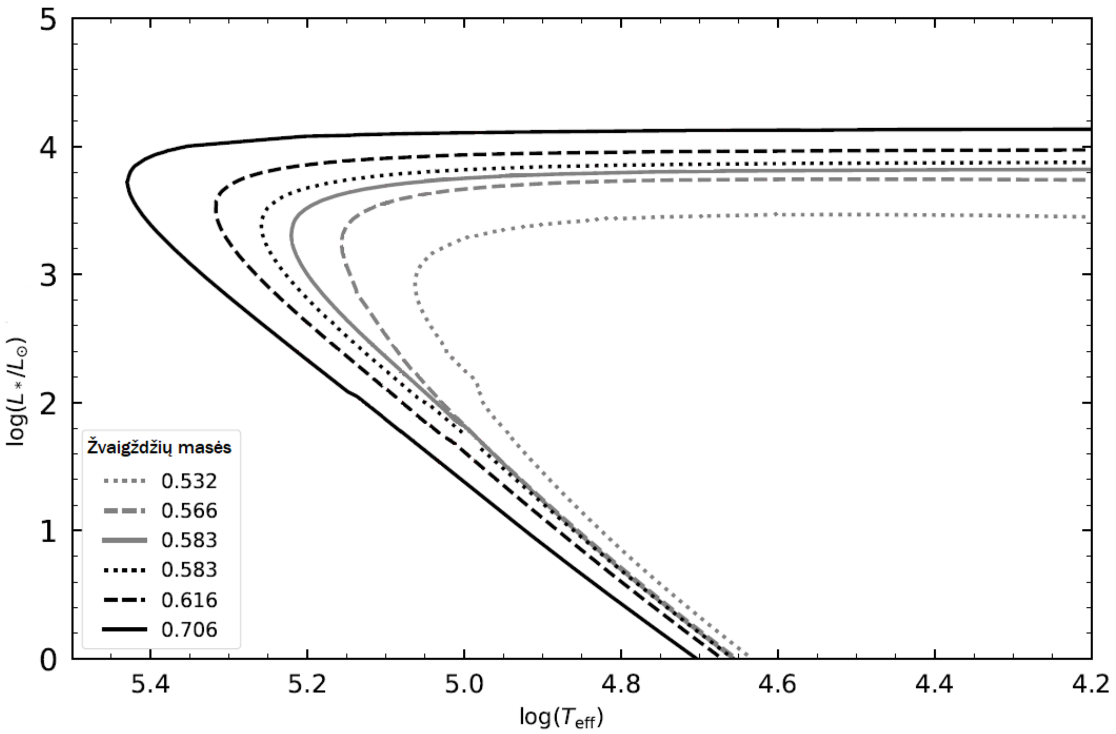
e) Apskaičiuokite ūko amžių (metais), jei ūkas visą laiką plėtėsi ta pačia sparta.

f) Apskaičiuokite ūko centrinės žvaigždės absoliutųjį ryškį M_V, jei tarpžvaigždinė ekstinkcija ūko kryptimi $A_V = 0{,}62$.

g) Apskaičiuokite ūko centrinės žvaigždės absoliutųjį bolometrinį ryškį M_b. Bolometrinė pataisa skaičiuojama naudojant formulę: $BC = 27{,}66 - 6{,}84 \log T_{ef}$.

h) Apskaičiuokite ūko centrinės žvaigždės šviesį, išreikštą Saulės šviesio vienetais.

i) Įvertinkite ūko centrinės žvaigždės masę Saulės masės vienetais. Tam tikslui panaudokite teorinę HR diagramą (3 pav.), kurioje pavaizduotos įvairių masių žvaigždžių evoliucijos sekos.



3 pav. Teorinės HR diagramos fragmentas, kuriame atvaizduoti kelių masių žvaigždžių, pereinančių iš asimptotinės sekos milžinių raidos stadijos į planetiškojo ūko, o paskui į baltosios nykštukės stadiją, evoliucijos takai. Žvaigždžių masės išreikštos Saulės masėmis.

Sprendimas

a) Ūko atstumas

$$r = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}000675} = 1481 \text{ pc}$$

b) 2 pav. nuotraukos mastelį įvertiname pagal duotus nuotraukos rėmelio matmenis. Išmatavę ūko skersmenį nuotraukoje apskaičiuojame, kad ūko kampinis skersmuo $\theta = 11{,}5$ arcsec .

c) Ūko linijinis spindulys

$$R = \frac{\theta}{2 \times 206265} \times r = \frac{11{,}5}{2 \times 206265} \times 1481 = 0{,}041 \text{ pc}$$

d) Ūko plėtimosi sparta

$$v = \frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{(k-1)\theta}{2\Delta t} r$$

$$v = \frac{(1{,}006 - 1) \times 11{,}5}{2 \times 8 \times 365{,}26 \times 24 \times 3600 \times 206265} 1481 \times 206265 \times 1{,}496 \times 10^8 = 30 \text{ km/s}$$

e) Ūko amžius

$$t = \frac{\theta}{\frac{\Delta\theta}{\Delta t}} = \frac{\Delta t}{k-1} = \frac{8}{1{,}006 - 1} = 1333 \text{ metai}$$

f) Centrinės žvaigždės absoliutusis ryškis

$$M_V = V - A_V + 5 \log p + 5 = 10{,}23 - 0{,}62 + 5 \log 0{,}000675 + 5 = -1{,}24$$

g) Centrinės žvaigždės absoliutusis bolometrinis ryškis

$$M_b = M_V + BC$$

Bolometrinė pataisa

$$BC = 27{,}66 - 6{,}84 \log T_{ef} = 27{,}66 - 6{,}84 \log 36700 = -3{,}56$$

$$M_b = -1{,}24 - 3{,}56 = -4{,}80$$

h) Centrinės žvaigždės šviesis

$$-2{,}5 \log \frac{L}{L_\odot} = M_b - M_{b\odot}$$

$$\log \frac{L}{L_\odot} = \frac{M_{b\odot} - M_b}{2{,}5} = \frac{4{,}74 + 4{,}80}{2{,}5} = 3{,}82$$

$$L = 6607 L_\odot$$

i) Ūko centre esančios žvaigždės masė.

Sąlygoje duota $\log T_{ef} = \log 36700 = 4{,}56$; h) punkte apskaičiavome $\log(L/L_\odot) = 3{,}82$. Pagal šias vertes nustatome žvaigždės padėtį 3 pav. diagramoje. Žvaigždė pažymėta raudona žvaigždute. Žvaigždė yra ant $0{,}58\mathcal{M}_\odot$ masės žvaigždės evoliucijos tako. Vadinasi, jos masė lygi $0{,}58\mathcal{M}_\odot$.