Lietuvos mokinių devynioliktoji astronomijos olimpiada
Baigiamasis etapas
V-VIII klasių mokiniai

Teorijos turas

Viso 100 taškų

1 uždavinys (15 taškų)

Dar senovės Graikijos astronomai žinojo, kad vietovės geografinę platumą ir ekliptikos posvyrio į dangaus pusiaują kampą galima nustatyti išmatavus Saulės aukštį vasaros ir žiemos saulėgrįžos vidurdienių momentais.

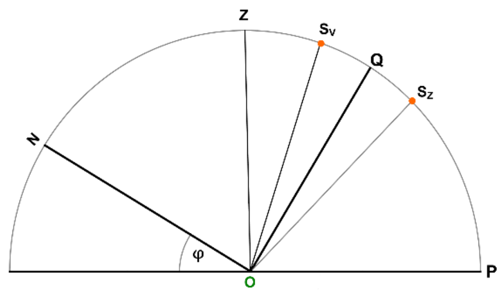
140 m., kai graikų astronomas Klaudijas Ptolemajas stebėjo dangų Aleksandrijoje, buvo išmatuota, kad vasaros saulėgrįžos vidurdienį Saulės aukštis lygus $h_{SV} = 82°28'$, o žiemos saulėgrįžos vidurdienį – $h_{SZ} = 35°08'$.

Raskite:

a) Aleksandrijos geografinę platumą φ .

b) Tuometinį ekliptikos posvyrio į dangaus pusiaują kampą ε.

Sprendimas



Saulės padėtis vasaros (S_V) ir žiemos (S_Z) saulėgrįžos vidurdieniais horizonto atžvilgiu

Brėžinyje kairėje parodyta Saulės padėtis horizonto atžvilgiu vasaros ir žiemos saulėgrįžos vidurdieniais. N – šiaurinis dangaus polius, Z – zenitas, OQ – dangaus pusiaujas, P – pietų kryptis, S_V – Saulė vasaros saulėgrįžos vidurdienį, S_Z – Saulė žiemos saulėgrįžos vidurdienį. Poliaus aukštis virš horizonto lygus vietovės geografinei platumai φ. Saulės aukštis virš horizonto vasaros saulėgrįžos vidurdienį $h_{SV} = \measuredangle S_V OP$. Saulės aukštis virš horizonto žiemos saulėgrįžos vidurdienį $h_{SZ} = \measuredangle S_Z OP$.

Ekliptikos posvyrio į dangaus pusiaują kampas $\varepsilon = \measuredangle S_V OQ = \measuredangle S_Z OQ$.

Iš brėžinio matome, kad

$$h_V = 90° - \varphi + \varepsilon$$

$$h_Z = 90° - \varphi - \varepsilon$$

Išsprendę šią lygčių sistemą gauname ieškomus dydžius:

$$\varphi = 90° - \frac{h_{SV} + h_{SZ}}{2} = 90° - \frac{82°28' + 35°08'}{2} = 31°12'$$

$$\varepsilon = \frac{h_{SV} - h_{SZ}}{2} = \frac{82°28' - 35°08'}{2} = 23°40'$$

2 uždavinys (15 taškų)

Dauguma mūsų Paukščių Tako galaktikos žvaigždžių telkiasi diske, kurio skersmuo siekia 40 000 pc. Įsivaizduokime, kad Galaktiką sumažinome tiek kartų, kad jos disko skersmuo būtų lygus Žemės rutulio skersmeniui.

Kokio dydžio būtų žvaigždės tokiame mastelyje, jei žvaigždžių matmenys būtų tokie pat, kaip Saulės.

Sprendimas

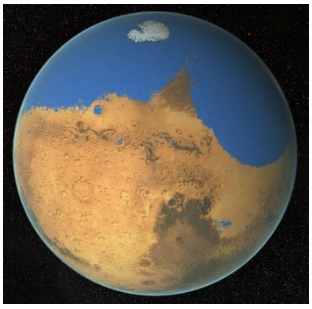
Apskaičiuojame daugiklį, rodantį, kiek kartų sumažinsime Galaktiką:

$$n = \frac{D_G}{2R_{\oplus}} = \frac{40000 \cdot 3{,}086 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 6{,}378 \cdot 10^6} = 9{,}7 \cdot 10^{13}$$

Sumažintame Galaktikos mastelyje Saulės skersmuo bus lygus

$$D_S = \frac{2R_{\odot}}{n} = \frac{2 \cdot 6{,}957 \cdot 10^8}{9{,}7 \cdot 10^{13}} \cong 1{,}4 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m} = 14\ \mu\mathrm{m}$$

3 uždavinys (15 taškų)



Dabartiniu metu Marsas yra sausa planeta. Tačiau randama daug įrodymų, kad prieš milijardus metų Marso paviršiuje tekėjo vandeningos upės, tyvuliavo gausybė ežerų, jūrų ir vandenynų. Kyla klausimas: kur dingo Marso vanduo? Naujausi tyrimai rodo, kad Marso vanduo niekur nedingo, o tebėra planetos plutoje. Tačiau šis vanduo nėra laisvoje būsenoje, bet jo molekulės yra prisijungusios prie Marso plutos mineralų, kurių sandaroje yra vandens (pvz., moliai, sulfatai). Tyrimai rodo, kad Marso plutoje esantis vandens kiekis gali prilygti maždaug pusei Atlanto vandenyno vandens tūrio (Atlanto vandenyno tūris 310 410 900 kubinių kilometrų).

Apskaičiuokite, kokio storio susidarytų vandens sluoksnis, jei šis vandens kiekis (t. y. pusė Atlanto vandenyno vandens tūrio) būtų tolygiai pasklidęs po visą Marso paviršių. Tarkite, kad Marso paviršius yra lygus be kalnų ir kanjonų bei kitokių įdubų.

Sprendimas

Tikėtina, kad ieškomo vandens sluoksnio storis (pažymėkime jį raide h) palyginus su Marso spinduliu (R_{Ma}) yra labai mažas. Taigi, galima konstatuoti, kad

$$h \ll R_{Ma}$$

Tokia prielaida palengvins tolimesnį skaičiavimą.

Marso paviršiaus plotas

$$S = 4\pi R_{Ma}^2$$

Šį plotą padauginę iš vandens sluoksnio storio h gauname vandens sluoksnio, supančio Marsą, tūrį:

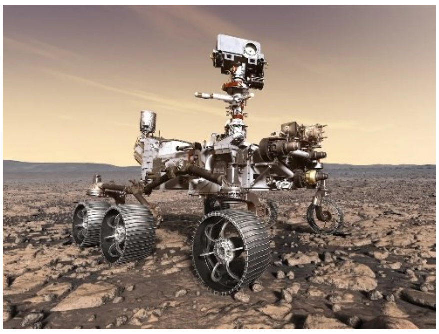
$$V = Sh = 4\pi R_{Ma}^2 h$$

Iš čia randame h:

$$h = \frac{V}{4\pi R_{Ma}^2}$$

$$h = \frac{310410900}{2 \cdot 4\pi \cdot 3396^2} \cong 1{,}1 \text{ km}$$

<u>4 uždavinys</u> (25 taškų)



Šių metų vasario mėn. 18 d. Marse Jezero krateryje nusileido NASA robotas *Perseverance* (angl. Atkaklumas), kurio pagrindinis tikslas yra ieškoti gyvybės pėdsakų šioje planetoje. Robotas taip pat stebės ir tyrinės Marso atmosferą ir paviršių. Maksimalus greitis, kuriuo gali judėti robotas horizontaliu lygiu paviršiumi, siekia 4,2 cm/s. Aplinkai stebėti ir fotografuoti turi kameras, iškeltas ant 2 m aukščio stiebo.

Klausimai:

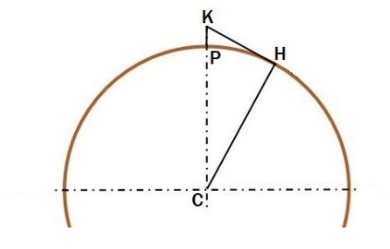
a) Kokiame didžiausiame nuotolyje ant Marso paviršiaus esančius objektus gali užfiksuoti ant stiebo įrengtos kameros?

b) Koks buvo Marso nuotolis nuo Žemės roboto *Perseverance* leidimosi metu? Tarkite, kad apytiksliai tuo metu Marsas buvo rytų kvadratūroje, o Žemės ir Marso orbitos apskritiminės. Marso ir Žemės santykines padėtis orbitoje Saulės atžvilgiu iliustruokite atitinkamu brėžiniu.

c) Kiek laiko sklido radijo (šviesos) signalas, pasiųstas iš Žemės iki Marso ir nuo jo atspindėtas atgal ir užregistruotas Žemėje, *Perseverance* nusileidimo dieną?

d) Kokį atstumą galėtų nuvažiuoti robotas Marso paviršiumi per c) klausime apskaičiuotą laiką, jei jis važiuotų maksimaliu greičiu?

<u>Sprendimas</u>



a) Kairėje pateiktame schematiškame brėžinyje P žymi roboto vietą ant Marso paviršiaus, K – roboto kameras, iškeltas ant stiebo, H – horizontą, matomą iš stiebo kamerų. Marso spindulys $PC = HC = R_{Ma}$. Stiebo aukštis $PK = h$. Horizonto atstumas $KH \approx PH = d$.

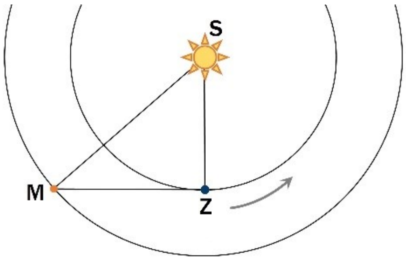
Kadangi horizonto atstumas yra labai mažas palyginus su Marso perimetru, tai apytiksliai $KH \approx PH = d$. Trikampis KHC status. Todėl galime taikyti Pitagoro teoremą:

$$d^2 = (R_{Ma} + h)^2 - R_{Ma}^2$$

$$d = h\sqrt{\frac{2R_{Ma}}{h} + 1} \approx h\sqrt{\frac{2R_{Ma}}{h}} = \sqrt{2R_{Ma}h}$$

$$d = \sqrt{2 \cdot 3{,}396 \cdot 10^6 \cdot 2} = 3686 \text{ m}$$

b) Marso nuotolis nuo Žemės roboto *Perseverance* leidimosi metu.



Kairėje brėžinyje parodytos Žemės (Z) ir Marso (M) padėtys Saulės (S) atžvilgiu, kai Marsas buvo rytų kvadratūroje. Rodyklė rodo planetų judėjimo aplink Saulę kryptį. Žemės nuotolis nuo Saulės $SZ = a_{\oplus}$, Marso nuotolis nuo Saulės $MS = a_{Ma}$, ieškomas atstumas tarp Žemės ir Marso $ZM = r$. $\measuredangle SZM = 90°$. Pagal Pitagoro teoremą:

$$r^2 = a_{Ma}^2 - a_{\oplus}^2$$

$$r = \sqrt{1{,}524^2 - 1^2} = 1{,}15 \text{ av}$$

c) Signalo sklidimo laikas nuo Žemės iki Marso ir atgal

$$t = \frac{2r}{c} = \frac{2 \cdot 1{,}15 \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}}{2{,}9979 \cdot 10^{8}} = 1148 \text{ s} = 19{,}13 \text{ min}$$

d) Nuvažiuotas atstumas

$$s = vt = 0{,}042 \cdot 1148 \cong 48 \text{ m}$$

<u>5 uždavinys</u> (30 taškų)

Žemiau pateiktoje NASA Žemės stebėjimų palydovo fotokamera užfiksuotoje unikalioje nuotraukoje matome Saulės apšviestą Mėnulį (pilnaties fazė), praslenkantį priešais Saulės apšviestą Žemės rutulio pusę (pilnaties fazė).

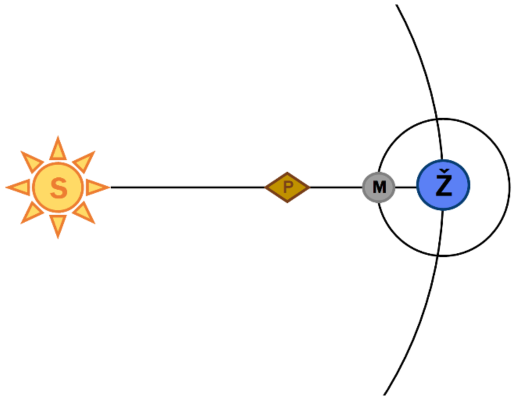
<u>Užduotys</u>:

a) Nubraižykite schemą, kurioje būtų pavaizduotas Žemės, Mėnulio ir palydovo išsidėstymas bei jų orbitų atkarpos Saulės atžvilgiu nuotraukos fotografavimo momentu. Ekliptikos plokštuma turi būti brėžinio plokštumoje.

b) Įvertinkite, kokia buvo Mėnulio fazė, matoma iš Žemės, nuotraukos fotografavimo metu.

c) Apskaičiuokite, koks tuo metu buvo palydovo atstumas nuo Žemės.

Sprendimas

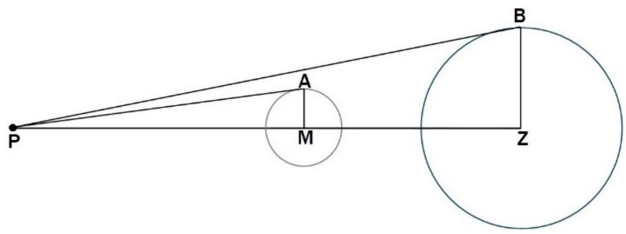


a) Nuotraukos fotografavimo metu Žemė, Mėnulis, palydovas ir Saulė turėjo būti viename spindulyje. Be to, Mėnulis turėjo būti tarp Saulės ir Žemės, o palydovas tarp Mėnulio ir Saulės. Tokiu būdu, buvo nufotografuota pilnai Saulės apšviesta iš Žemės nematoma Mėnulio pusė.

Kairėje pavaizduotoje schemoje parodytas Žemės (Ž), Mėnulio (M) ir palydovo (P) išsidėstymas ekliptikos plokštumoje Saulės (S) atžvilgiu nuotraukos fotografavimo metu.

b) Žvelgiant iš Žemės Mėnulis buvo jaunaties fazėje.

c) Žemiau pateikiama schema, paaiškinanti palydovo nuotolio nuo Žemės skaičiavimą. P – palydovas, M – Mėnulio centras, Z – Žemės centras.



$PZ = d$ – palydovo atstumas nuo Žemės centro (ieškomas atstumas), $MZ = a_☾$ – atstumas tarp Žemės ir Mėnulio, $AM = R_☾$ – Mėnulio spindulys, $BZ = R_\oplus$ – Žemės spindulys.

$\measuredangle APM = \theta_☾$ – kampinis Mėnulio spindulys, kaip matomas iš palydovo, $\measuredangle BPZ = \theta_\oplus$ – kampinis Žemės spindulys, kaip matomas iš palydovo.

Abu šie kampai maži. Todėl jiems galima taikyti mažų kampų formules. *Pastaba: tokiu atveju kampai turi būti išreikšti radianais.*

Tokiu būdu trikampio APM kampas APM lygus

$$\theta_☾ = \frac{R_☾}{d - a_☾}$$

Trikampio BPZ kampas BPZ lygus

$$\theta_\oplus = \frac{R_\oplus}{d}$$

Žemės ir Mėnulio regimieji kampiniai spinduliai, kaip matomi iš palydovo, nėra duoti. Tačiau jų santykį galima apskaičiuoti iš sąlygoje duotos nuotraukos.

Tarkime, kad nuotraukoje išmatuotas Žemės skersmuo lygus $2\rho_\oplus$ mm, o Mėnulio – $2\rho_☾$ mm. Tuomet Žemės ir Mėnulio kampinių spindulių (skersmenų) santykis lygus

$$k = \frac{2\rho_\oplus}{2\rho_☾} = \frac{\theta_\oplus}{\theta_☾} = \frac{R_\oplus}{R_☾}\frac{(d - a_☾)}{d}$$

Iš čia randame ieškomą atstumą

$$d = \frac{R_\oplus a_☾}{R_\oplus - kR_☾} = \frac{a_☾}{1 - k\dfrac{R_☾}{R_\oplus}}$$

Iš nuotraukos randame $k = 2{,}718 \pm 0{,}020$. Tuomet

$$d = \frac{3{,}844 \cdot 10^8}{1 - 2{,}718\dfrac{1{,}738 \cdot 10^6}{6{,}378 \cdot 10^6}} = 1{,}48 \cdot 10^9 \text{ m} = 1{,}48 \cdot 10^6 \text{ km}$$