Lietuvos mokinių devynioliktoji astronomijos olimpiada
Baigiamasis etapas
IX-X klasių mokiniai

TEORIJOS TURAS

Viso 100 taškų

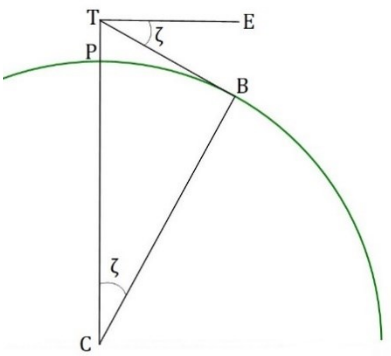
1 uždavinys (15 taškų)

Kiek pasikeistų dienos ilgumas (laikotarpis nuo saulėtekio iki saulėlydžio) kovo 21 d. stebėtojui, pakilusiam į pačią Vilniaus televizijos (TV) bokšto viršūnę, palyginus su dienos ilgumu, kurį nustatytų stebėtojas, esantis šio bokšto papėdėje?

Vilniaus TV bokšto aukštis $h = 326$ m, geografinė platuma $\varphi = 54°41'$.

Į refrakciją neatsižvelgiama.

Sprendimas



1 pav. Nuo TV bokšto viršūnės matomas horizontas

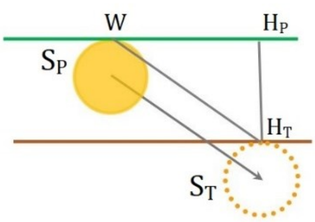
Dienos ilgumas yra laiko tarpas nuo saulėtekio momento iki saulėlydžio momento. Saulėtekis yra tas laiko momentas, kai viršutinis regimojo Saulės disko kraštas pasirodo virš matematinio horizonto. Analogiškai, saulėlydis yra tas laiko momentas, kai viršutinis regimojo Saulės disko kraštas pasislepia po matematiniu horizontu.

1 pav. iliustruoja nuo TV bokšto viršūnės matomą horizontą. $CP = CB = R_{\oplus}$ – Žemės spindulys, $PT = h$ – TV bokšto aukštis, TE – horizonto kryptis žvelgiant nuo bokšto papėdės, TB – horizonto kryptis žvelgiant nuo TV bokšto viršūnės. $\measuredangle BTE = \measuredangle BCP = \zeta$ – kampas, parodantis, kiek žemai nuo horizonto TE krypties nusileidę objektai dar bus matomi nuo bokšto viršūnės. Būtent šį kampą ir apskaičiuojame

$$\cos\zeta = \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h} = \frac{6{,}378 \cdot 10^6}{6{,}378 \cdot 10^6 + 326} = 0{,}9999489$$

$$\zeta = 0{,}58°$$

Šiuo atveju objektas yra viršutinis regimasis Saulės disko kraštas.



2 pav. Saulėlydis žvelgiant nuo TV bokšto viršūnės

Panagrinėkime kovo 21 d. saulėlydį (2 pav.). Saulė yra pavasario lygiadienio taške, jos pusiaujinės koordinatės: $\alpha = 0^h0^m$; $\delta = 0°$. Žvelgiant nuo TV bokšto papėdės horizontą žymi žalia linija, o S_P – Saulės padėtį nusileidimo momentu. Žvelgiant nuo TV bokšto viršūnės horizontą žymi ruda linija, o S_T – Saulės padėtį tuo momentu, kai fiksuosim saulėlydį iš TV bokšto viršūnės. Dėl parinio regimojo dangaus sferos sukimosi Saulė horizonto atžvilgiu slinks rodykle pažymėta kryptimi. Iš TV bokšto viršūnės perspektyvos Saulė nusileis, kai jos viršutinis regimasis disko kraštas bus taške H_T, t. y., kai Saulė nusileis žemiau įprastinio horizonto (kaip nuo bokšto papėdės) kampu $H_PH_T = \zeta$. H_T tašką Saulė pasieks, kai dangaus sferoje ji pasislinks kampu $WH_T = \lambda$.

Pavasario lygiadienį Saulės regimojo parinio judėjimo kryptis su horizontu sudaro kampą, lygų $90° - \varphi$. Vadinasi, trikampyje H_PWH_T $\measuredangle H_TWH_P = 90° - \varphi$. Tokiu būdu, iš šio trikampio gauname, kad

$$\lambda = \frac{\zeta}{\sin(90° - \varphi)} = \frac{0{,}58°}{\sin(90° - 54°41')} = 1°$$

Turint galvoje, kad parinio dangaus sferos sukimosi greitis yra 15° per val. (60 min.), gauname, kad atstumą λ Saulė nueis per laiką

$$t = 1° \frac{60}{15°} = 4 \text{ min}$$

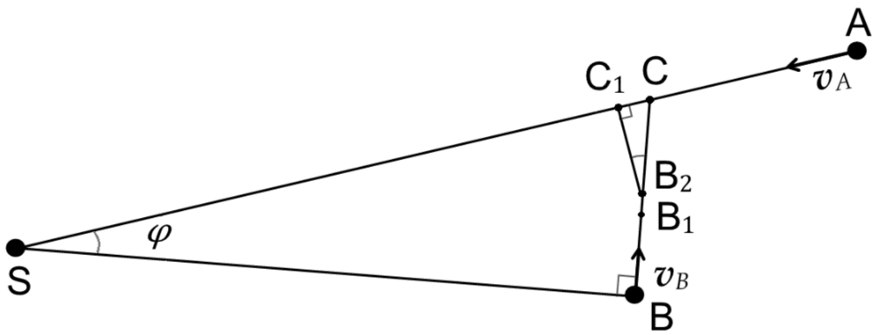
Taigi, stebėtojui nuo TV bokšto viršūnės Saulė nusileis 4 min. vėliau, nei stebėtojui, esančiam bokšto papėdėje. Analogiškai, kovo 21 d. ryte stebėtojui nuo TV bokšto viršūnės Saulė patekės 4 min. anksčiau. Tokiu būdu, dienos trukmė pailgės 8 min.

<u>2 uždavinys</u> (20 taškų)

Regimasis kampinis atstumas tarp A ir B žvaigždžių lygus $\varphi = 3°$. A žvaigždės paralaksas $p_A = 20{,}0$ mas (miliarcseconds (mas) – kampinių milisekundžių), radialinis (spindulinis) greitis $v_{Ar} = -40$ km/s ir savasis judėjimas $\mu_A = 0$. B žvaigždės paralaksas $p_B = 22{,}2$ mas, radialinis greitis $v_{Br} = 0$ ir savasis judėjimas $\mu_B = 70{,}0$ mas. Tam tikrame taške (tegu tai bus taškas C) A žvaigždės judėjimo trajektorija susikerta su B žvaigždės judėjimo trajektorija.

a) Apskaičiuokite A ir B žvaigždžių atstumus (parsekais) nuo Saulės.
b) Apskaičiuokite, kuri žvaigždė, A ar B, anksčiau pasieks jų trajektorijų susikirtimo tašką C. Po kiek metų tai įvyks?
c) Koks bus mažiausias atstumas (parsekais) tarp žvaigždžių, kai jos prasilenks?

<u>Sprendimas</u>



Pav. Žvaigždžių išsidėstymo schema. S - Saulė, A ir B žvaigždės. C - B žvaigždės judėjimo krypties susikirtimo taškas su A žvaigždės judėjimo kryptimi

Žvaigždžių išsidėstymo schema parodyta pav. aukščiau.

a) A ir B žvaigždžių atstumai

$$r_A = \frac{1}{p_A} = \frac{1}{0{,}02} = 50{,}0 \text{ pc}; \; r_B = \frac{1}{p_B} = \frac{1}{0{,}0222} = 45{,}0 \text{ pc}$$

b) Žvaigždės erdvinis greitis lygus

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}$$

Čia v_r – žvaigždės radialinis (spindulinis) greitis, v_t – žvaigždės tangentinis greitis. Žvaigždės radialinis greitis išmatuojamas remiantis Doplerio reiškiniu, o tangentinis greitis apskaičiuojamas iš žvaigždės savojo judėjimo:

$$v_t = 4{,}74\mu r$$

Čia r – žvaigždės atstumas, išreikštas parsekais, o μ – savasis judėjimas, išreikštas kampinėmis sekundėmis.

Šio uždavinio atveju

$$v_A = v_{Ar} \quad \text{ir} \quad v_B = v_{Bt} = 4{,}74\mu_B r_B$$

A žvaigždės atstumas nuo taško C

$$AC = AS - SC$$

Iš trikampio SBC apskaičiuojame atstumą SC:

$$SC = \frac{SB}{\cos\varphi} = \frac{r_B}{\cos\varphi} = \frac{45{,}0}{\cos 3°} = 45{,}062 \text{ pc}$$

$$AC = 50 - 45{,}062 = 4{,}938 \text{ pc}$$

Šį atstumą A žvaigždė nulėks per laiką

$$t_A = \frac{CA}{v_A} = \frac{4{,}938 \cdot 3{,}0857 \cdot 10^{13}}{40} = 3{,}809 \cdot 10^{12} \text{ s} \cong 121000 \text{ metų}$$

B žvaigždės atstumas nuo taško C:

$$BC = SB\tan\varphi = r_B\tan\varphi = 45\tan 3° = 2{,}358 \text{ pc}$$

Iš B žvaigždės savojo judėjimo apskaičiuojame jos tangentinę greičio komponentę:

$$v_B = 4{,}74\mu_B r_B = 4{,}74 \cdot 0{,}07 \cdot 45 = 14{,}93 \text{ km/s}$$

Laikas, per kurį B žvaigždė pasieks susikirtimo tašką C:

$$t_B = \frac{BC}{v_B} = \frac{2{,}358 \cdot 3{,}0857 \cdot 10^{13}}{14{,}93} = 4{,}873 \cdot 10^{12} \text{ s} \cong 155000 \text{ metų}$$

$$t_A < t_B$$

Taigi, A žvaigždė tašką C pasieks anksčiau nei B žvaigždė. Žvaigždės prasilenks nesusidūrusios.

c) Kai A žvaigždė bus taške C, B žvaigždė dar nebus pasiekusi C tašką, bet bus nuėjusi tam tikrą atstumą iki taško B_1:

$$BB_1 = v_B t_A = 14{,}93 \times 3{,}809 \times 10^{12} = 5{,}687 \times 10^{13} \text{ km} \cong 1{,}843 \text{ pc}$$

Tuomet B žvaigždės atstumas iki C taško bus lygus

$$B_1C = b_1 = BC - BB_1 = 2{,}358 - 1{,}843 = 0{,}515 \text{ pc}$$

Tačiau šis atstumas nėra mažiausias atstumas iki A žvaigždės šių žvaigždžių prasilenkimo metu. Mažiausias atstumas tarp žvaigždžių bus tada, kai praėjus tam tikram laiko tarpui τ, A žvaigždė pasieks tašką C_1, o B žvaigždė atsidurs taške B_2. Mažiausias atstumas $C_1B_2 = x$ (ieškomas atstumas). Taigi,

$$CC_1 = v_A\tau, \quad B_1B_2 = v_B\tau$$

$$B_2C = BC - BB_1 - B_1B_2 = b_1 - v_B\tau$$

Iš trikampio B_2CC_1:

$$\frac{B_2C_1}{B_2C} = \cos\varphi \quad \text{ir} \quad \frac{CC_1}{B_2C_1} = \tan\varphi$$

$$B_2C = \frac{x}{\cos\varphi}$$

$$\frac{v_A \tau}{x} = \tan\varphi$$

$$\frac{x}{\cos\varphi} = b_1 - v_B \tau$$

$$\tau = \frac{x \tan\varphi}{v_A}$$

$$\frac{x}{\cos\varphi} = b_1 - v_B \frac{x \tan\varphi}{v_A}$$

$$x = \frac{b_1 v_A \cos\varphi}{v_A + v_B \tan\varphi}$$

$$x = \frac{0{,}515 \cdot 40 \cos 3^\circ}{40 + 14{,}93 \tan 3^\circ} = 0{,}504 \text{ pc}$$

<u>3 uždavinys</u> (15 taškų)

Padrikąjį spiečių sudaro 50 vienodų žvaigždžių. Spiečiaus suminis (integralinis) regimasis ryškis $m = 10$. Koks turėtų būti mažiausias teleskopo objektyvo skersmuo D, kad su juo būtų galima pamatyti pavienes spiečiaus žvaigždes? Šviesos nuostoliai teleskopo optinėje sistemoje sudaro 40%. Tarkite, kad ribinis ryškis žvaigždžių, kurias dar galima pamatyti plika akimi, lygus $m_{ar} = 6{,}0$, o akies vyzdžio skersmuo $D_a = 6$ mm.

<u>Sprendimas</u>

Vienos spiečiaus žvaigždės ryškis

$$m_1 = -2{,}5 \log \frac{J_1}{J_0}$$

Čia J_1 – vienos žvaigždės spindesys (vienos žvaigždės šviesos srautas, patenkantis į mūsų akį), J_0 – etaloninio šviesos šaltinio spindesys.

$$J_1 = J_0 10^{-0{,}4 m_1}$$

Spiečiaus suminis (integralinis) ryškis

$$m = -2{,}5 \log \frac{J}{J_0}$$

Čia J – spiečiaus suminis (integralinis) spindesys (visų spiečiaus žvaigždžių suminis šviesos srautas, patenkantis į mūsų akį).

$$J = J_0 10^{-0{,}4 m}$$

$$J = J_0 10^{-0{,}4 m} = 50 J_1 = 50 J_0 10^{-0{,}4 m_1}$$

$$-2{,}5 \log \frac{J}{J_0} = -2{,}5 \log \frac{J_{m1}}{J_0} - 2{,}5 \log 50$$

$$m = m_1 - 2{,}5 \log 50$$

Kai stebime žvaigždes su teleskopu, šviesos srautas, patenkantis į mūsų akį, bus tiek kartų didesnis, kiek kartų teleskopo objektyvo plotas $\left({}^{1}\!/_{4}\, \pi D^2\right)$ yra didesnis už akies vyzdžio plotą $\left({}^{1}\!/_{4}\, \pi D_a^2\right)$. Taigi, su teleskopu bus galima stebėti žvaigždes, kurios yra Δm ryškiais silpnesnės už žvaigždes, kurios yra ties plika akimi matomų žvaigždžių riba. Čia

$$\Delta m = 2{,}5 \log \frac{{}^{1}\!/_{4}\,\pi D^2}{{}^{1}\!/_{4}\,\pi D_a^2} = 5 \log \frac{D}{D_a}$$

Jei teleskopo optinėje sistemoje nebūtų šviesos nuostolių, tuomet ribinis ryškis, kurį galima pasiekti su teleskopu, kurio objektyvo skersmuo D, būtų lygus

$$m_{tr} = m_{ar} + 5 \log \left(\frac{D}{D_a}\right)$$

Kadangi reikia atsižvelgti į šviesos nuostolius teleskopo optinėje sistemoje, tai ribinis ryškis, kurį galima pasiekti su duotu teleskopu bus lygus

$$m_{tr} = m_{ar} + 2{,}5 \log \left(0{,}6 \frac{D^2}{D_a^2}\right)$$

$$m_{tr} = 6 + 2{,}5 \log 0{,}6 + 5 \log \frac{D}{D_a} = 5{,}4 + 5 \log \frac{D}{D_a}$$

Jei akies vyzdžio skersmenį ir teleskopo objektyvo skersmenį matuosime milimetrais, tuomet gausime

$$m_{tr} = 1{,}5 + 5 \log D[\mathrm{mm}]$$

Šio uždavinio atveju

$$m_{tr} = m_1$$

$$14{,}2 = 1{,}5 + 5 \log D$$

$$\log D = 2{,}54$$

$$D \cong 350 \text{ mm}$$

<u>4 uždavinys</u> (20 taškų)

Žemiau pateiktoje NASA Žemės stebėjimų palydovo fotokamera užfiksuotoje unikalioje nuotraukoje matome Saulės apšviestą Mėnulį, praslenkantį priešais Saulės apšviestą Žemės rutulio pusę.

<u>Užduotys</u>:

a) Nubraižykite schemą, kurioje būtų pavaizduotas Žemės, Mėnulio ir palydovo išsidėstymas bei jų orbitų atkarpos Saulės atžvilgiu ekliptikos plokštumoje nuotraukos fotografavimo momentu.

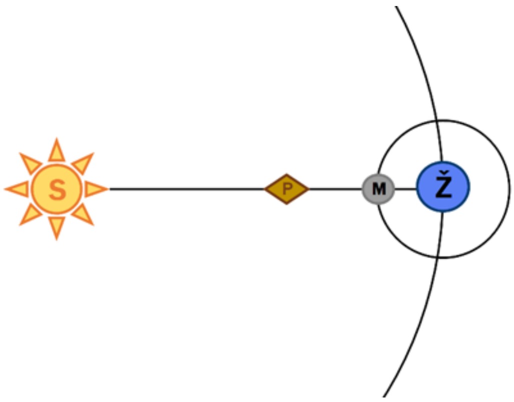
b) Įvertinkite, kokia buvo Mėnulio fazė, matoma iš Žemės, nuotraukos fotografavimo metu.

c) Apskaičiuokite palydovo atstumą nuo Žemės nuotraukos fotografavimo metu.

d) Apskaičiuokite, per kiek laiko (valandų) Mėnulis praslinko per Žemės regimąjį diską. Laiko tarpą skaičiuokite nuo pirmojo kontakto (kai artėjantis Mėnulio diskas palietė Žemės diską iš išorės) iki ketvirtojo kontakto (kai tolstantis Mėnulio diskas visiškai nuslinko nuo Žemės disko). Tarkite, kad Mėnulio proslinkio greitį lemia tik Mėnulio orbitinis judėjimas.

<u>Sprendimas</u>

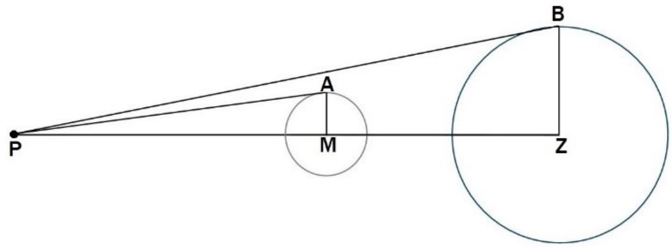
a) Nuotraukos fotografavimo metu Žemė, Mėnulis, palydovas ir Saulė turėjo būti viename spindulyje. Be to, Mėnulis turėjo būti tarp Saulės ir Žemės, o palydovas tarp Mėnulio ir Saulės. Tokiu būdu, buvo nufotografuota pilnai Saulės apšviesta Žemė ir iš Žemės nematoma Mėnulio pusė.



1 pav. Schema, vaizduojanti Žemės (Ž), Mėnulio (M) ir palydovo (P) išsidėstymą Saulės (S) atžvilgiu ekliptikos plokštumoje nuotraukos fotografavimo metu

b) Žvelgiant iš Žemės Mėnulis buvo jaunaties fazėje.

c) Palydovo atstumas nuo Žemės.



2 pav. Schema, paaiškinanti palydovo nuotolio nuo Žemės skaičiavimą.
P – palydovas, M – Mėnulio centras, Z – Žemės centras

$PZ = d$ – palydovo atstumas nuo Žemės centro (ieškomas atstumas), $MZ = a_{☾}$ – atstumas tarp Žemės ir Mėnulio, $AM = R_{☾}$ – Mėnulio spindulys, $BZ = R_{\oplus}$ – Žemės spindulys.
$\measuredangle APM = \theta_{☾}$ – kampinis Mėnulio spindulys, kaip matomas iš palydovo, $\measuredangle BPZ = \theta_{\oplus}$ – kampinis Žemės spindulys, kaip matomas iš palydovo. Abu šie kampai maži. Todėl jiems galima taikyti mažų kampų formules. _Pastaba:_ *tokiu atveju kampai turi būti išreikšti radianais.*

Tokiu būdu trikampio APM kampas APM lygus

$$\theta_{☾} = \frac{R_{☾}}{d - a_{☾}}$$

Trikampio BPZ kampas BPZ lygus

$$\theta_{\oplus} = \frac{R_{\oplus}}{d}$$

Žemės ir Mėnulio regimieji kampiniai spinduliai, kaip matomi iš palydovo, nėra duoti. Tačiau jų santykį galima apskaičiuoti iš sąlygoje duotos nuotraukos.

Tarkime, kad nuotraukoje išmatuotas Žemės skersmuo lygus $2\rho_{\oplus}$ mm, o Mėnulio – $2\rho_{☾}$ mm. Tuomet Žemės ir Mėnulio kampinių spindulių (skersmenų) santykis lygus

$$k = \frac{2\rho_{\oplus}}{2\rho_{☾}} = \frac{\theta_{\oplus}}{\theta_{☾}} = \frac{R_{\oplus}}{R_{☾}}\frac{(d - a_{☾})}{d}$$

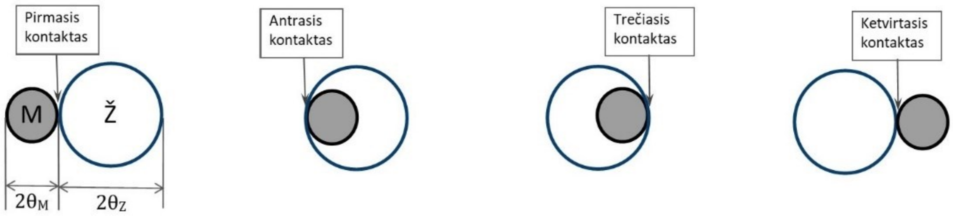
Iš čia randame ieškomą atstumą

$$d = \frac{R_{\oplus} a_{☾}}{R_{\oplus} - kR_{☾}} = \frac{a_{☾}}{1 - k\frac{R_{☾}}{R_{\oplus}}}$$

Išmatavę nuotraukoje regimuosius Žemės ir Mėnulio skersmenis gauname $k = 2{,}718 \pm 0{,}020$.
Tuomet

$$d = \frac{3{,}844 \cdot 10^{8}}{1 - 2{,}718\frac{1{,}738 \cdot 10^{6}}{6{,}378 \cdot 10^{6}}} = 1{,}48 \cdot 10^{9}\ \mathrm{m} = 1{,}48 \cdot 10^{6}\ \mathrm{km}$$

d) Per kiek laiko (valandų) Mėnulis praslinko per Žemės regimąjį diską.



3 pav. Mėnulio proslinkio (tranzito) priešais Žemės regimąjį diską schema

Iš 3 pav. schemos matome, kad Mėnulio kampinis poslinkis nuo 1-ojo iki 4-ojo kontakto lygus

$$\psi = 2\theta_M + 2\theta_Z$$

Mėnulio regimasis kampinis spindulys

$$\theta_☾ = \frac{R_☾}{d - a_☾} = \frac{1{,}738 \cdot 10^6}{1{,}48 \cdot 10^9 - 3{,}844 \cdot 10^8} = 1{,}586 \cdot 10^{-3}\ \text{rad} = 327'' = 5{,}5'$$

Žemės regimasis kampinis spindulys

$$\theta_\oplus = \frac{R_\oplus}{d} = \frac{6{,}378 \cdot 10^6}{1{,}48 \cdot 10^9} = 4{,}309 \cdot 10^{-3}\ \text{rad} = 889'' = 14{,}8'$$

Taigi,

$$\psi = 2 \cdot 1{,}586 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 4{,}309 \cdot 10^{-3} = 0{,}01179\ \text{rad} = 2432'' = 40{,}5'$$

Mėnulio nueitas kelias per tranzitą yra maža Mėnulio orbitinės trajektorijos atkarpa, kurią galima prilyginti tiesei. Žvelgiant iš palydovo taško Mėnulio linijinis poslinkis per tranzitą lygus

$$s = (d - a_☾)\psi$$

Kita vertus, tas pats Mėnulio linijinis poslinkis orbita lygus

$$s = \frac{2\pi a_☾}{P} t$$

Čia P – Mėnulio orbitinis periodas (žvaigždinis (siderinis) mėnuo), t – tranzito trukmė (ieškomas dydis).

Iš šių dviejų lygčių gauname

$$t = \frac{P}{2\pi}\left(\frac{d}{a_☾} - 1\right)\psi$$

$$t = \frac{27{,}32}{2\pi}\left(\frac{1{,}48 \cdot 10^9}{3{,}844 \cdot 10^8} - 1\right)0{,}01179 \cong 0{,}1462\ \text{d} \cong 3{,}5\ \text{h}$$

<u>5 uždavinys</u> (30 taškų)

K spektrinės klasės nykštukės (toliau – K nykštukės) yra tos žvaigždės, prie kurių yra didžiausia tikimybė aptikti egzoplanetas, tinkamas gyvybei vystytis. Panagrinėkite, kokios galimybės aptikti panašią į Žemę egzoplanetą, besisukančią apie K nykštukę, kurios absoliutusis bolometrinis ryškis $M_b = 6{,}7$, taikant radialinių greičių metodą. Moderniausiu spektrografu ESPRESSO, veikiančiu su 8 m teleskopu (Europos pietų observatorija), radialinius greičius galima išmatuoti 0,2 m/s tikslumu. Tarkite, kad egzoplanetos orbita apskritiminė, orbitos posvyris $i = 90°$ (orbita matoma „iš briaunos“).

Klausimai:

a) Koks K nykštukės šviesis L (Saulės šviesio vienetais)?
b) Kokia K nykštukės masė $\mathcal{M}$ (išreikšta Saulės masėmis)? Pasinaudokite šviesio ir masės sąryšiu: $L \propto \mathcal{M}^{4,6}$.
c) Kokiame nuotolyje nuo šios žvaigždės turėtų skrieti egzoplaneta, kurioje visos fizinės sąlygos (temperatūra, albedas) būtų tokios pat, kaip Žemėje?
d) Koks šios egzoplanetos orbitinis periodas?
e) Kokia bus mažiausia egzoplanetos masė, kurios orbitinis judėjimas sukels žvaigždės radialinio greičio svyravimus, kuriuos dar bus galima išmatuoti duotu spektrografu?

Sprendimas

a) K nykštukės šviesis

$$-2{,}5\log\frac{L}{L_\odot} = M_b - M_{b\odot}$$

$$\log\frac{L}{L_\odot} = \frac{M_b - M_{b\odot}}{-2{,}5} = \frac{6{,}7 - 4{,}74}{-2{,}5} = -0{,}784$$

$$\frac{L}{L_\odot} = 0{,}164$$

b) Žvaigždės masę apskaičiuojame pasiremdami duotu šviesio ir masės sąryšiu

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot}\right)^{4,6}$$

$$\log\frac{L}{L_\odot} = 4{,}6\log\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot}$$

$$\log\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot} = \frac{1}{4{,}6}\log\frac{L}{L_\odot} = \frac{1}{4{,}6}(-0{,}784) = -0{,}170$$

$$\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot} = 0{,}68$$

c) Egzoplanetos atstumas nuo žvaigždės

Kadangi egzoplaneta iš savo žvaigždės turi gauti tą patį energijos kiekį, kokį Žemė gauna iš Saulės, tai turi galioti lygybė:

$$\frac{L_\odot}{4\pi a_\oplus^2} = \frac{L}{4\pi a_p^2}$$

$$a_p = a_\oplus\sqrt{\frac{L}{L_\odot}}$$

$$a_p = 1\cdot\sqrt{0{,}164} \cong 0{,}40\ \text{av} \cong 6{,}0\cdot 10^{10}\ \text{m}$$

d) Egzoplanetos orbitinis periodas

Panaudosime 3-ąjį apibendrintąjį Keplerio dėsnį:

$$\frac{P^2}{a^3}\left(\mathcal{M} + \mathcal{M}_p\right) = \frac{4\pi^2}{G}$$

Čia $\mathcal{M}$ - žvaigždės masė, $\mathcal{M}_p$ – egzoplanetos masė. Uždavinio atveju

$$\mathcal{M} \gg \mathcal{M}_p$$

Taikome šį dėsnį K nykštukei ir jos egzoplanetai bei Saulei ir Žemei:

$$\frac{P^2}{a_p^3}\mathcal{M} = \frac{P_\oplus^2}{a_\oplus^3}\mathcal{M}_\odot$$

$$P = P_\oplus\sqrt{\left(\frac{a_p}{a_\oplus}\right)^3 \frac{1}{\mathcal{M}/\mathcal{M}_\odot}}$$

$$P = 365{,}26\sqrt{\left(\frac{0{,}40}{1}\right)^3 \frac{1}{0{,}68}} = 112{,}06\text{ d} = 9{,}68\cdot 10^6\text{ s}$$

e) Egzoplanetos masė

Egzoplanetos orbitinis greitis

$$v_p = \frac{2\pi a_p}{P} = \frac{2\pi\cdot 6{,}0\cdot 10^{10}}{9{,}68\cdot 10^6} \cong 39000\ \text{m/s}$$

Žvaigždė ir egzoplaneta juda aplink bendrą masės centrą. Žvaigždės greičio V kryptis priešinga egzoplanetos greičio v_p krypčiai. Tarkime, kad žvaigždės radialinio greičio kitimą galėsim išmatuoti, jei jo amplitudė $\pm V$ bus ne mažesnė, kaip radialinio greičio matavimo tikslumas, t. y. $V = 0{,}2\ \text{m/s}$. Žvaigždės ir egzoplanetos sistemai galioja pusiausvyros sąlyga

$$\mathcal{M}V = \mathcal{M}_p v_p$$

Iš čia

$$\mathcal{M}_p = \mathcal{M}\frac{V}{v_p}$$

$$\mathcal{M}_p = 0{,}68\cdot 1{,}9885\cdot 10^{30}\frac{0{,}2}{39000} = 6{,}93\cdot 10^{24}\text{ kg} \cong 1{,}2\mathcal{M}_\oplus$$