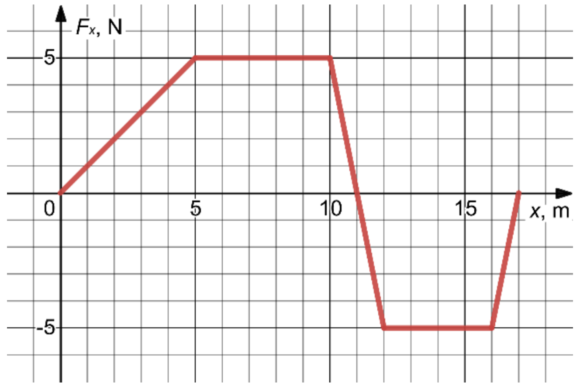
69-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2022 m.)

11 klasė (užduotys)

1. Kūnas, kurio masė $m = 0{,}2$ kg, yra ramybės būsenoje. Veikiamas išorinės jėgos F_x, kurios priklausomybės nuo koordinatės grafikas pateiktas paveiksle, jis pradeda judėti išilgai x ašies. Laikydami, kad kūno potencinė energija nekinta, apskaičiuokite:

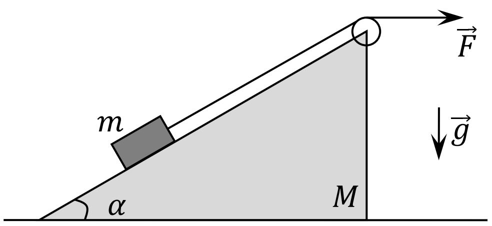
a. kinetinės energijos pokytį ΔE_K visame 17 m ilgio kelyje;

b. didžiausią kūno greitį $v_{\max}$ šiame kelyje.



2. Ilgos stačios trikampės prizmės formos kūną reikia perkelti dideliu atstumu, lyginant su kūno matmenimis, horizontalia plokštuma. Tą galima atlikti dviem būdais: vilkti horizontalia plokštuma arba vartant šonu be praslydimo. Kuriuo atveju reikia sunaudoti mažiau energijos? Trinties koeficientas su plokštuma μ, o prizmės skerspjūvis yra lygiakraštis trikampis.

3. Ant horizontalaus stalo padėtas masės M pleištas, o ant jo nuožulniosios plokštumos – masės m tašelis, kuris už per bloką permesto lengvo netampraus siūlo yra traukiamas pastovia horizontalia jėga (žr. pav.). Koks turi būti šios jėgos didumas, kad visa sistema į dešinę judėtų kartu, t.y. kad tašelis neslystų pleišto paviršiumi? Kokiu pagreičiu tuomet juda ši sistema? Trinties tarp stalo ir pleišto bei tarp pleišto ir tašelio nėra, laisvojo kritimo pagreitis yra g, pleišto kampas prie pagrindo lygus α.



4. Lydusis saugiklis pagamintas iš švino vielutės, kurios skerspjūvis $S = 0{,}30\ \text{mm}^2$. Esant trumpam jungimui grandinėje srovės stipris joje pasiekia $I = 30\ \text{A}$ vertę. Po kiek laiko τ po trumpo jungimo saugiklis pradeda lydytis? Kiek per šį laiką įkaista grandinės jungiamieji variniai laidai, kurių skerspjūvis $\tilde{S} = 4{,}0\ \text{mm}^2$? Pradinė saugiklio temperatūra $t_0 = 27°\text{C}$. Laikykite, kad švino vielutės varža nepriklauso nuo temperatūros, o šilumos atidavimo į aplinką galima nepaisyti. Švino tankis $\rho_\text{m} = 11{,}3\ \text{g/cm}^3$, vario tankis $\tilde{\rho}_\text{m} = 8{,}9\ \text{g/cm}^3$, švino savitoji šiluma $c = 0{,}13\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, vario savitoji šiluma $\tilde{c} = 0{,}38\ \text{kJ/(kg}\cdot\text{K)}$, švino savitoji varža $\rho_\Omega = 2{,}1\cdot 10^{-7}\ \Omega\cdot\text{m}$, vario savitoji varža $\tilde{\rho}_\Omega = 1{,}7\cdot 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$, švino lydymosi temperatūra $t_1 = 327°\text{C}$.

5. Samario kristalą apšvietus λ_1 = 400 nm bangos ilgio šviesa, išlaisvintų elektronų greitis siekė v_1 = 378 km/s.

a. Kaip vadinamas reiškinys, kuomet metalą apšvietus šviesa iš jo išlaisvinami elektronai?

b. Koks yra samario elektrono išlaisvinimo darbas $A_{iš}$?

c. Koks būtų išlaisvintų elektronų greitis apšvietus samarį λ_2 = 300 nm bangos ilgio šviesa?

d. Kokio didžiausio bangos ilgio λ_3 šviesa galima apšviesti samarį, kad elektronai dar būtų išlaisvinti?

e. Kas būtų, jei samarį apšviestume šviesa, kurios bangos ilgis didesnis už λ_3?

Planko konstanta $h \approx 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s, elektrono masė $m_e \approx 9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg, šviesos greitis vakuume $c \approx 3{,}0\cdot 10^8$ m/s.

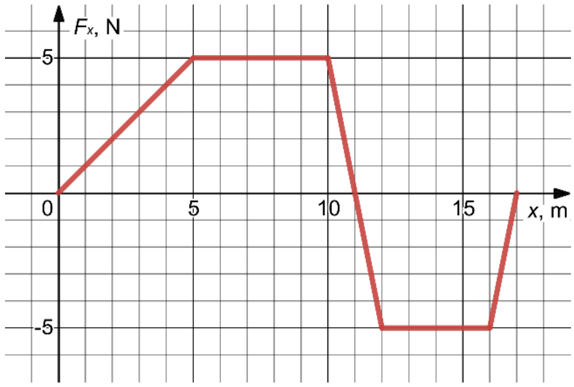
69-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2022 m.)

11 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Kūnas, kurio masė $m = 0{,}2$ kg, yra ramybės būsenoje. Veikiamas išorinės jėgos F_x, kurios priklausomybės nuo koordinatės grafikas pateiktas paveiksle, jis pradeda judėti išilgai x ašies. Laikydami, kad kūno potencinė energija nekinta, apskaičiuokite:

a. kinetinės energijos pokytį ΔE_K visame 17 m ilgio kelyje;

b. didžiausią kūno greitį $v_{\max}$ šiame kelyje.



Sprendimas

Pirmiausia išnagrinėkime kūno judėjimą. Iš pateikto grafiko matyti, kad kūną veikianti jėga priklausė nuo kūno padėties:

- kelio dalyje nuo $x_0 = 0$ m iki $x_5 = 5$ m kūną veikianti jėga didėjo nuo $F_0 = 0$ N iki $F_5 = 5$ N;
- kelio dalyje nuo $x_5 = 5$ m iki $x_{10} = 10$ m kūną veikianti jėga buvo pastovi $F_5 = 5$ N;
- kelio dalyje nuo $x_{10} = 10$ m iki $x_{11} = 11$ m kūną veikianti jėga mažėjo nuo $F_5 = 5$ N iki $F_0 = 0$ N;
- kelio dalyje nuo $x_{11} = 11$ m iki $x_{12} = 12$ m kūną veikianti jėga toliau mažėjo nuo $F_0 = 0$ N iki $F_{-5} = -5$ N, o neigiama jėgos vertė reiškia, kad jėgos kryptis buvo priešinga x ašies krypčiai;
- kelio dalyje nuo $x_{12} = 12$ m iki $x_{16} = 16$ m kūną veikianti jėga buvo pastovi $F_{-5} = -5$ N;
- kelio dalyje nuo $x_{16} = 16$ m iki $x_{17} = 17$ m kūną veikianti jėga didėjo nuo $F_{-5} = -5$ N iki $F_0 = 0$ N.

a. Akivaizdu, kad kūno greitis (o kartu ir jo kinetinė energija) didėja, kai jį veikianti jėga sutampa su judėjimo kryptimi (kitaip sakant, kol $F > 0$), ir mažėja, kai jėga yra priešingos krypties ($F < 0$, kūnas yra stabdomas). Vadinasi, kūno kinetinė energija didėjo kelyje nuo x_0 iki x_{11}, po to mažėja kelyje nuo x_{11} iki x_{17}. (1 taškas)

Pirmojo etapo metu kūną veikianti jėga atliko tam tikrą darbą $A_1 > 0$, kurio dėka kūno kinetinė energija didėjo, o antrojo etapo metu jėga atliko darbą $A_2 < 0$, dėl kurio kūno kinetinė energija mažėjo. (1 taškas)

Kinetinės energijos pokytis ΔE_K yra:

$$\Delta E_K = A_1 + A_2 .$$ (1 taškas)

Kadangi jėga nėra pastovi (priklauso nuo atstumo), darbą A_1 surasime apskaičiuodami figūros plotą po kreive nuo x_0 iki x_{11} (ši figūra yra trapecija):

$$A_1 = \frac{(x_{10} - x_5) + (x_{11} - x_0)}{2} F_5 .$$ (1 taškas)

Panašiu būdu, skaičiuodami plotą nuo x_{11} iki x_{17}, surandame darbą A_2:

$$A_2 = \frac{(x_{17} - x_{11}) + (x_{16} - x_{12})}{2} F_{-5} .$$ (1 taškas)

Kinetinės energijos pokytis yra:

$$\Delta E_K = \frac{(x_{10} - x_5) + (x_{11} - x_0)}{2} F_5 + \frac{(x_{17} - x_{11}) + (x_{16} - x_{12})}{2} F_{-5},$$

$$\Delta E_K = \frac{(10\mathrm{m}-5\mathrm{m})+(11\mathrm{m}-0\mathrm{m})}{2}\cdot 5\mathrm{N} + \frac{(17\mathrm{m}-11\mathrm{m})+(16\mathrm{m}-12\mathrm{m})}{2}\cdot(-5\mathrm{N}) = 15\mathrm{J}.$$ (1 taškas)

b. Akivaizdu, kad kūno greitis didėjo tol, kol jį veikianti jėga buvo nukreipta x ašies kryptimi, kai $F > 0$, vadinasi, didžiausią greitį kūnas įgavo būdamas taške x_{11}. (1 taškas)

Iki to momento kūną veikianti jėga atliko tam tikrą darbą A_1, kurio dėka kūnas įgijo kinetinės energijos:

$A_1 = E_{K1}$. (1 taškas)

Kūno įgyta kinetinė energija lygi:

$$E_{K1} = \frac{mv_{\max}^2}{2}.$$ (1 taškas)

Pasinaudoję ankstesnėje dalyje surasta A_1 išraiška, surandame $v_{\max}$:

$$\frac{(x_{10}-x_5)+(x_{11}-x_0)}{2}F_5 = \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad\Rightarrow\quad v_{\max} = \sqrt{\frac{(x_{10}+x_{11}-x_5-x_0)F_5}{m}},\ v_{\max} = 20\,\mathrm{m/s}.$$ (1 taškas)

2. Ilgos stačios trikampės prizmės formos kūną reikia perkelti dideliu atstumu, lyginant su kūno matmenimis, horizontalia plokštuma. Tą galima atlikti dviem būdais: vilkti horizontalia plokštuma arba vartant šonu be praslydimo. Kuriuo atveju reikia sunaudoti mažiau energijos? Trinties koeficientas su plokštuma μ, o prizmės skerspjūvis yra lygiakraštis trikampis.

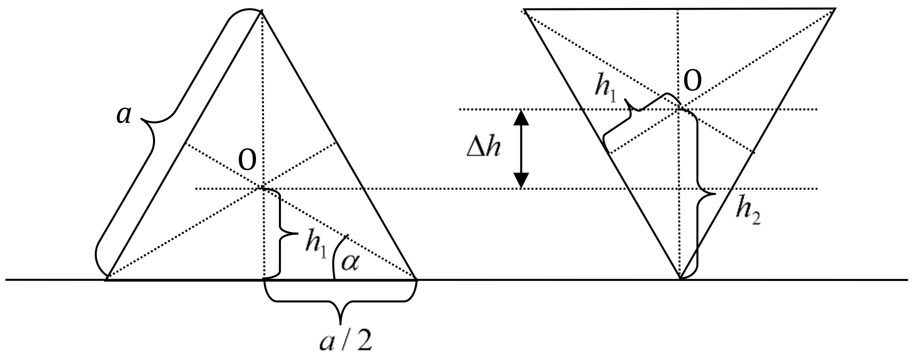
Sprendimas

Tegu prizmės skerspjūvio kraštinės ilgis yra a. Jei prizmės masė m, tai velkant plokštuma atstumu $L = Na$ (čia $N \gg 1$), atliekamas darbas

$A_1 = \mu mgNa.$ (1 taškas)

Vartant šonu būtina vieno vertimo metu pakelti prizmės masių centrą O iš aukščio h_1, kai prizmė guli ant horizontalios plokštumos viena iš savo šoninių sienelių, į aukštį h_2, kai prizmė guli ant horizontalios plokštumos viena iš savo briaunų (žiūr. pav.). (2 taškai)

Braižome brėžinį. (2 taškai)



Taigi, masių centrą reikia pakelti aukščiu $\Delta h = h_2 - h_1$ Tuomet prizmė plokštumoje įveikia atstumą $a/2$. Antrąją pusę kelio $a/2$ prizmė įveikia pati nusirisdama žemyn. (1 taškas)

Iš brėžinio lygiakraščiam trikampiui

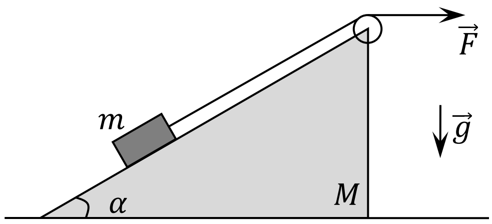
$$h_1 = \frac{a}{2}\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{2}\mathrm{tg}\,30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \qquad h_2 = 2h_1 = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tada $\Delta h = \frac{a\sqrt{3}}{3} - \frac{a\sqrt{3}}{6} = a\frac{\sqrt{3}}{6}$. Tuomet įveikiant tą patį atstumą $L = Na$ atliekamas darbas

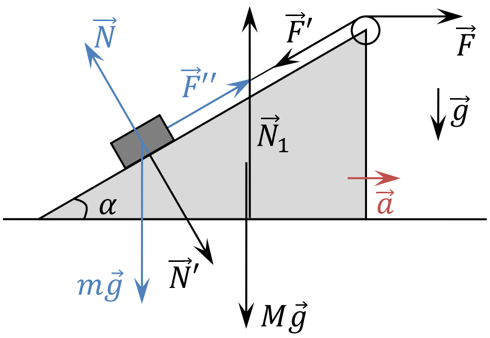
$A_2 = mg\Delta hN = mgNa\frac{\sqrt{3}}{6}$. (2 taškai)

Darbai abiem atvejais bus vienodi, kai $\frac{A_1}{A_2} = 1$, t.y. kai trinties koeficientas $\mu = \frac{\sqrt{3}}{6} \approx 0,29$. Jei $\mu < \frac{\sqrt{3}}{6}$, mažesnis darbas atliekamas velkant, o kai $\mu > \frac{\sqrt{3}}{6}$, mažesnis darbas atliekamas vartant šonu. (2 taškai)

3. Ant horizontalaus stalo padėtas masės M pleištas, o ant jo nuožulniosios plokštumos – masės m tašelis, kuris už per bloką permesto lengvo netampraus siūlo yra traukiamas pastovia horizontalia jėga (žr. pav.). Koks turi būti šios jėgos didumas, kad visa sistema į dešinę judėtų kartu, t.y. kad tašelis neslystų pleišto paviršiumi? Kokiu pagreičiu tuomet juda ši sistema? Trinties tarp stalo ir pleišto bei tarp pleišto ir tašelio nėra, laisvojo kritimo pagreitis yra g, pleišto kampas prie pagrindo lygus α.



Sprendimas:



Pažymėkime visas tašelį ir pleištą veikiančias jėgas:

tašelį veikia siūlo įtempimo jėgą $\vec{F}''$, nuožulniosios plokštumos reakcijos jėga $\vec{N}$ bei paties tašelio sunkio jėga $m\vec{g}$; (1 taškas)

pleištą veikia jo sunkio jėga $M\vec{g}$, tašelio spaudimo jėga $\vec{N}' = -\vec{N}$, stalo reakcijos jėga $\vec{N}_1$, taip pat bloką spaudžiančios siūlo įtempimo jėgos $\vec{F}$ ir $\vec{F}'$ (1 taškas)

(čia visos siūlo įtempimo jėgos yra to paties didumo: $|\vec{F}| = |\vec{F}'| = |\vec{F}''| = F$).

Tegu visa sistema kartu juda į dešinę pagreičiu a. Užrašykime antrąjį Niutono dėsnį tašelio judėjimui, suprojektuodami visas jėgas į vertikalią ašį:

$F\sin\alpha + N\cos\alpha - mg = 0.$ (1) (1 taškas)

Projektuodami jėgas į horizontalią ašį, gauname:

$F\cos\alpha - N\sin\alpha = ma.$ (2) (1 taškas)

Analogiškai projektuodami į horizontalią ašį pleištą veikiančias jėgas gauname:

$F - F\cos\alpha + N\sin\alpha = Ma.$ (3) (2 taškai)

Iš (1) lygties išreiškiame jėgą $N = \frac{mg - F\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ir įsirašome ją į (2) bei (3) lygtis:

$F\cos\alpha - \frac{mg - F\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\alpha = ma \quad \Rightarrow \quad ma\cos\alpha = F - mg\sin\alpha.$ (4)

$$F - F\cos\alpha + \frac{mg - F\sin\alpha}{\cos\alpha}\sin\alpha = Ma \quad \Rightarrow \quad Ma\cos\alpha = F\cos\alpha - F + mg\sin\alpha. \qquad (5)$$

Iš (4) ir (5) lygčių išprastinę pagreitį a, nesunkiai randame siūlo įtempimo jėgą:
$m(F\cos\alpha - F + mg\sin\alpha) = M(F - mg\sin\alpha)$,
iš čia

$$F = mg\sin\alpha \cdot \frac{M+m}{M+m-m\cos\alpha}.$$ (2 taškai)

Pagaliau, sistemos pagreitį galime rasti įsirašę šią jėgos išraišką į (4) lygtį. Tačiau tą patį rezultatą gausime ir tiesiog pritaikę antrąjį Niutono dėsnį visai sistemai:

$$a = \frac{F}{M+m} = \frac{mg\sin\alpha}{M+m-m\cos\alpha}.$$ (2 taškai)

4. Lydusis saugiklis pagamintas iš švino vielutės, kurios skerspjūvis $S = 0,30\ \mathrm{mm}^2$. Esant trumpam jungimui grandinėje srovės stipris joje pasiekia $I = 30\ \mathrm{A}$ vertę. Po kiek laiko τ po trumpo jungimo saugiklis pradeda lydytis? Kiek per šį laiką įkaista grandinės jungiamieji variniai laidai, kurių skerspjūvis $\tilde{S} = 4,0\ \mathrm{mm}^2$? Pradinė saugiklio temperatūra $t_0 = 27°\mathrm{C}$. Laikykite, kad švino vielutės varža nepriklauso nuo temperatūros, o šilumos atidavimo į aplinką galima nepaisyti. Švino tankis $\rho_\mathrm{m} = 11,3\ \mathrm{g/cm}^3$, vario tankis $\tilde{\rho}_\mathrm{m} = 8,9\ \mathrm{g/cm}^3$, švino savitoji šiluma $c = 0,13\ \mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$, vario savitoji šiluma $\tilde{c} = 0,38\ \mathrm{kJ/(kg \cdot K)}$, švino savitoji varža $\rho_\Omega = 2,1 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$, vario savitoji varža $\tilde{\rho}_\Omega = 1,7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$, švino lydymosi temperatūra $t_1 = 327°\mathrm{C}$.

Sprendimas

Tegul švino vielutės ilgis *l*. Iš energijos tvermės dėsnio Džaulio šiluma lygi energijai, reikalingai įkaitinti vielutei nuo pradinės temperatūros iki lydymosi. (2 taškai)

Taigi,
$cm\Delta T = I^2 R\tau$, (2 taškai)
čia m – švino vielutės masė, R – jos varža. Tada

$$\tau = \frac{cm\Delta T}{I^2 R} = \frac{c\rho_\mathrm{m} Sl(t_1 - t_0)S}{I^2 \rho_\Omega l} = \frac{c\rho_\mathrm{m} S^2 (t_1 - t_0)}{I^2 \rho_\Omega};$$ (2 taškai)

$$\tau = \frac{0,13 \cdot 10^3 \cdot 11,3 \cdot 10^3 \cdot 300 \cdot (0,3 \cdot 10^{-6})^2}{30^2 \cdot 2,1 \cdot 10^{-7}} \approx 0,21\,(\mathrm{s}).$$ (1 taškas)

Vario laidų atveju (tegul jų ilgis $\tilde{l}$) per tą patį laiką jie įkaista

$$\Delta\tilde{T} = \frac{\tau I^2 \tilde{R}}{\tilde{c}\tilde{m}} = \frac{\tau I^2 \tilde{\rho}_\Omega \tilde{l}}{\tilde{S}^2 \tilde{c}\tilde{\rho}_\mathrm{m}\tilde{l}} = \frac{\tau I^2 \tilde{\rho}_\Omega}{\tilde{S}^2 \tilde{c}\tilde{\rho}_\mathrm{m}} = \frac{0,21 \cdot 30^2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}}{(4 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0,38 \cdot 10^3 \cdot 8,9 \cdot 10^3} \approx 0,059\ \mathrm{K}.$$ (3 taškai)

Kaip matyti, laidai įkaista nežymiai.

5. Samario kristalą apšvietus λ_1 = 400 nm bangos ilgio šviesa, išlaisvintų elektronų greitis siekė v_1 = 378 km/s.

a. Kaip vadinamas reiškinys, kuomet metalą apšvietus šviesa iš jo išlaisvinami elektronai?
b. Koks yra samario elektrono išlaisvinimo darbas $A_{iš}$?
c. Koks būtų išlaisvintų elektronų greitis apšvietus samarį λ_2 = 300 nm bangos ilgio šviesa?
d. Kokio didžiausio bangos ilgio λ_3 šviesa galima apšviesti samarį, kad elektronai dar būtų išlaisvinti?
e. Kas būtų, jei samarį apšviestume šviesa, kurios bangos ilgis didesnis už λ_3?

Planko konstanta $h \approx 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s, elektrono masė $m_e \approx 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, šviesos greitis vakuume $c \approx 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

Sprendimas

a. Šis reiškinys vadinamas fotoefektu. (1 taškas)

b. A. Einšteino lygtis fotoefektui yra:

$$h\nu = A_{iš} + \frac{m_e v^2}{2},$$ (1 taškas)

čia ν yra krintančios šviesos dažnis:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$ (1 taškas)

Kai samaris apšviečiamas λ_1 bangos ilgio šviesa:

$$h\frac{c}{\lambda_1} = A_{iš} + \frac{m_e v_1^2}{2} \quad \Rightarrow \quad A_{iš} = h\frac{c}{\lambda_1} - \frac{m_e v_1^2}{2},$$ (1 taškas)

$$A_{iš} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{400 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} - \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot \left(3{,}78 \cdot 10^5\,\text{m/s}\right)^2}{2} = 4{,}32 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

(1 taškas)

c. Kai samaris apšviečiamas λ_2 bangos ilgio šviesa:

$$h\frac{c}{\lambda_2} = A_{iš} + \frac{m_e v_2^2}{2} \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\frac{c}{\lambda_2} - A_{iš}\right)},$$ (1 taškas)

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}\left(6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{300 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} - 4{,}32 \cdot 10^{-19}\,\text{J}\right)} = 7{,}12 \cdot 10^5\ \text{m/s}.$$ (1 taškas)

d. Iš A. Einšteino lygties fotoefektui matyti, kad didėjant šviesos bangos ilgiui mažėja šviesos kvanto (fotono) energija. Vadinasi, esant tam tikram bangos ilgiui λ_3, šviesa dar sugebės išlaisvinti elektronus, tačiau jų greitis (kinetinė energija) bus lygus nuliui:

$$h\frac{c}{\lambda_3} = A_{iš} \quad \Rightarrow \quad \lambda_3 = \frac{hc}{A_{iš}},$$ (1 taškas)

$$\lambda_3 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 3 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{4{,}32 \cdot 10^{-19}\,\text{J}} = 462\,\text{nm}.$$ (1 taškas)

e. Šis bangos ilgis λ_3 dar vadinamas fotoefekto raudonąja riba – jei metalą apšviečiančios šviesos bangos ilgis yra didesnis nei ši riba, fotoefektas nevyksta, nes fotono energijos neužtenka elektronui iš metalo išlaisvinti. (1 taškas)