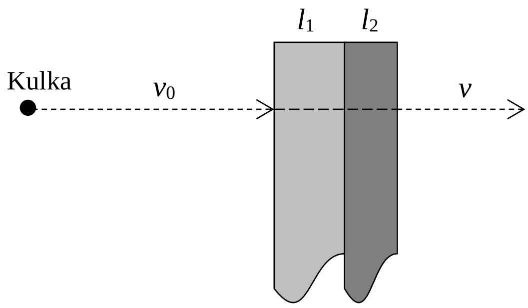
69-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2022 m.)

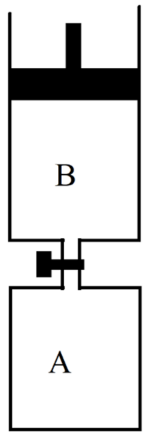
12 klasė (užduotys)

1. Greičiu $v_0 = 600$ m/s judanti kulka pramuša du suglaustus vienas prie kito stiklus (žr. pav.). Žinoma, kad pirmą stiklą kulka pramušė per $t_1 = 10^{-5}$ s, o jos greitis tuo metu sumažėjo dvigubai. Antrą stiklą kulka pramušė per $t_2 = 2\cdot10^{-5}$ s ir išlėkė iš jo greičiu $v = 50$ m/s. Raskite pramuštų stiklų storius l_1 ir l_2, jeigu judėjimas per juos buvo tolygiai kintamas.



2. Lygiu horizontaliu ledo paviršiumi be trinties slysta masyvi kaladėlė, kurios greitis $u = 1$ m/s. Priešinga kryptimi, statmenai kaladėlės priekinei sienelei, slysta nedidelė lengva saga, kurios greitis $v = 2$ m/s. Tam tikru laiko momentu $t = 0$ saga buvo taške A, o atstumas tarp kaladėlės ir sagos buvo $L = 100$ cm. Kuriuo laiko momentu τ saga vėl atsidurs tame pačiame taške A, jei jos susidūrimas su priekine kaladėlės sienele yra absoliučiai tamprus? Sagos masė yra nepalyginamai mažesnė už kaladėlės masę.

3. Indas A ir cilindras B, kuriame yra slankiojantis stūmoklis, yra sujungti vamzdeliu su įtvirtintu čiaupu ir pripildyti vandenilio dujų. Pradiniu laiko momentu vandenilio tūris, temperatūra ir slėgis inde A ir cilindre B yra vienodi. Uždarius čiaupą inde A esantis vandenilis pakaitinamas, kol slėgis inde padidėja $n = 3$ kartus. Cilindre B esančio vandenilio tūris izobariškai sumažinamas $k = 3$ kartus. Tada, įtvirtinus stūmoklį, atidaromas čiaupas, dėl to slėgis sistemoje tampa lygus 2,5 atm. Nustatykite pradinį dujų slėgį inde, jei atidarius čiaupą šilumos mainų su aplinka nebuvo. Į jungiamojo vamzdelio tūrį nekreipkite dėmesio.



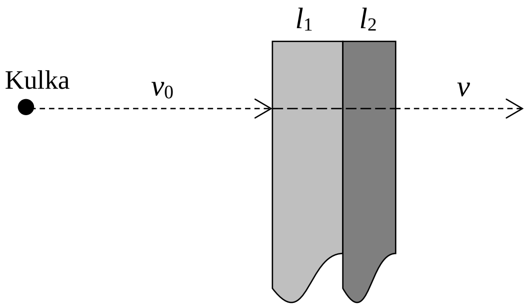
4. Kalorimetre yra ledo gabalėlis, kurio temperatūra $t_0 = 0$ °C. Į kalorimetrą įpilama $m = 10$ kg vandens, kurio temperatūra $t_1 = 9{,}9$ °C. Norint išlaikyti ledo gabalėlį po vandeniu, jį reikia spausti vertikaliai žemyn nukreipta jėga, lygia $F_1 = 3$ N. Kokia jėga F_2 reikia spausti ledo gabalėlį vertikaliai žemyn po to, kai kalorimetre nusistovės šiluminė pusiausvyra? Šilumos mainų tarp kalorimetro ir aplinkinių kūnų nepaisyti. Vandens savitoji šiluminė talpa $c = 4{,}2$ kJ/(kg °C), vandens tankis $\rho_v = 1000$ kg/m^3, ledo lydymosi šiluma $\lambda = 336$ kJ/kg, ledo tankis $\rho_l = 900$ kg/m^3, laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

5. Metalinis strypelis, kurio ilgis l_1, sukasi kampiniu greičiu ω aplink ašį, einančia per vieną jo galą statmenai strypeliui. Šis sukimasis vyksta vienalyčiame magnetiniame lauke plokštumoje, statmenoje lauko indukcijos linijoms. Strypelio galuose susidaro potencialų skirtumas $U_1 = 1$ V. Apskaičiuokite, koks potencialų skirtumas U_2 susidarytų dvigubai trumpesniame strypelyje, jeigu jis suktųsi tokiomis pat sąlygomis.

69-osios Lietuvos mokinių fizikos olimpiados rajono–miesto turas (2022 m.)

12 klasė (užduotys ir sprendimai)

1. Greičiu $v_0 = 600$ m/s judanti kulka pramuša du suglaustus vienas prie kito stiklus (žr. pav.). Žinoma, kad pirmą stiklą kulka pramušė per $t_1 = 10^{-5}$ s, o jos greitis tuo metu sumažėjo dvigubai. Antrą stiklą kulka pramušė per $t_2 = 2\cdot10^{-5}$ s ir išlėkė iš jo greičiu $v = 50$ m/s. Raskite pramuštų stiklų storius l_1 ir l_2, jeigu judėjimas per juos buvo tolygiai kintamas.



Sprendimas

Tolygiai kintamo judėjimo kinematinės lygtys yra tokios:

$$v = v_0 + at, \quad (1) \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad (2) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Kai kulka juda per pirmą stiklą, jos lėtėjimo pagreitis a_1 lygus

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_1} = \frac{\frac{1}{2}v_0 - v_0}{t_1} = -\frac{v_0}{2t_1}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Remdamiesi (2) lygtimi randame atstumą l_1. Pasirenkame, kad $x_0 = 0$.

$$l_1 = x_0 + v_0 t + \frac{a_1 t_1^2}{2} = 0 + v_0 t_1 - \frac{1}{2}\frac{v_0}{2t_1}t_1^2 = \frac{3}{4}v_0 t_1. \qquad \text{(3 taškai)}$$

Kai kulka juda per antrą stiklą, jos lėtėjimo pagreitis a_2 lygus

$$a_2 = \frac{v - \frac{v_0}{2}}{t_2}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Analogiškai, taikydami tas pačias (1) ir (2) formules, randame antro stiklo storį l_2:

$$l_2 = 0 + \frac{v_0}{2}t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2} = \frac{v_0}{2}t_2 + \frac{\left(v - \frac{v_0}{2}\right)}{t_2}\frac{t_2^2}{2} = \frac{t_2}{2}\left(\frac{v_0}{2} + v\right). \qquad \text{(2 taškai)}$$

Įsirašę sąlygoje duotas skaitines reikšmes, gauname:

$$\boxed{l_1 = 4{,}5\cdot10^{-3}\ \text{m}}, \qquad \boxed{l_2 = 3{,}5\cdot10^{-3}\ \text{m}}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

2. Lygiu horizontaliu ledo paviršiumi be trinties slysta masyvi kaladėlė, kurios greitis u = 1 m/s. Priešinga kryptimi, statmenai kaladėlės priekinei sienelei, slysta nedidelė lengva saga, kurios greitis v = 2 m/s. Tam tikru laiko momentu t = 0 saga buvo taške A, o atstumas tarp kaladėlės ir sagos buvo L = 100 cm. Kuriuo laiko momentu τ saga vėl atsidurs tame pačiame taške A, jei jos susidūrimas su priekine kaladėlės sienele yra absoliučiai tamprus? Sagos masė yra nepalyginamai mažesnė už kaladėlės masę.

Sprendimas

Santykinis greitis v_s, kuriuo saga artėja prie kaladėlės, yra lygus

$v_s = u + v$. (1) (1 taškas)

Laikas iki sagos susidūrimo su kaladėle t_1 yra lygus

$t_1 = \frac{L}{u+v}$. (2) (1 taškas)

Per šį laiką saga nuo pradinio taško A nutolsta atstumu L_1:

$L_1 = vt_1 = \frac{Lv}{u+v}$. (3) (1 taškas)

Po absoliučiai tampraus susidūrimo gerokai masyvesnės kaladėlės greitis nepasikeis.

Judančioje koordinačių sistemoje, kurioje stebėtojas susietas su kaladėle, saga artėja prie kaladėlės santykiniu greičiu $u_s = u + v$, o po tampraus susidūrimo atšoka nuo kaladėlės tokiu pat greičiu $u_s = u + v$, tik dabar juda į priešingą pusę. Perėję į nejudančią koordinačių sistemą pastebėtume, kad po susidūrimo ledo atžvilgiu saga juda greičiu $v' = u_s + u = 2u + v$. (2 taškai)

Pastaba: tą patį rezultatą gautume ir išreikštai pritaikę judesio kiekio bei energijos tvermės dėsnius sagos ir kaladėlės greičiams prieš ir po susidūrimo bei atsižvelgę į tai, kad sagos masė yra daug mažesnė už kaladėlės masę.

Po susidūrimo priešinga kryptimi judanti saga nuslys tą patį atstumą L_1 per laiką t_2:

$t_2 = \frac{L_1}{2u+v}$. (1 taškas)

Atsižvelgę į sąryšį (3) gauname

$t_2 = \frac{Lv}{(2u+v)(u+v)}$. (1 taškas)

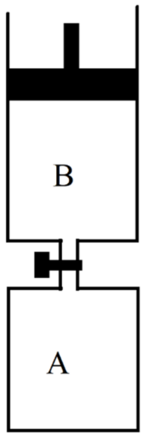
Taigi ieškomas laikas, per kurį saga sugrįš į tą patį tašką, lygus

$\tau = t_1 + t_2 = \frac{2L}{2u+v}$. (2 taškai)

Įsirašę sąlygoje duotas skaitines reikšmes, suskaičiuojame:

$\boxed{\tau = 0{,}5 \text{ s.}}$ (1 taškas)

3. Indas A ir cilindras B, kuriame yra slankiojantis stūmoklis, yra sujungti vamzdeliu su įtvirtintu čiaupu ir pripildyti vandenilio dujų. Pradiniu laiko momentu vandenilio tūris, temperatūra ir slėgis inde A ir cilindre B yra vienodi. Uždarius čiaupą inde A esantis vandenilis pakaitinamas, kol slėgis inde padidėja n = 3 kartus. Cilindre B esančio vandenilio tūris izobariškai sumažinamas k = 3 kartus. Tada, įtvirtinus stūmoklį, atidaromas čiaupas, dėl to slėgis sistemoje tampa lygus 2,5 atm. Nustatykite pradinį dujų slėgį inde, jei atidarius čiaupą šilumos mainų su aplinka nebuvo. Į jungiamojo vamzdelio tūrį nekreipkite dėmesio.



Sprendimas

Pradiniu momentu tiek inde A, tiek inde B esančio vandenilio dujų būsena aprašoma vienoda lygtimi:

$p_0V_0 = \nu RT_0,$ (1) (1 taškas)

čia ν – vandenilio dujų kiekis inde bei cilindre.

Po dujų pakaitinimo, temperatūra inde A bus $T_A = nT_0$, nes izochorinio proceso metu didinant slėgį n kartų, lygiai tiek pat kartų padidėja ir temperatūra. Tuo metu cilindre esančių dujų tūrį sumažinus k kartų izobarinio proceso metu, temperatūra sumažėjo tiek pat kartų, $T_B = T_0/k$.

Vandenilio dujų vidinė energija prieš atidarant čiaupą $U = \frac{5}{2}\nu R(T_A + T_B)$. (1 taškas)

Atidarius čiaupą nusistovi galutinė temperatūra T, todėl vidinė energija lygi

$U' = \frac{5}{2}2\nu RT.$ (1 taškas)

Atidarius čiaupą, vandenilio vidinė energija nepakinta (nėra šilumos mainų su aplinka), t. y. $U = U'$, arba

$\frac{5}{2}\nu R(T_A + T_B) = \frac{5}{2}2\nu RT.$ (1 taškas)

Išprastinę iš daugiklio 5/2 bei įsirašę anksčiau nustatytas temperatūras T_A ir T_B, gauname:

$\nu R\left(nT_0 + \frac{T_0}{k}\right) = 2\nu RT.$ (2)

Kita vertus, vandenilio dujų būsenos lygtis, atidarius čiaupą ir nusistovėjus pusiausvyrai:

$p\left(V_0 + \frac{V_0}{k}\right) = 2\nu RT.$ (3) (1 taškas)

Sulyginę (2) ir (3) išraiškų kairiąsias puses, gauname

$pV_0\left(1 + \frac{1}{k}\right) = \nu RT_0\left(n + \frac{1}{k}\right).$ (4)

Taip pat pastebime, kad pastarojoje lygtyje sandaugą νRT_0 galima išreikšti iš (1) lygties. Atsižvelgę į tai gauname:

$pV_0\left(1 + \frac{1}{k}\right) = p_0V_0\left(n + \frac{1}{k}\right),$

ir ieškomas pradinis slėgis

$$p_0 = p\frac{1+\frac{1}{k}}{n+\frac{1}{k}} = p\frac{k+1}{nk+1},$$ (4 taškai)

$\boxed{p_0 = 1\text{ atm.}}$ (1 taškas)

4. Kalorimetre yra ledo gabalėlis, kurio temperatūra $t_0 = 0$ °C. Į kalorimetrą įpilama $m = 10$ kg vandens, kurio temperatūra $t_1 = 9{,}9$ °C. Norint išlaikyti ledo gabalėlį po vandeniu, jį reikia spausti vertikaliai žemyn nukreipta jėga, lygia $F_1 = 3$ N. Kokia jėga F_2 reikia spausti ledo gabalėlį vertikaliai žemyn po to, kai kalorimetre nusistovės šiluminė pusiausvyra? Šilumos mainų tarp kalorimetro ir aplinkinių kūnų nepaisyti. Vandens savitoji šiluminė talpa $c = 4{,}2$ kJ/(kg °C), vandens tankis $\rho_v = 1000$ kg/m^3, ledo lydymosi šiluma $\lambda = 336$ kJ/kg, ledo tankis $\rho_l = 900$ kg/m^3, laisvojo kritimo pagreitis $g = 10$ m/s^2.

Sprendimas

Pirmiausia raskime pradinį ledo tūrį V_0, išreiškę jėgų pusiausvyrą panardintam ledo gabalėliui proceso pradžioje. Archimedo jėga, veikianti pilnai panardintą ledo gabalėlį, lygi

$$F_A = \rho_v V_0 g.$$ (1 taškas)

Žemyn ledą veikia išorinė spaudimo jėga F_1 ir ledo sunkio jėga $\rho_l V_0 g$. Jėgų pusiausvyra statmena vandens paviršiui kryptimi yra tokia:

$$F_1 + \rho_l V_0 g = \rho_v V_0 g, \text{ iš čia } V_0 = \frac{F_1}{(\rho_v - \rho_l)g}. \quad (1)$$ (1 taškas)

Patikriname pagal uždavinio sąlygą numanomą faktą, kad ištirps ne visas ledas, kol nusistovės šiluminė pusiausvyra. Šiluma, reikalinga ištirpdyti visam ledui, lygi

$$Q_1 = m_l\lambda = \rho_l V_0 \lambda = \frac{F_1\rho_l\lambda}{(\rho_v - \rho_l)g} = 907{,}2\text{ kJ}. \quad (2)$$ (1 taškas)

Atvėsdamas iki $t_0 = 0$ °C temperatūros vanduo išskiria šilumos kiekį

$$Q_2 = mc(t_1 - t_0) = 415{,}8\text{ kJ}. \quad (3)$$ (1 taškas)

Kadangi ledo tirpimui reikalinga šiluma yra didesnė nei vandens atvėsinimui, tai nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai ne visas ledas ištirps, o likusio ledo bei vandens temperatūra bus lygi $t_0 = 0$ °C. (1 taškas)

Tada šiluminio balanso lygtis ledo tirpimo procesui yra tokia:

$$\lambda\rho_l(V_0 - V) = mc(t_1 - t_0), \quad (4)$$ (2 taškai)

čia V – neištirpusio ledo tūris, kurį galima gauti analogiškai kaip ir pradinį tūrį V_0 (1) išraiškoje:

$$F_2 + \rho_l V g = \rho_v V g, \text{ iš čia } V = \frac{F_2}{(\rho_v - \rho_l)g}. \quad (5)$$ (1 taškas)

Gautas išraiškas (1) ir (5) įsirašę į šiluminio balanso lygtį (4) ir atlikę pertvarkymus, gauname:

$$F_2 = F_1 - \frac{mgc(t_1 - t_0)(\rho_v - \rho_l)}{\lambda \rho_l},$$ (1 taškas)

$\boxed{F_2 \approx 1{,}6\ \text{N.}}$ (1 taškas)

5. Metalinis strypelis, kurio ilgis l_1, sukasi kampiniu greičiu ω aplink ašį, einančia per vieną jo galą statmenai strypeliui. Šis sukimasis vyksta vienalyčiame magnetiniame lauke plokštumoje, statmenoje lauko indukcijos linijoms. Strypelio galuose susidaro potencialų skirtumas U_1 = 1 V. Apskaičiuokite, koks potencialų skirtumas U_2 susidarytų dvigubai trumpesniame strypelyje, jeigu jis suktųsi tokiomis pat sąlygomis.

Sprendimas

Žinome, kad indukuota elektrovara yra tiesiogiai proporcinga kontūrą kertančio magnetinio srauto kitimo greičiui:

$$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|.$$ (1 taškas)

Tuo tarpu magnetinio srauto pokytis

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S,$$ (1 taškas)

čia B – magnetinio lauko indukcija, besisukančio ilgio l laidininko braižomas plotas yra

$$\Delta S = \frac{\Delta\varphi}{2} \cdot l^2,$$ (1 taškas)

o $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$ – laidininko posūkio kampas per laiką Δt.

Laidininko galuose susidaręs potencialų skirtumas U yra lygus indukcinei elektrovarai, $U = \varepsilon$. (1 taškas)

Pasinaudoję aukščiau išvardintomis išraiškomis galime užrašyti lygtį pirmam strypeliui:

$$U_1 = \frac{B\Delta\varphi \cdot l_1^2}{2\Delta t} = \frac{B\omega l_1^2}{2}.$$ (3 taškai)

Antrajam dvigubai trumpesniam strypeliui analogiškai turėsime

$$U_2 = \frac{B\omega l_2^2}{2} = \frac{1}{4}\frac{B\omega l_1^2}{2} = \frac{1}{4}U_1,$$ (2 taškai)

$\boxed{U_2 = 0{,}25\,\text{V.}}$ (1 taškas)