

Lietuvos mokinių dvidešimt antroji astronomijos olimpiada

Atrankinis etapas

IX – X klasių mokiniai

1. Mėnulio metamas šešėlis (10t)

Kiek daugiausia kartų už žmogaus ūgį gali būti trumpesnis jo šešėlis, susidarantis, kai žmogų apšviečia Mėnulis Vilniuje ($\varphi = 54,7^\circ$)? Mėnulio orbitos posvyris į ekliptiką $i = 5,1^\circ$.

Sprendimas

Trumpiausias šešėlis yra metamas tada, kai Mėnulis yra aukščiausiai pakilęs virš horizonto. Ekliptikos posvyris į dangaus pusiaują yra lygus $\varepsilon = 23,4^\circ$. Didžiausia Mėnulio deklinacija yra lygi

$$\delta = \varepsilon + i = 23,4^\circ + 5,1^\circ = 28,5^\circ.$$

Didžiausias Mėnulio aukštis virš horizonto bus tada, kai jis bus viršutinėje kulminacijoje:

$$h = 90^\circ - \varphi + \delta,$$

$$h = 90^\circ - 54,7^\circ + 28,5^\circ = 63,8^\circ.$$

Ieškomas santykis atitinka aukščio tangentą:

$$\operatorname{tg} h = \operatorname{tg} 63,8^\circ \cong 2.$$

Atsakymas: Žmogaus šešėlis gali būti daugiausia apie du kartus trumpesnis už žmogaus ūgį.

2. Asteroido atstumas ir matmenys (10t)

Asteroidą stebint opozicijoje nustatyta, kad jo horizontinis paralaksas $p = 6,43''$, o kampinis skersmuo $\theta = 0,53''$. Apskaičiuokite asteroido atstumą nuo Saulės ir jo fizinį spindulį.

Sprendimas

Asteroido atstumas nuo Žemės

$$d_z = \frac{R_\oplus}{p} = \frac{6,378 \cdot 10^6}{6,43} 206265 = 2,040 \cdot 10^{11} \text{ m} = 1,363 \text{ au}$$

Asteroido atstumas nuo Saulės

$$d_s = d_z + 1 = 1,363 + 1 = 2,363 \text{ au}$$

Asteroido fizinis spindulys

$$R = \frac{\theta}{2} d_z = \frac{0,53}{2 \cdot 206265} 2,040 \cdot 10^{11} = 262090 \text{ m} \cong 262 \text{ km}$$

Atsakymas: 1,363 au, 262 km.

3. uždavinys. Kur niekada nenusileidžia (nepateka) Kapela (15t)

Kuriose iš lentelėje nurodytų geografinių platumų Kapela (α Aur, Vežėjo α), kurios deklinacija $\delta = 46^\circ 00'$, a) niekada nenusileidžia? b) niekada nepateka?

A	B	C	D	E	F	G
$55^\circ 00' \text{ N}$	$44^\circ 30' \text{ N}$	$55^\circ 00' \text{ S}$	$44^\circ 30' \text{ S}$	$65^\circ 00' \text{ N}$	$43^\circ 30' \text{ N}$	$43^\circ 30' \text{ S}$

N – (North) šiaurės platumas; S – (South) pietų platumas.

Atsakymai turi būti pagrįsti skaičiavimais.

Sprendimas

a) Reikėtų nagrinėti du atvejus: 1) neatsižvelgiant į refrakciją ir 2) atsižvelgiant į refrakciją.

Jei neatsižvelgsime į refrakciją, tai nenusileidžiantys šviesuliai šiaurės platumose bus tie, kurių aukštis apatinėje kulminacijoje tenkins sąlygą:

$$h = 0^\circ \leq \varphi + \delta - 90^\circ$$

Iš čia

$$\begin{aligned}\varphi &\geq 90^\circ - \delta \\ \varphi &\geq 90^\circ - 46^\circ 00' = 44^\circ 00' \text{ N}\end{aligned}$$

Taigi, jei neatsižvelgsime į refrakciją, tai Kapela nenusileis šiose vietovėse: A, B, E.

Jei atsižvelgsime į refrakciją, tai šviesulio aukštis ties horizontu padidėja dydžiu $\rho = 35'$. Vadinasi, šviesuly bus matomas geografinėse platumose, kurios tenkina sąlygą:

$$\begin{aligned}\varphi &\geq 90^\circ - \delta - \rho \\ \varphi &\geq 90^\circ - 46^\circ 00' - 35' = 43^\circ 25' \text{ N}\end{aligned}$$

Taigi, jei atsižvelgsime į refrakciją, tai Kapela nenusileis šiose vietovėse: A, B, E, F.

b) Jei neatsižvelgsime į refrakciją, tai remiantis dangaus sferos simetrija, Kapela niekada nepatekės tose pietų platumose, kurios tenkins sąlygą:

$$\begin{aligned}\varphi &\geq 90^\circ - \delta \\ \varphi &\geq 90^\circ - 46^\circ 00' = 44^\circ 00' \text{ S}\end{aligned}$$

Taigi, jei neatsižvelgsime į refrakciją, tai Kapela niekada nepatekės šiose vietovėse: C, D.

Jei atsižvelgsime į refrakciją, tai Kapela niekada nepatekės tose pietų platumose, kurios tenkins sąlygą:

$$\begin{aligned}\varphi &\geq 90^\circ - \delta - \rho \\ \varphi &\geq 90^\circ - 46^\circ 00' + 35' = 44^\circ 35' \text{ S}\end{aligned}$$

Taigi, jei atsižvelgsime į refrakciją, tai Kapela niekada nepatekės šiose vietovėse: C.

4. Saulė pro H α filtrą (10t)

Su 500 mm židinio nuotolio ir 200 mm apertūros (veidrodžio skersmens) teleskopu planuojama stebėti Saulę su šviesos filtru, kurio pralaidumo juostos vidutinis bangos ilgis atitinka vandenilio Balmerio serijos linijos H α ilgį $\lambda_\alpha = 656,3 \text{ nm}$.

a) Kokio židinio nuotolio okuliarą reikia naudoti, kad regimasis Saulės diskas užpildytų visą regėjimo lauką? Tarkite, kad okuliario regimasis laukas yra lygus 50° .

b) Kokio mažiausio dydžio darinius chromosferos paviršiuje galima išskirti su šiuo teleskopu?

c) Paaiškinkite, su kokia praktine stebėjimo problema bus susiduriama šiuo teleskopu žiūrint į chromosferos darinius bent kelis kartus didesniu didinimu, nei pateikta a) dalyje.

Sprendimas

a) Saulės kampinis skersmuo lygus $\theta_\odot = 32'$, todėl turi būti naudojamas didinimas

$$\Gamma = \frac{\theta}{\theta_\odot} = \frac{50 \cdot 60}{32} = 94.$$

Tai atitinka okuliario židinio nuotolį

$$f = \frac{F}{\Gamma} = \frac{500}{94} = 5,3 \text{ (mm)}.$$

b) Naudoti H α filtrą yra būtina, nes kitaip chromosferos šviesą užgožtų fotosfera. Kampinis dydis, kurį dar galima išskirti su šiuo teleskopu, pagal Reilio kriterijų:

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda_{\alpha}}{D},$$

$$\theta = 1,22 \frac{656,3 \cdot 10^{-9}}{0,2} = 4,0 \cdot 10^{-6} \text{ (rad)}.$$

Pagal mažų kampų formulę įvertinamas darinio chromosferoje ribinis dydis:

$$l = \theta d = 4,0 \cdot 10^{-6} \cdot 1,496 \cdot 10^{11} = 6 \cdot 10^5 \text{ (m)}.$$

c) Regėjimo laukas, nustatytas a) dalyje, yra žymiai didesnis už mažiausią teleskopu išskiriamą kampinį dydį, nustatytą b) dalyje, todėl teleskopo kampinė skyra neturėtų riboti stebėjimų su bent kelis kartus didesniu didinimu. Visgi, naudojant mažesnio židinio nuotolio okuliarą didesniui didinimui gauti, mažėja lęšio, prie kurio pridedama akis, kreivumo spindulys ir dydis. Stebėjimams naudojant mažesnę nei 5,3 mm židinio nuotolio okuliarą, sritis kurioje turi būti akis, kad gerai matytų teleskopu surinktą šviesą pasidarys labai maža. Taigi, stebėjimai su didesniu didinimu taps sudėtingi, nes reikės labai tikslios akies padėties okuliario atžvilgiu.

5. Parausvėjusi Vega (15t)

Vega (Lyros α) yra balta žvaigždė, kurios regimasis ryškis $V_V = 0,03$ ir $B_V = 0,03$. Arktūras (Jaučiaganio α) yra oranžinė žvaigždė, kurios regimasis ryškis $V_A = -0,05$ ir $B_A = 1,18$. Tarkime, kad Vega netrukus panirs į tarpžvaigždinių dulkių debesį ir dėl dulkių ekstinkcijos jos spalva taps tokia pat kaip ir Arktūro.

Koks tuo atveju būtų Vegos regimasis ryškis V ?

B ir V ryškių juostų vidutiniai bangų ilgiai lygūs: $\lambda_B = 438 \text{ nm}$ ir $\lambda_V = 545 \text{ nm}$.

Tarpžvaigždinių dulkių ekstinkcija šiame bangų ilgių ruože proporcinga $\lambda^{-1,28}$.

Sprendimas

Abiejų žvaigždžių spalvos bus vienodos, jei jų spalvos rodikliai ($B - V$) bus lygūs:

$$(B - V)_{V_{\text{red}}} = (B - V)_A = B_A - V_A = 1,18 + 0,05 = 1,23$$

Tai yra parausvėjusios Vegos spalvos ekscesas

$$E_{B-V}^{(\text{Vega})} = A_{B(\text{Vega})} - A_{V(\text{Vega})} = (B - V)_{V_{\text{red}}} - (B - V)_{0(\text{Vega})} = 1,23$$

Panaudodami sąlygos duomenis nustatome A_B ir A_V sąryšį:

$$\frac{A_B}{A_V} = \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_V} \right)^{-1,28} = \left(\frac{438}{545} \right)^{-1,28} = 1,323$$

$$R = \frac{A_V}{E_{B-V}} = \frac{A_V}{A_B - A_V} = \frac{A_V}{1,323A_V - A_V} = 3,10$$

[Pastaba: Daugiklis R turi būti apskaičiuotas naudojant sąlygos duomenis, o ne paimtas iš vadovėlio]

Apskaičiuojame parausvėjusios Vegos tarpžvaigždinę ekstinkciją:

$$A_{V(\text{Vega})} = 3,1 \cdot E_{B-V}^{(\text{Vega})} = 3,1 \cdot 1,23 = 3,81$$

Parausvėjusios Vegos ryškis

$$V_{V_{\text{red}}} = V_V + A_{V(\text{Vega})} = 0,03 + 3,81 = 3,84$$