

Lietuvos mokinių dvidešimt pirmoji astronomijos olimpiada
Atrankinis etapas
XI-XII klasių mokiniai

Viso 70 taškų

1. Žvaigždėtas dangus sausio pabaigoje (10 taškų)

Įsivaizduokite, kad jūs stebėjote žvaigždėtą dangų šių metų sausio 30 dienos vakare praėjus maždaug 1,5 val. po saulėlydžio. Jei atidžiai apžvelgėte visą dangų, tai galite atsakyti į šiuos klausimus:

- a) Kokie Zodiako žvaigždynai tuo metu buvo matomi? Užrašykite jų lietuviškus pavadinimus ir lotyniškas santrumpas iš eilės nuo vakarų į rytus. (*nurodyti ne daugiau kaip 6 žvaigždynus*)
- b) Kokios planetos ir kuriame žvaigždyne jos buvo matomos stebėjimo metu?
- c) Kokiame žvaigždyne tuo metu buvo zenitas?
- d) Ar buvo matomas Mėnulis? Jei taip, tai kokia jo fazė ir kokiame žvaigždyne buvo matomas?
- e) Kokie žvaigždynai tuo metu buvo apatinėje kulminacijoje? (*nurodyti ne daugiau kaip 3 žvaigždynus*)
- f) Koks tuo metu buvo žvaigždinis laikas?
- g) Nurodykite savo vietovės geografines koordinatas.

Patarimas: Pasinaudokite virtualaus dangaus (planetariumo) programa.

Sprendimas

- a) Vandenis (Aqr), Žuvys (Psc), Avinas (Ari), Taurus (Tau), Dvyniai (Gem), Vėžys (Cnc).
- b) Venera [Vandenyje], Jupiteris [Žuvyse], Uranas [Avine], Marsas [Taure].
- c) Persėjas (Per).
- d) Taip, Tauro (Tau) žv. Priešpilis.
- e) Jaučiaganis (Boo), Slibinas (Dra), Mažieji Grįžulo Ratai (UMi)
- f) $s \approx 2^{\text{h}}40^{\text{m}}$
- g) Vilnius $\varphi = 54^{\circ}41'$; $\lambda = 25^{\circ}19'$
Kaunas $\varphi = 54^{\circ}54'$; $\lambda = 23^{\circ}56'$
Klaipėda $\varphi = 55^{\circ}43'$; $\lambda = 21^{\circ}08'$
Šiauliai $\varphi = 55^{\circ}56'$; $\lambda = 23^{\circ}19'$

2. Geografinė platuma (10 taškų)

Vienoje vietovėje vasaros saulėgrįžos vidurdienį vertikalaus strypo metamo šešėlio ilgis buvo lygus trečdaliui šio strypo ilgio. Kokia vietovės geografinė platuma?

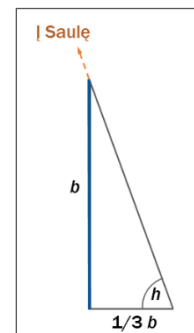
Sprendimas

Kampas h rodo Saulės aukštį stebėjimo momentu.

Iš strypo ir šešėlio ilgių (žr. pav.) santykio apskaičiuojame kampą h , t. y. Saulės aukštį virš horizonto:

$$\operatorname{tg} h = \frac{b}{1/3 b} = 3$$
$$h = 71^{\circ}34'$$

Saulės deklinacija vasaros saulėgrįžą: $\delta = 23^{\circ}26'$. Vadinasi, Saulė bus zenite geografinėje platumoje $\varphi_z = 23^{\circ}26'$.



a) Jei stebėtojas bus platumoje $\varphi_S > \varphi_Z$, Saulė kulminuos į pietus nuo zenito. Tuomet jos aukštis vidurdienį bus lygus

$$h = 90^\circ - \varphi_S + \delta$$

Iš čia

$$\varphi_S = 90^\circ - h + \delta = 90^\circ - 71^\circ 34' + 23^\circ 26' = 41^\circ 52'$$

b) Jei stebėtojas bus platumoje $0 < \varphi_S < \varphi_Z$, Saulė kulminuos į šiaurę nuo zenito. Tuomet jos aukštis vidurdienį bus lygus

$$h = 90^\circ + \varphi_S - \delta$$

Iš čia

$$\varphi_S = -90^\circ + h + \delta = -90^\circ + 71^\circ 34' + 23^\circ 26' = 5^\circ 0'$$

Atsakymas: $41^\circ 52'$ arba 5° .

3. Kintamoji žvaigždė (20 taškų)

Pulsuojančiosios kintamosios žvaigždės regimasis bolometriniis ryškis spindesio maksimume lygus $m_{b\max} = 4,9$, o spindesio minimume – $m_{b\min} = 6,2$. Jos spindulys spindesio maksimume $R_{\max} = 25R_\odot$, o spindesio minimume – $R_{\min} = 20R_\odot$. Žvaigždės efektinė temperatūra spindesio maksimume $T_{\max} = 6400$ K. Kokia žvaigždės efektinė temperatūra spindesio minimume?

Sprendimas

Bolometrinio ryškio ir šviesio sąryšis:

$$m_{b\min} - m_{b\max} = -2,5 \lg \frac{L_{\min}}{L_{\max}}$$

Apskaičiuojame šviesių spindesio maksimume ir minimume santykį:

$$\frac{L_{\min}}{L_{\max}} = 10^{-0,4(m_{b\min} - m_{b\max})} = 10^{-0,4(6,3 - 4,9)} = 0,275$$

Remiantis Stefano ir Bolcmano dėsnio šviesių santykis lygus

$$\frac{L_{\max}}{L_{\min}} = \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}}\right)^2 \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}}\right)^4$$

Iš čia

$$T_{\min} = T_{\max} \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}}\right)^{1/2} \left(\frac{L_{\min}}{L_{\max}}\right)^{1/4}$$

$$T_{\min} = 6400 \left(\frac{25}{20}\right)^{1/2} (0,275)^{1/4} \cong 5182 \text{ K}$$

Atsakymas: 5182 K.

4. Raketos greitis (15 taškų)

Raketa skriedama aplink Žemę atlieka greičio koregavimo manevrą atlikdama penkis trumpus, 1 sekundės trukmės, variklio įjungimus. Degimo produktai išmetami priešinga raketos judėjimui kryptimi 3,312 km/s greičiu, kuro per sekundę sudeginama 10 kg. Raskite, koks po šio manevro bus raketos greitis, jei prieš manevrą jos greitis yra 7,775 km/s, o masė lygi 2100 kg? Tarkite, kad variklio veikimo metu degimo produktai palieka raketą akimirksniu.

Sprendimas

Pagal judesio kiekio tvermės dėsnį raketos ir kuro judesio kiekio suma prieš manevrą ir po jo turi likti nepasikeitusi. Kadangi degimo produktai išmetami priešinga kryptimi negu juda raketa, tai variklio vieno įjungimo metu raketos įgytas papildomas judesio kiekis yra lygus tuo metu išmetamų degimo produktų judesio kiekiui:

$$m_r \Delta v_r = m_d v_d$$

čia m_r ir Δv_r raketos masė po manevro ir jos greičio pokytis, o m_d ir v_d – išmetamų dujų masė per sekundę ir jų greitis raketos atžvilgiu (išmetimo greitis).

Po kiekvieno variklio įjungimo raketos masė sumažėja 10 kg, o jos greitis padidėja dydžiu

$$\Delta v = \frac{m_d}{m_r} v_d$$

Po penkių variklio įjungimų raketos greitis bus lygus

$$v = v_0 + \frac{m_d}{m_{r0} - 10} v_d + \frac{m_d}{m_{r0} - 20} v_d + \frac{m_d}{m_{r0} - 30} v_d + \frac{m_d}{m_{r0} - 40} v_d + \frac{m_d}{m_{r0} - 50} v_d$$

$$v = v_0 + m_d v_d \left(\frac{1}{2100 - 10} + \frac{1}{2100 - 20} + \frac{1}{2100 - 30} + \frac{1}{2100 - 40} + \frac{1}{2100 - 50} \right)$$

$$v = 7,775 + 10 \cdot 3,312 \left(\frac{1}{2090} + \frac{1}{2080} + \frac{1}{2070} + \frac{1}{2060} + \frac{1}{2050} \right) \cong 7,855 \text{ km/s}$$

Atsakymas: Po manevro raketos greitis taps apytiksliai lygus 7,855 km/s, t. y., padidės 0,08 km/s.

5. Dimorphos orbitos pokytis (15 taškų)

2022 metais zondas DART trenkėsi į asteroidą Dimorphos, kuris skrieja aplink kitą asteroidą Didymos. Dėl smūgio Dimorphos apskriejimo aplink Didymos periodas sutrumpėjo 32 ± 2 minučių. Prieš smūgį jo orbitinis periodas buvo 11 valandų 55 minutės 18 sekundžių. Raskite dešimtosios procento dalies tikslumu, kiek po smūgio galėjo pakisti Dimorphos orbitos didysis pusašis?

Sprendimas

Dimorphos orbitinis periodas sekundėmis:

$$P = 11 \cdot 3600 + 55 \cdot 60 + 18 = 42918 \text{ s.}$$

Orbitos periodas sutrumpėjo nuo 30 iki 34 min, t.y., nuo $\Delta t_{\min} = 1800 \text{ s}$ iki $\Delta t_{\max} = 2040 \text{ s}$.

Remdamiesi 3-uju Keplerio dėsniu apskaičiuojame:

$$\frac{a_1^3}{P_1^2} = \frac{a_2^3}{P_2^2};$$

$$a_2 = a_1 \sqrt[3]{\frac{P_2^2}{P_1^2}} = a_1 \sqrt[3]{\frac{(P_1 - \Delta t)^2}{P_1^2}}$$

Δt_{\min} atveju:

$$a_2 = a_1 \sqrt[3]{\frac{(42915 - 1800)^2}{42915^2}} \approx 0,972a_1,$$

t. y. didysis pusašis sutrumpėjo 0,028 dalimi (2,8%).

Δt_{\max} atveju:

$$a_2 = a_1 \sqrt[3]{\frac{(42915 - 2040)^2}{42915^2}} \approx 0,968a_1,$$

t. y. didysis pusašis sutrumpėjo 0,032 dalimi (3,2%).

Atsakymas: Dimorphos orbitos didysis pusašis galėjo sutrumpėti nuo 2,8% iki 3,2%.