Teorinis turas

Viso 100 taškų

XI – XII klasių (V) grupė

1. Žvaigždžių gausumas (15t)

Apšviestuose miestų centruose nakties danguje plika akimi galima pamatyti apie 50 žvaigždžių. Geros stebėjimo sąlygos užmiestyje lemia, kad ribinis ryškis, kurį dar galima pamatyti padidėja nuo maždaug 3 iki 6.

a) Tardami, kad žvaigždės yra vienodo šviesio kaip Saulė ir erdvėje visomis kryptimis yra pasiskirsčiusios tolygiai, apskaičiuokite kiek žvaigždžių galima matyti užmiestyje plika akimi.

b) Naudojant nemažo skersmens optinį teleskopą, galima surinkti apie 4000 kartų daugiau šviesos nei plika akimi. Kiek žvaigždžių bus galima stebėti pro šį teleskopą? Tarkite, kad Saulės šviesio žvaigždės yra tolygiai pasiskirsčiusios 300 parsekų storio Galaktikos diske (Saulė yra šio disko centrinėje plokštumoje).

Sprendimas

a) Išsireiškiame kokiu atstumu r_0 yra blausiausios mieste matomos žvaigždės pagal atstumo modulį:

$$m_0 - M = 5\lg r_0 - 5, \qquad \to r_0 = 10^{\frac{m_0 - M + 5}{5}},$$

$$r_0 = 10^{\frac{3 - 4{,}83 + 5}{5}} = 4{,}3\ (\text{pc}).$$

Čia $m_0 = 3$ – ryškio riba mieste, $M = 4{,}83$ – absoliutusis Saulės ryškis. Miesto danguje stebimos žvaigždės yra tolygiai pasiskirsčiusios r_0 spindulio pussferėje (likusi sferos dalis yra po horizontu). Žvaigždžių kiekis mieste N_0 gali būti išreikštas per žvaigždžių kiekį kubiniame parseke ρ:

$$N_0 = \frac{2}{3}\pi\rho r_0^3 = \frac{2}{3}\pi\rho \cdot 10^{\frac{3}{5}(m_0 - M + 5)}.$$

Atitinkamą išraišką galima gauti užmiesčio dangui su nauju ribiniu ryškiu $m_1 = 6$:

$$N_1 = \frac{2}{3}\pi\rho r_1^3 = \frac{2}{3}\pi\rho \cdot 10^{\frac{3}{5}(m_1 - M + 5)}.$$

Iš žvaigždžių kiekio santykio gauname žvaigždžių kiekį:

$$\frac{N_1}{N_0} = \frac{\frac{2}{3}\pi\rho \cdot 10^{\frac{3}{5}(m_1 - M + 5)}}{\frac{2}{3}\pi\rho \cdot 10^{\frac{3}{5}(m_0 - M + 5)}} = 10^{\frac{3}{5}(m_1 - m_0)}, \qquad \to N_1 = N_0 \cdot 10^{\frac{3}{5}(m_1 - m_0)},$$

$$N_1 = 50 \cdot 10^{\frac{3}{5}(6-3)} = 3200\ (\text{žvaigždžių}).$$

b) Apskaičiuojamas naujas teleskopu stebimas ribinis ryškis:

$$m_1 - m_2 = -2{,}5\lg k, \qquad \to m_2 = m_1 + 2{,}5\lg k,$$

$$m_2 = 6 + 2{,}5\lg 4000 = 15.$$

Tuomet blausiausios žvaigždės atstumas:

$$r_2 = 10^{\frac{m_2 - M + 5}{5}}, \qquad \to r_2 = 10^{\frac{15 - 4{,}83 + 5}{5}} = 1080\ (\text{pc}).$$

Galima įsitikinti, kad daugiau žvaigždžių bus matoma Galaktikos diske, negu kryptyse nutolusiose nuo disko, nes atstumas r_2 yra didesnis už galaktikos storį. Taigi, galima tarti, kad stebimos žvaigždės yra pasiskirsčiusios diske, kurio spindulys r_2, o storis $d = 300$ pc. Tuomet žvaigždžių kiekis stebimoje disko pusėje yra

$$N_2 = \frac{1}{2}\pi\rho r_2^2 d.$$

Padalinę iš N_0, gausime:

$$\frac{N_2}{N_0} = \frac{\frac{1}{2}\pi\rho r_2^2 d}{\frac{2}{3}\pi\rho r_0^3}, \qquad \rightarrow N_2 = \frac{3}{4} N_0 \frac{r_2^2 h}{r_0^3}.$$

Įrašius atstumų r_1 ir r_2 vertes, galiausiai gauname:

$$N_2 = 3 \cdot 50 \cdot \frac{1080^2 \cdot 300}{4{,}3^3} = 1{,}65 \cdot 10^8 \text{ (žvaigždžių)}.$$

<u>Atsakymas:</u> Plika akimi užmiestyje galima pamatyti apie 3200 žvaigždžių, o pro teleskopą, kuris surenka 4000 kartų daugiau šviesos nei plika akimi, galima pamatyti apie 165 milijonus žvaigždžių.

2. Užtemimas iš Lagranžo taško padėties (25t)

Lagranžo taškai – tai tokios pusiausvyros padėtys, kuriose esantis mažos masės objektas, veikiamas kitų dviejų masyvių kūnų, išlaiko pastovų atstumą šių atžvilgiu. Antruoju Lagranžo tašku vadinamoje padėtyje esančiam stebėtojui mažiau masyvus kūnas (jei šis juda apskritimine orbita) visąlaik išlieka priešais didesnės masės kūną.

a) Išreikškite gravitacinę jėgą, kuria yra veikiamas antrajame Lagranžo taške esantis m_0 masės objektas dviejų masyvių kūnų. Tų kūnų mases žymėkite m ir M (čia $m \ll M$), atstumą tarp jų r, o atstumą nuo mažesnės masės kūno iki antrojo Lagranžo taško – d.

b) Išreikškite per a) dalyje pateiktus kintamuosius, kokia įcentrinė jėga turi veikti antrajame Lagranžo taške esantį objektą, jei jo apskritiminės orbitos periodas lygus m masės kūno apsisukimo apie M masės kūną periodui.

c) Prilyginę įcentrinę jėgą gravitacinei jėgai, raskite antrojo Lagranžo taško išraišką:

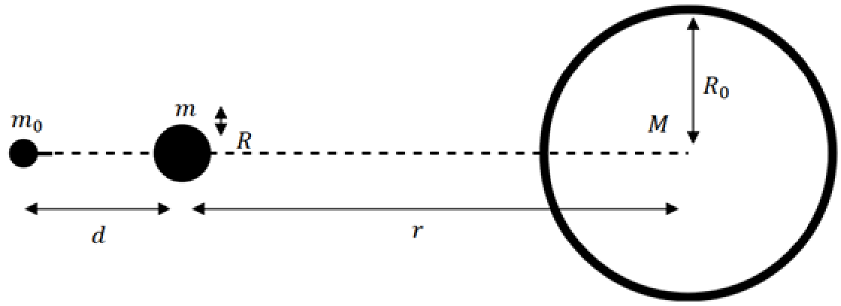
$$d = r\sqrt[3]{\frac{m}{3M}}.$$

<u>Pastaba:</u> Kai $a \gg b$, galioja artinys $(a+b)^n \cong a^n + na^{n-1}b$.

d) Nustatykite kiek kartų turi būti tankesnis m masės kūnas, kad šis, stebint iš antrojo Lagranžo taško, pilnai užtemdytų M masės kūną.

e) Ar Saulė yra visiškai užtemdyta, stebint iš Žemės antrojo Lagranžo taško? Atsakymą argumentuokite.

Sprendimas



a) Antrajame Lagranžo taške esantį objektą veikia m ir M masės objektų gravitacijos jėgos ta pačia kryptimi. Suminė jėga lygi

$$F_G = \frac{Gmm_0}{d^2} + \frac{GMm_0}{(r+d)^2}.$$

b) Kad kūnas išliktų apskritiminėje orbitoje, jį veikianti įcentrinė jėga turi būti lygi

$$F_{\text{įc}} = \frac{m_0 v^2}{r+d} = \frac{m_0 \left(\frac{2\pi(r+d)}{T}\right)^2}{r+d} = \frac{4\pi^2 m_0 (r+d)}{T^2}.$$

Čia orbitinis periodas T yra lygus m masės objekto apskriejimo apie M masės objektą periodą. Pagal trečiąjį Keplerio dėsnį:

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}.$$

Iš čia išsireiškus periodą ir įrašius į prieš tai gautą išraišką, gauname

$$F_{\text{įc}} = GMm_0 \frac{r+d}{r^3}.$$

c) Prilyginus įcentrinę jėgą gravitacinei jėgai:

$$GMm_0 \frac{r+d}{r^3} = \frac{Gmm_0}{d^2} + \frac{GMm_0}{(r+d)^2},$$

$$\frac{M}{r^2}\left(1 + \frac{d}{r}\right) = \frac{m}{d^2} + \frac{M}{(r+d)^2},$$

Jei galioja nelygybė $r \gg d$, tai pritaikius artinį $\frac{1}{(r+d)^2} = (r+d)^{-2} \cong r^{-2} - 2r^{-3}d$, gauname:

$$\frac{M}{r^2}\left(1 + \frac{d}{r}\right) = \frac{m}{d^2} + \frac{M}{r^2}\left(1 - \frac{2d}{r}\right),$$

$$\frac{3Md}{r^3} = \frac{m}{d^2},$$

$$d = r\sqrt[3]{\frac{m}{3M}}.$$

d) Visiško užtemimo metu artimesniojo kūno kampinis dydis yra didesnis už tolimesniojo. Todėl:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{R}{d} \geq \frac{R_0}{r+d}.$$

Tariant, kad apytiksliai $r + d \cong r$, gauname:

$$\frac{R}{R_0} \geq \frac{d}{r}.$$

Lagranžo atstumo išraiškoje mases išreiškus per tūrio ir vidutinio tankio santykį, gausime:

$$d = r\sqrt[3]{\frac{\frac{4}{3}\pi\rho R^3}{3\frac{4}{3}\pi R_0^3}} = \frac{rR}{R_0}\sqrt[3]{\frac{\rho}{3\rho_0}}.$$

Panaudojus paskutines dvi išraiškas:

$$\frac{R}{R_0} \geq \frac{rR}{rR_0}\sqrt[3]{\frac{\rho}{3\rho_0}},$$

$$\rho \leq 3\rho_0.$$

m masės kūnas turi būti tankesnis ne daugiau kaip tris kartus, kad vyktų visiškas užtemimas.

e) Palyginami Žemės ir Saulės vidutiniai tankiai. Žemės tankis lygus

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (6{,}378 \cdot 10^6)^3} = 5500\ (\mathrm{kg/m^3}).$$

Saulės tankis lygus

$$\rho_0 = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_0^3} = \frac{1{,}989 \cdot 10^{30}}{\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (6{,}957 \cdot 10^8)^3} = 1410\ (\mathrm{kg/m^3}).$$

Atsakymas: Žemės tankis daugiau nei tris kartus didesnis už Saulės tankį ($\rho > 3\rho_0$), todėl visiškas užtemimas Žemės antrajame Lagranžo taške nevyksta.

3. Egzoplaneta ir egzomėnulis (20t)

a) Stebint tolimą raudonąją nykštukę, kurios spindulys siekia pusę Saulės spindulio, nustatyta, kad jos spindesys kas 100 dienų sumažėja 1%.

Raskite aplink šią žvaigždę skriejančios egzoplanetos spindulį. Palyginkite jį su Jupiterio spinduliu ($R_J = 71492$ km).

b) Toliau vykdant egzoplanetos stebėjimus nustatyta, kad kartkartėmis egzoplanetos tranzito trukmė pailgėja, o žvaigždės spindesys tranzito metu susilpnėja 1,13%. Tariant, kad šiuos pakitimus sukelia aplink egzoplanetą skriejantis egzomėnulis, įvertinkite jo spindulį. Palyginkite jį su Žemės spinduliu.

c) Didžiausias žvaigždės spindesio susilpnėjimas stebimas tiksliai kas trečio tranzito metu. Tarkite, kad egzoplanetos tankis lygus Jupiterio tankiui ($\rho_J = 1330\ \mathrm{kg/m^3}$), o jos egzomėnulio tankis – Žemės tankiui ($\rho_\oplus = 5510\ \mathrm{kg/m^3}$). Egzoplanetos traukos jėga viršija žvaigždės traukos jėgą 0,012 au atstumu nuo jos. Raskite didžiausią galimą egzomėnulio orbitos periodą.

Sprendimas

a) Žvaigždės spindesio sumažėjimo procentas lygus procentinei daliai žvaigždės paviršiaus, kurį dengia egzoplaneta.
Tariant, kad abu kūnai sferiški, gauname:

$$\frac{R_p^2}{R_*^2} = 0{,}01$$

Panaudodami duotą žvaigždės spindulį apskaičiuojame:

$$R_p = 0{,}1R_* = 0{,}05R_\odot = 34{,}785 \cdot 10^6 \text{ m} = 34785 \text{ km} \cong 0{,}49R_J.$$

b) Kai žvaigždės spindesio susilpnėjimas maksimalus, žvaigždę dengia tiek egzoplanetos, tiek jos egzomėnulio šešėliai.

Vadinasi,

$$\frac{R_p^2 + R_m^2}{R_*^2} = 0{,}0113,$$

$$\frac{R_m^2}{R_*^2} = 0{,}0113 - \frac{R_p^2}{R_*^2} = 0{,}0013.$$

Taigi,

$$R_m = R_*\sqrt{0{,}0013} = 0{,}018R_\odot = 12{,}523 \cdot 10^6 \text{ m} = 12523 \text{ km} \cong 1{,}96R_\oplus.$$

c) Didžiausias galimas egzomėnulio periodas būtų šiam skriejant didžiausiu galimu atstumu nuo egzoplanetos, tai yra $d = 0{,}012$ au.

Kadangi egzoplanetos ir egzomėnulio tankiai duoti sąlygoje, galime apskaičiuoti jų mases:

Egzoplanetos masė

$$M = \frac{4}{3}\pi R_p^3 \rho_J = \frac{4}{3}\pi(34{,}785 \cdot 10^6)^3 \cdot 1330 = 2{,}345 \cdot 10^{26} \text{ kg}.$$

Egzomėnulio masė

$$m = \frac{4}{3}\pi R_m^3 \rho_\oplus = \frac{4}{3}\pi(12{,}523 \cdot 10^6)^3 \cdot 5510 = 4{,}533 \cdot 10^{25} \text{ kg}.$$

Didžiausią egzomėnulio žvaigždinį periodą apskaičiuojame panaudodami trečiąjį apibendrintąjį Keplerio dėsnį:

$$T_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{G(M+m)}}$$

$$T_{\max} = \sqrt{\frac{4\pi^2(0{,}012 \cdot 149{,}6 \cdot 10^9)^3}{6{,}674 \cdot 10^{-11}(2{,}345 \cdot 10^{26} + 4{,}533 \cdot 10^{25})}} \cong 3{,}495 \cdot 10^6 \text{ s} \cong 40{,}5 \text{ d}$$

Didžiausias žvaigždės spindesio minimumas kartosis lygiai kas tris tranzitus, jei egzoplanetos ir jos palydovo sistemos sinodinis periodas (S) bus tiksliai lygus trims egzoplanetos apsisukimo aplink savo žvaigždę periodams T_p, t. y., $S = 3T_p$.

Panaudodami šį sąryšį ir sinodinio judėjimo lygtį apskaičiuojame egzomėnulio orbitinį periodą:

$$\frac{1}{T_{m0}} = \frac{1}{S} + \frac{1}{T_p} = \frac{1}{3T_p} + \frac{1}{T_p} = \frac{4}{3T_p},$$

$$T_{m0} = \frac{3}{4}T_p = \frac{300}{4} = 75 \text{ d}.$$

Tačiau toks egzomėnulio periodas nėra galimas, nes $T_{m0} > T_{\max}$.

Tačiau egzomėnulis gali turėti ir kitas periodo vertes, jei tik bus tenkinama sąlyga, kad

$$3\,T_p/S = n,$$

čia n – sveikasis skaičius.

Tada panaudodami sinodinę lygtį ir maksimalią egzoplanetos orbitinio periodo vertę apskaičiuojame daugiklį n:

$$\frac{1}{3T_p/n} = \frac{1}{T_{\max}} - \frac{1}{T_p}$$

$$n = 3\left(\frac{T_p}{T_{\max}} - 1\right) = 3\left(\frac{100}{40{,}5} - 1\right) \cong 4{,}4$$

Primename, kad n turi būti sveikas skaičius. Jei $n = 4$, tai egzomėnulio periodas būtų ilgesnis už $T_{\max}$. Vadinasi, turi būti $n = 5$. Tada egzomėnulio sinodinis periodas bus lygus

$$S = \frac{3T_p}{n} = \frac{300}{5} = 60\text{ d.}$$

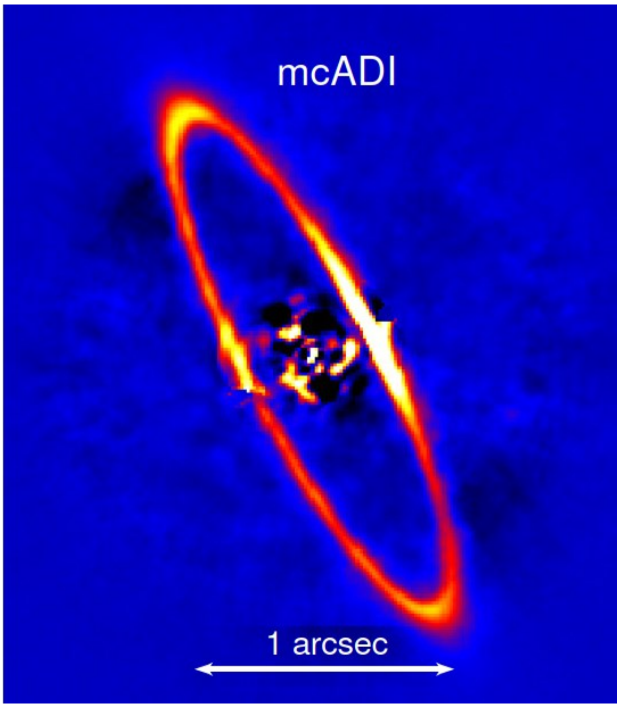
Egzomėnulio orbitinis (žvaigždinis) periodas bus lygus

$$\frac{1}{T_m} = \frac{1}{S} + \frac{1}{T_p}$$

$$\frac{1}{T_m} = \frac{1}{60} + \frac{1}{100} = 0{,}02667$$

$$T_m = 37{,}5\text{ d}$$

4. Saurono akis (20t)



4.1 pav. Saurono akis. Žvaigždė HR4796A ir ją supantis dulkių žiedas

4.1 pav. (kairėje) pavaizduota Kentauro žvaigždyno žvaigždė HR4796A ir ją supantis proplanetinis dulkių žiedas, populiariai vadinamas Saurono akimi. Tai objekto vizualizacija infraraudonajame spektro diapazone panaudojant stebėjimus, atliktus su Europos pietinės observatorijos 8 m teleskopu ir prie jo prijungtu koronografu. Žvaigždė HR4796A yra šviesaus elipsinio žiedo centre, bet ji paveiksle beveik nematoma, nes jos spinduliuotė buvo užtemdyta koronografe. HR4796A paralaksas $p = 14{,}13$ mas (kampinių milisekundžių), kampinis skersmuo $\theta = 0{,}22$ mas (kampinių milisekundžių), regimasis bolometrinis ryškis $m_b = 5{,}585$ ir masė $\mathcal{M} = 2{,}2\mathcal{M}_\odot$.

<u>Užduotys:</u>

a) Apskaičiuokite žvaigždės atstumą.

b) Apskaičiuokite žvaigždės linijinį spindulį.

c) Apskaičiuokite žvaigždės šviesį.

d) Apskaičiuokite žvaigždės efektinę temperatūrą.

e) Duotame paveiksle išmatuokite matomos elipsės didžiosios ir mažosios ašių ilgius. Šiuos ilgius patariama matuoti ne tarp žiedo pakraščių, bet tarp jo vidurinių taškų. Panaudodami paveiksle duotą mastelį apskaičiuokite elipsės didžiosios ir mažosios pusašių kampinius ilgius.

f) Apskaičiuokite žiedo posvyrio į dangaus sferos plokštumą kampą.

g) Apskaičiuokite žiedo atstumą nuo žvaigždės.

Tarkime, kad žvaigždę supantį žiedą sudaro įvairių matmenų sferiškos dulkelės, kurių kiekvienos vidutinis tankis $\rho = 1500\ \mathrm{kg/m^3}$. Dulkelės taip pat visiškai sugeria į jas krintančią visų bangų elektromagnetinę spinduliuotę.

h) Apskaičiuokite, kokio dydžio dulkeles spinduliuotės slėgis išpučia iš žiedo aplinkos. Spinduliuotės slėgio jėgai apskaičiuoti naudokite formulę:

$$F_{\mathrm{rad}} = \frac{ES}{c};$$

čia E – dulkelės energinė apšvieta, S – dulkelės skerspjūvio plotas, c – šviesos greitis.

<u>*Sprendimas*</u>

a) Žvaigždės atstumas

$$r = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}01413} = 70{,}8\ \mathrm{pc}$$

b) Žvaigždės spindulys

$$R = \frac{1}{2}\frac{\theta}{p}a_0 = \frac{1}{2}\frac{0{,}22}{14{,}13}1{,}496\cdot 10^{11} = 1{,}165\cdot 10^{9}\ \mathrm{m}$$

c) Žvaigždės šviesis

$$M_b = m_b - 5\lg r + 5 = 5{,}585 - 5\lg 70{,}8 + 5 = 1{,}34$$

$$\log\frac{L}{L_\odot} = \frac{M_b - M_{b\odot}}{-2{,}5} = \frac{1{,}34 - 4{,}74}{-2{,}5} = 1{,}36$$

$$L = 22{,}9L_\odot = 8{,}766\cdot 10^{27}\ \mathrm{W}$$

d) Žvaigždės efektinė temperatūra apskaičiuojama panaudojant Stefano ir Bolcmano dėsnį:

$$L = 4\pi R^2\sigma T^4$$

$$T = \left(\frac{L}{4\pi R^2\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{8{,}766\cdot 10^{27}}{4\pi(1{,}165\cdot 10^{9})^2\cdot 5{,}6704\cdot 10^{-8}}\right)^{1/4} \cong 9760\ \mathrm{K}$$

e) Išmatavus 4.1 pav. matomą elipsinį žiedą, įvertinami elipsės didžiojo ir mažojo pusašių kampiniai matmenys:

Didysis pusašis: $\alpha = 1{,}07''$, o mažasis pusašis: $\beta = 0{,}26''$.

f) Žiedo posvyrio kampas:

$$\cos i = \frac{\beta}{\alpha};\ \ i = \arccos\frac{\beta}{\alpha} = \arccos\frac{0{,}26}{1{,}07} \cong 76°$$

g) Žiedo atstumas nuo žvaigždės (žiedo spindulys) yra lygus elipsės didžiojo pusašio ilgiui. Taigi, žiedo atstumas nuo žvaigždės lygus

$$d = \alpha r = 1{,}07\cdot 70{,}77 \cong 76\ \mathrm{au}$$

h) Ribinis dulkelių dydis

Dulkelę veikia dvi jėgos: 1) žvaigždės gravitacijos jėga, F_{g}, traukianti dulkelę artyn žvaigždės, 2) žvaigždės spinduliuotės slėgis, F_{rad}, stumiantis dulkelę tolyn nuo žvaigždės. Jei $F_{\mathrm{rad}} > F_{\mathrm{g}}$, tai dulkelė bus nupūsta tolyn nuo žvaigždės.

Spinduliuotės slėgis, veikiantis spindulio a dulkelę:

$$F_{\mathrm{rad}} = \frac{ES}{c} = \frac{L}{4\pi d^2}\frac{\pi a^2}{c} = \frac{L}{4d^2}\frac{a^2}{c}$$

Žvaigždės gravitacijos jėga, veikianti šią dalelę:

$$F_g = G\frac{\mathcal{M}m}{d^2} = G\frac{\mathcal{M}}{d^2}\frac{4}{3}\pi a^3 \rho$$

$$\frac{L}{4d^2}\frac{a^2}{c} > G\frac{\mathcal{M}}{d^2}\frac{4}{3}\pi a^3 \rho$$

$$a < \frac{3L}{16\pi c G\mathcal{M}\rho}$$

$$a < \frac{3 \cdot 8{,}766 \cdot 10^{27}}{16\pi \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}2 \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30} \cdot 1500} \cong 4 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m} = 4\ \mu\mathrm{m}$$

Išvada: Spinduliuotės slėgis išpūs iš žiedo dulkeles, kurių spinduliai mažesni už 4 μm.

5. Galaktikų tyrimas (20t)

Astronomai nufotografavo dvi diskines galaktikas, A ir B, kurios viena nuo kitos danguje yra matomos 10 laipsnių kampiniu atstumu. Šių galaktikų spektruose buvo išmatuoti jonizuotojo kalcio K linijos (laboratorinis bangos ilgis 393,4 nm) bangų ilgiai. Stebėjimų duomenys pateikti lentelėje.

Galaktika	Matmenys, arcmin	Regimasis suminis ryškis	K linijos bangos ilgis spektre, nm
A	2,5×2,0	9,6	398,2
B	1,7×1,3	10,3	400,8

Abiejų galaktikų diskai yra skritulio formos ir iš Žemės matomi pasisukę disko plokštuma tam tikru kampu į regėjimo spindulį pagal vieną simetrijos ašį.

Tardami, kad spektrinių linijų galaktikų spektruose poslinkio priežastis yra Visatos plėtimasis, o Hablo konstanta H_0 apytiksliai lygi 70 km/s/Mpc, nustatykite:

a) Kokiais greičiais nuo mūsų tolsta šios galaktikos?

b) Kokiame nuotolyje nuo Žemės yra kiekviena galaktika?

c) Kuri ir kiek šviesmečių iš šių galaktikų yra didesnė?

d) Kokiu kampu yra pasisukę į regėjimo spindulį galaktikų diskai?

e) Raskite šių galaktikų absoliučiuosius ryškius ir galaktikų šviesių skirtumą, išreikštą Saulės šviesiais.

f) Kokiu atstumu šviesmečiais viena nuo kitos yra išsidėsčiusios šios galaktikos?

<u>*Sprendimas*</u>

a) Tolimo nuo Žemės greitį rasime iš jonizuotojo kalcio linijos galaktikos spektre raudonojo poslinkio:

$$v = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda} c,$$

čia λ – stebimas bangos ilgis, λ_0 – laboratorinis bangos ilgis, c – šviesos greitis vaakume.

$$v_A = \frac{398{,}2 - 393{,}4}{393{,}4} c \approx 0{,}0122c \approx 3658\ \mathrm{km/s}$$

$$v_B = \frac{400{,}8 - 393{,}4}{393{,}4} c \approx 0{,}0188c \approx 5639\ \mathrm{km/s}$$

b) Nuotolius d apskaičiuosime pritaikydami Hablo dėsnį: $v = H_0 d$.

$$d = \frac{v}{H_0}$$

$$d_A = \frac{3658\ \mathrm{km/s}}{70\ \mathrm{km/s/Mpc}} \approx 52{,}26\ \mathrm{Mpc} \approx 170{,}44\ \mathrm{Mly}$$

$$d_B = \frac{5639\ \mathrm{km/s}}{70\ \mathrm{km/s/Mpc}} \approx 80{,}56\ \mathrm{Mpc} \approx 262{,}74\ \mathrm{Mly}$$

c) Galaktikos linijinį skersmenį D apskaičiuosime remdamiesi tuo, kad $\mathrm{tg}(D°) = \frac{D}{d}$,

čia $D°$ – galaktikos kampinis skersmuo, d – nuotolis iki galaktikos

$$D = d \cdot \mathrm{tg}(D°)$$

$$D_A = 170{,}44 \cdot 10^6 \cdot \mathrm{tg}(2{,}5/60) \approx 124\ \mathrm{kly}$$

$$D_B = 262{,}74 \cdot 10^6 \cdot \mathrm{tg}(1{,}7/60) \approx 130 \text{ kly}$$

Ats.: Galaktikos B skersmuo yra apie 6000 ly didesnis už galaktikos A skersmenį.

d) Apskaičiuojame disko posvyrio kampą: $\alpha = \arccos\left(\frac{b}{a}\right)$,

čia a – ilgesnysis kampinis skersmuo, b – trumpesnysis kampinis skersmuo.

$$\alpha_A = \arccos\left(\frac{2}{2{,}5}\right) \approx 37^\circ$$

$$\alpha_B = \arccos\left(\frac{1{,}3}{1{,}7}\right) \approx 40^\circ$$

e) Apskaičiuojame galaktikų absoliučiuosius ryškius M:

$$M = m - 5\lg(d/10),$$

čia d – nuotolis parsekais, m – regimasis ryškis.

$$M_A = 9{,}6 - 5\lg\left(\frac{52{,}26 \cdot 10^6}{10}\right) \approx -23{,}99$$

$$M_B = 10{,}3 - 5\lg\left(\frac{80{,}56 \cdot 10^6}{10}\right) \approx -24{,}23$$

Apskaičiuojame galaktikų šviesius, išreikštus Saulės šviesiais $L_\odot$:

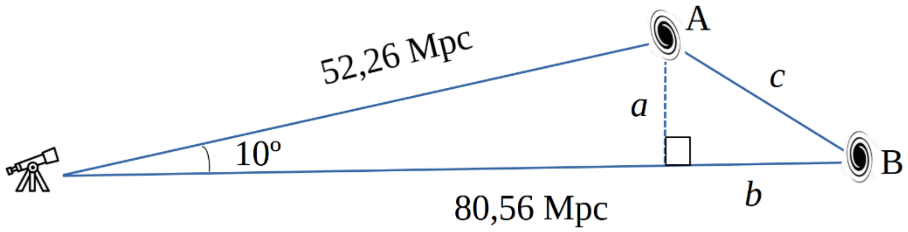
$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{0{,}4(M_\odot - M)},$$

čia $M_\odot$ Saulės absoliutusis vizualinis ryškis ($M_\odot = 4{,}83$).

$$L_A = 10^{0{,}4(4{,}83+23{,}99)} = 3{,}37 \cdot 10^{11} L_\odot$$

$$L_B = 10^{0{,}4(4{,}83+24{,}23)} = 4{,}21 \cdot 10^{11} L_\odot$$

f) Apskaičiuojame galaktikų tarpusavio nuotolį.



$$b = 80{,}56 - 52{,}26 \cos 10^\circ = 29{,}094 \text{ Mpc},$$

$$a = 52{,}26 \sin 10^\circ = 9{,}075 \text{ Mpc}.$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9{,}075^2 + 29{,}094^2} \approx 30{,}476 \text{ Mpc} \approx 99{,}4 \text{ Mly}.$$

<u>*Atsakymas:*</u> Erdvinis nuotolis tarp galaktikų apie 99,6 Mly.