Teorinis turas

Viso 100 taškų

VI – VIII klasių (EJ) grupė

1. Saulėlydis virš Lietuvos (15 t)

Vieną giedrą vakarą virš Lietuvos skrenda lėktuvas, įveikdamas 373 km atstumą tarp Vosiūnų (Ignalinos raj.) ($\varphi_V = 55°18'$ N, $\lambda_V = 26°49'$ E) ir Nidos ($\varphi_N = 55°18'$ N, $\lambda_N = 21°00'$ E). Skrydžio metu pilotas pastebi, kad Saulė visą laiką matoma toje pačioje kryptyje ir tame pačiame aukštyje virš horizonto. Kuria kryptimi ir kokiu vidutiniu greičiu skrenda lėktuvas?

Sprendimas

Saulės padėtis danguje žvelgiant iš lėktuvo išliks nepakitusi, jei lėktuvas skris ta pačia kryptimi, kuria juda Saulė – į vakarus (iš Vosiūnų į Nidą).

Kadangi Saulė kulminuoja toje pačioje vietovėje kas 24 h, o Nidos ir Vosiūnų ilgumų skirtumas lygus

$$\lambda_V - \lambda_N = 26°49' - 21°00' = 5°49' = 5{,}82°,$$

tai saulėlydis Nidoje įvyks

$$24\ \mathrm{h} \cdot \frac{5{,}82°}{360°} = 0{,}39\ \mathrm{h} = 1400\ \mathrm{s}$$

vėliau nei Vosiūnuose.

Vidutinis lėktuvo greitis kelionės metu:

$$v = \frac{373\ \mathrm{km}}{0{,}39\ \mathrm{h}} = 960\ \mathrm{km/h}.$$

Skaičiuojant greitį metrais per sekundę, tai bus lygu

$$v = \frac{373000\ \mathrm{m}}{1400\ \mathrm{s}} = 266\ \mathrm{m/s}.$$

Atsakymas: Lėktuvas judės į vakarus (Iš Vosiūnų į Nidą) 960 km/h (266 m/s) greičiu.

2. Geografinė ilguma (15 t)

Kai Grinviče buvo lygiai vidurdienis, tam tikroje vietovėje A Saulės laikrodis rodė 9 val. 55 min. Kokia vietovės A geografinė ilguma?

Sprendimas

Vietovė A yra į vakarus nuo Grinvičo, nes jos Saulės laikrodis rodo laiką prieš vidurdienį.
Vietovių geografinių ilgumų skirtumas lygus saulinių laikų tose vietovėse skirtumui:

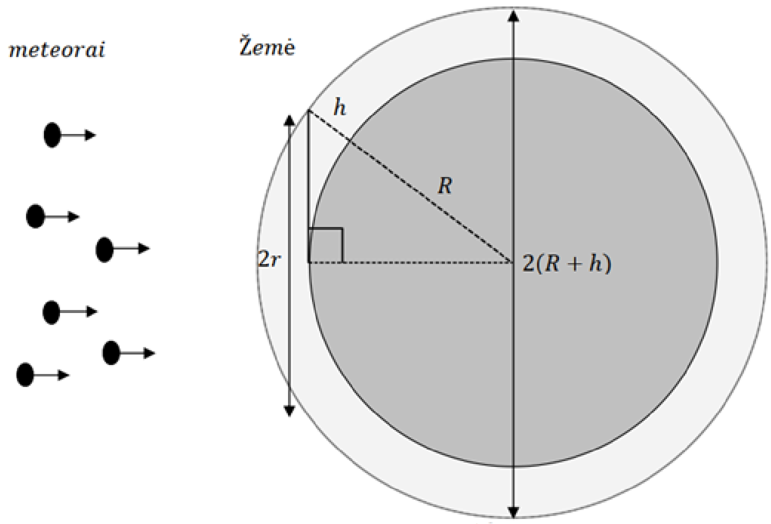
$$\lambda_A - \lambda_G = T_A - T_G$$
$$\lambda_A = \lambda_G + T_A - T_G = 0^h + 9^h55^m - 12^h = -2^h05^m = -31°15'$$

Atsakymas: Vietovės A ilguma 31°15′ E (į vakarus nuo Grinvičo).

3. Meteorų lietus (30t)

2024 m. rugpjūčio 12-13 d. perseidų lietaus metu Lietuvoje bus galima stebėti iki 100 meteorų per valandą. Kiek tuo metu meteorų per valandą bus visoje Žemėje? Tarkite, kad meteorai paprastai sudega $h = 100$ km aukštyje, o Lietuvoje stebimi meteorai skrieja statmenai į žemės paviršių.

Sprendimas



Žemė, praskriedama pro kometos 109P/Swift-Tuttle paliktos medžiagos telkinį, sugaudo meteorus iš ploto

$$S_0 = \pi(R+h)^2.$$

Stebėtojas Lietuvoje mato tuos meteorus, kurie sudega virš horizonto. Tolimiausias meteoras sudega prie pat horizonto nuotolyje

$$r = \sqrt{(R+h)^2 - R^2}.$$

Plotas, į kurį patenka Lietuvoje matomi meteorai, lygus

$$S = \pi r^2 = \pi((R+h)^2 - R^2).$$

Kadangi stebimų meteorų kiekis yra tiesiogiai proporcingas plotui, į kurį krenta meteorai, tai gauname:

$$N_0 = N\frac{S_0}{S} = N\frac{(R+h)^2}{(R+h)^2 - R^2},$$

$$N_0 = 100 \cdot \frac{(6378+100)^2}{(6378+100)^2 - 6378^2} = 3260 \text{ (meteorų)}.$$

Atsakymas: Žemę per valandą pasieks apie 3300 meteorų.

4. Marso roboto greitis (15 t)

Įsivaizduokime, kad rengiamas projektas į Marsą nuleisti robotą, kuris veiktų ne autonomiškai, o būtų realiu laiku valdomas operatoriaus, esančio Žemėje. Kokiu didžiausiu greičiu galėtų judėti operatoriaus valdomas robotas, kad operatorius laiku pastebėtų kliūtį ir sustabdytų robotą. Tarkite, kad roboto videokameros „matys" kliūtis iki atstumo $s = 20$ m, o Marso tyrimai su šiuo robotu būtų atliekami Marso opozicijos metu.

Marso vidutinis nuotolis nuo Saulės 1,52 au, o Žemės – 1 au.

<u>*Sprendimas*</u>

Marso opozicijos metu Marso nuotolis nuo Žemės lygus

$$d = 1{,}52 - 1 = 0{,}52 \text{ au} = 7{,}78 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

Videosignalas, pasiųstas iš Marso, pasieks Žemę po laiko $t = d/c$. Lygiai tiek pat laiko užtruks iš Žemės į Marsą siunčiama komanda sustabdyti robotą. Taigi, per laiką $2t$robotas gali nuvažiuoti ne didesnį kaip s atstumą. Tokiu būdu, roboto didžiausias greitis būtų lygus:

$$v = \frac{s}{2t} = \frac{sc}{2d} = \frac{20 \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 7{,}78 \cdot 10^{10}} \cong 0{,}04 \text{ m s}^{-1} \cong 140 \text{ m/h}$$

Tikriausiai toks projektas nepasiteisintų.

<u>*Atsakymas:*</u> 0,04 m/s arba 140 m/val.

5. Egzoplanetos kalendorius (25 t)

Mūsų planetos astronomai prie vienos žvaigždės, panašios į Saulę, atrado panašią į Žemę egzoplanetą. Jie nustatė, kad egzoplanetos orbitinis (žvaigždinis) periodas yra lygus 491,9825 vidutinių saulinių parų, o egzoplanetos apsisukimo aplink ašį periodas lygus 24,9 h (skaičiuojant vidutinės saulinės paros dalimis).

Tikėtina, kad egzoplanetos civilizacija (tarkime, kad ji egzistuoja) sukurtų savo laiko skaičiavimo sistemą, kuri būtų panaši į Žemėje naudojamą sistemą – trumpų laiko intervalų skaičiavimas būtų pagrįstas egzoplanetos sukimosi aplink savo ašį periodu ir jo dalimis, o ilgų laiko tarpų (kalendoriaus) – egzoplanetos orbitiniu periodu. Tarkime, kad egzoplanetoje panašiai kaip ir Žemėje keičiasi metų laikai.

Kokie kalendoriniai metai būtų tinkamiausi šiai egzoplanetai?

<u>*Sprendimas*</u>

Tarkime, kad egzoplanetos apsisukimo apie ašį periodas (egzoplanetos paros (dienos) trukmė) lygus 1 egzoplanetinei dienai (exd), kuri dalijama į 24 dalis, t. y. egzoplanetines valandas (exh).

Tada 1 (exd) = 24 (exh) = 24,9 (h).

Egzoplanetos orbitinis periodas, išreikštas egzoplanetinėmis paromis, bus lygus

$$P = \frac{491{,}9825 \cdot 24}{24{,}9} = 474{,}200 \text{ (exd)}$$

Kalendorinių metų trukmė turi būti sveikas exd skaičius. 474 exd metų trukmė per trumpa, o 475 exd trukmė per ilga. Todėl kas penkti metai reikia įvesti keliamuosius metus, kurių trukmė būtų 475 exd. <u>Tada teisingas kalendorius būtų toks: ketveri paprastieji metai po 474 exd ir vieneri keliamieji metai, kurių trukmė 475 exd.</u>

Penkerių metų laikotarpio vidutinė metų trukmė būtų lygi:

$$\frac{474 \cdot 4 + 475}{5} = 474{,}2 \text{ exd}$$