Lietuvos mokinių 35-ojo fizikos čempionato
UŽDUOTYS IR SPRENDIMAI
2023 m. gruodžio 2 d.
(Kiekvienas uždavinys vertinamas 10 taškų, visa galimų taškų suma – 100)

1. Mokykloje pertraukos metu vaikai laiką leido stadione. Emilis ir Paulius nusprendė palenktyniauti, kas pirmas atbėgs prie Aistės. Abu sutarė bėgti iš skirtingų, panašiai nutolusių vietų, iš pradžių įsibėgėję ir po to bėgdami pastoviais greičiais. Taigi Emilis ir Paulius nutolo vienas nuo kito ir pradėjo lenktynes. Aistė po kelių sekundžių pastebėjo link jos pastoviais greičiais bėgančius Emilį ir Paulių. Tačiau tą akimirką Emilis buvo 5 m toliau, nei Paulius. Emilio greitis siekė 0,258 km/min. Prie Aistės jie atbėgo tuo pačiu metu – po 20 s.

a) Kokiu pastoviu greičiu bėgo Paulius (km/h)?
b) Tame pačiame grafike nubraižykite šių dviejų mokinių atstumų iki Aistės priklausomybes nuo laiko. Kitame grafike nubraižykite abiejų mokinių greičių priklausomybes nuo laiko. Pradiniu laiko momentu laikykite tą akimirką, kai Aistė pastebėjo bėgančius berniukus.

Sprendimas

a) Pažymėkime Emilio greitį $v_1 = 0{,}258\,\mathrm{km/min} = 4{,}3\,\mathrm{m/s}$, mokinių bėgimo trukmę nuo to laiko momento, kuomet varžybas pastebėjo Aistė, $t_1 = t_2 = 20\,\mathrm{s}$ bei pradinių mokinių nuotolių iki Aistės skirtumą $\Delta s = 5\,\mathrm{m}$.

Kelias, kurį nubėgo Emilis per šį laiką t_1: $s_1 = v_1 t_1 = 86\,\mathrm{m}$. (1 taškas)

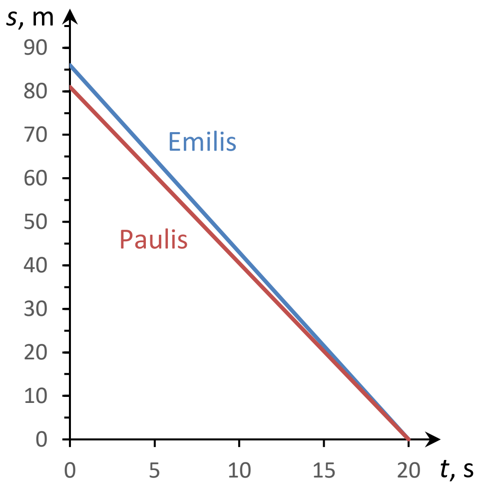
Paulius nubėgo atstumą $s_2 = s_1 - \Delta s = 81\,\mathrm{m}$. (1 taškas)

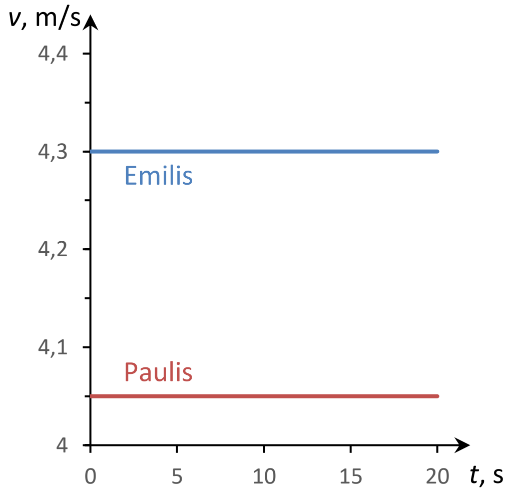
Tuomet Pauliaus greitis:

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{s_1 - \Delta s}{t_1} = v_1 - \frac{\Delta s}{t_1},$$ (1 taškas)

$$v_2 = 4{,}05\,\mathrm{m/s} = 14{,}58\,\mathrm{km/h}.$$ (1 taškas)

b) Braižome abiejų mokinių atstumų iki Aistės priklausomybių nuo laiko grafikus: šie atstumai per laiką $t_1 = 20\,\mathrm{s}$ tiesiškai sumažėja nuo $s_1 = 86\,\mathrm{m}$ (ir atitinkamai $s_2 = 81\,\mathrm{m}$) iki 0. (3 taškai)
Kitame grafike braižome mokinių greičių priklausomybes nuo laiko (horizontalios tiesės). (3 taškai)
Kiekviename grafike turi būti nurodyti mastelis, koordinačių pradžios vertės, ašių pavadinimai su matavimo vienetais, nubraižytos dvi tiesės.





2. Jonas, kurio masė M = 48 kg, užsimetė kuprinę ant pečių ir užlipo laiptais į H = 8 m aukštį, atlikdamas A = 4,72 kJ darbą.

a) Kiek kartų pasikeistų atliktas darbas, jei kuprinė svertų dvigubai daugiau?

b) Į kokį aukštį reikėtų pakilti su šia sunkesne kuprine, kad darbas būtų atliktas toks pats, t. y. A = 4,72 kJ?

Energijos nuostolių ir aplinkos poveikio nepaisyti.

Sprendimas

a) Pažymėkime kuprinės masę m. Jono atliktas darbas lipant laiptais yra lygus potencinės energijos pokyčiui:

$$A = (M + m)gH,$$ (1 taškas)

iš čia

$$m = \frac{A}{gH} - M.$$ (1 taškas)

Jei kuprinė būtų dvigubai sunkesnė, Jonas atliktų darbą

$$A' = (M + 2m)gH,$$ (1 taškas)

taigi atliktų darbų santykis

$$\frac{A'}{A} = \frac{(M + 2m)gH}{(M + m)gH} = \frac{\frac{2A}{gH} - M}{\frac{A}{gH}} = 2 - \frac{MgH}{A},$$ (2 taškai)

$$\frac{A'}{A} \approx 1{,}2.$$ (1 taškas)

b) Naująjį aukštį h randame iš sąlygos:

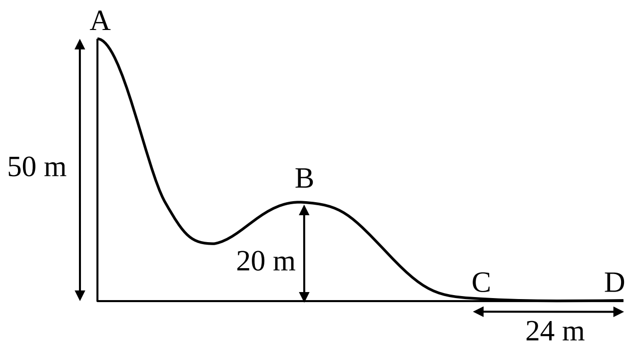
$$A = (M + 2m)gh,$$ (1 taškas)

iš čia

$$h = \frac{A}{g(M + 2m)} = \frac{A}{g\left(\frac{2A}{gH} - M\right)} = \frac{AH}{2A - MgH}.$$ (2 taškai)

$h \approx 6{,}7$ m. (1 taškas)

3. Iliustracijoje pavaizduota slidininko trasa. Slidininkas, kurio masė 65 kg, iš taško A pradeda leistis nurodyta trasa ir sustoja taške D. Oro pasipriešinimo nepaisykite.



a) Apskaičiuokite slidininko greitį taške B, jei 24% jo turėtos pradinės energijos virto vidine energija.
b) Tašką C slidininkas pasiekia judėdamas 8,2 m/s greičiu; nučiuožęs dar 24 m atstumą per 5,87 s, jis sustoja taške D. Nustatykite, kokio dydžio trinties jėga veikė slidininką trasos CD dalyje.
c) Kitas 76 kg masės slidininkas į trasos tašką C įčiuožė 9,6 m/s greičiu. Nustatykite, per kiek laiko sustos šis slidininkas, jeigu abiejų slidininkų slides veikia vienodos trinties jėgos.

Sprendimas

a) Taške A slidininkas turi potencinės energijos:

$$E_{pA} = mgh_A, \qquad (1)$$

čia m – slidininko masė, h_A= 50 m – taško A aukštis. Taške B jo potencinė energija:

$$E_{pB} = mgh_B, \qquad (2)$$ (1 taškas)

čia h_B = 20 m. Kadangi $Q = \alpha E_{pA}$ energija pavirto šiluma (čia $\alpha = 0{,}24$), slidininko kinetinė energija taške B:

$$E_{kB} = E_{pA} - Q - E_{pB} = mg[(1-\alpha)h_A - h_B]. \qquad (3)$$ (1 taškas)

Kita vertus,

$$E_{kB} = \frac{mv_B^2}{2}, \qquad (4)$$ (1 taškas)

Taigi sulyginę (3) ir (4) randame slidininko greitį taške B:

$$v_B = \sqrt{2g[(1-\alpha)h_A - h_B]},$$ (1 taškas)

$$v_B \approx 18{,}8 \text{ m/s}.$$ (1 taškas)

b) Pagreitis, kurį įgyja slidininkas atkarpoje CD:

$$a = \frac{v_C - v_D}{t} = \frac{v_c}{t}. \qquad (5)$$ (1 taškas)

Slidininkas sustoja, dėl jį veikiančių jėgų atstojamosios:

$$F = ma = m\frac{v_c}{t}.$$ (1 taškas)

Kadangi oro pasipriešinimo nėra, o nuo taško C slidininkas juda iš inercijos, tai ši jėga ir lygi slidininką veikiančiai trinties jėgai. Suskaičiavę randame:

$$F_{\text{tr}} = F \approx 90{,}8 \text{ N}.$$ (1 taškas)

c) Jei abu slidininkus veikia ta pati trinties jėga, antrasis masės m_2 slidininkas sustos po laiko t_2:

$$F = m_2\frac{v_{C2}}{t_2} \;\Rightarrow\; t_2 = \frac{m_2 v_{C2}}{F} = t\cdot\frac{m_2 v_{C2}}{m v_C}.$$ (1 taškas)

$$t_2 \approx 8{,}04 \text{ s}.$$ (1 taškas)

4. Ledo gabaliukas plaukioja vandens pripiltame inde, kurio temperatūra $t_0 = 0$ °C. Jis visiškai panyra į vandenį, jei ant jo yra uždedamas minimalios masės $m_1 = 100$ g krovinys. Atšaldžius ledo gabaliuką iki temperatūros t_1, vėl įdėjus jį į tos pačios pradinės temperatūros $t_0 = 0$ °C vandenį bei nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, ledo gabaliukas visiškai panyra į vandenį, jei ant jo uždedamas $m_2 = 110$ g masės krovinys. Raskite, iki kokios temperatūros t_1 buvo atšaldytas ledas. Ledo savitoji šiluma $c_L = 2100\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}$, ledo savitoji lydymosi šiluma $\lambda = 330\,\mathrm{kJ/kg}$, vandens savitoji šiluma $c_v = 4200\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}$, ledo tankis $\rho_L = 920\ \mathrm{kg/m^3}$, vandens tankis $\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$.

Sprendimas

Tegul pradinė ledo gabaliuko masė yra M_1, atšaldyto ir vėl panardinto ledo gabaliuko galinė masė M_2. Atšaldytas ledo gabaliukas inde su vandeniu sušyla iki $t_0 = 0$ °C temperatūros dėka šilumos, kurią gauna užšąlant ant jo papildomai ledo masei $\Delta M = M_2 - M_1$. Šio reiškinio šilumos balanso lygtis yra:

$$c_L M_1 (0 - t_1) = \lambda \Delta M. \quad (1) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Ledo gabaliuko plūduriavimo sąlyga prieš atšaldymą yra:

$$F_s = F_A, \quad (2) \qquad \text{(1 taškas)}$$

čia

$$F_s = (M_1 + m_1)g, \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$F_A = \rho_v g V_L, \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$V_L = \frac{M_1}{\rho_L}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Įstatę sunkio, Archimedo jėgos ir tūrio išraiškas į (2), gauname:

$$M_1 + m_1 = \frac{\rho_v}{\rho_L} M_1. \quad (3) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Analogiškai, ledo gabaliuko plūduriavimo sąlyga po atšaldymo yra:

$$M_2 + m_2 = \frac{\rho_v}{\rho_L} M_2. \quad (4) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš (3) lygties išreiškiame pradinę ledo masę:

$$M_1 = \frac{m_1}{\frac{\rho_v}{\rho_L} - 1}. \quad (5)$$

Iš (4) atėmus (3), gauname:

$$M_2 - M_1 + m_2 - m_1 = \frac{\rho_v}{\rho_L}(M_2 - M_1),$$

arba

$$\Delta M + m_2 - m_1 = \frac{\rho_v}{\rho_L} \Delta M \ \Rightarrow \ \Delta M = \frac{m_2 - m_1}{\frac{\rho_v}{\rho_L} - 1}. \quad (6) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Gautą ledo masės pokytį iš (6) lygties ir jo pradinę masę iš (5) lygties įrašome į (1) :

$$-c_L \frac{m_1}{\frac{\rho_v}{\rho_L} - 1} t_1 = \lambda \frac{m_2 - m_1}{\frac{\rho_v}{\rho_L} - 1}, \quad (7)$$

iš čia randame pradinę ledo temperatūrą:

$$t_1 = -\frac{\lambda (m_2 - m_1)}{m_1 c_L}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$t_1 \approx -15{,}7\ \text{°C}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

5. Kosmose link Žemės skriejantis meteoras, patekęs į Žemės atmosferą, išsilydė, o vėliau pavirto garais, šių vyksmų metu jam atiteko 60 % jo pradinės turėtos energijos, o visa likusi jos dalis šildė atmosferos orą. Meteoras buvo sudarytas iš geležies arba geležiai artimos medžiagos, dėl Saulės spinduliuotės iš pradžių įšilęs iki 200 K temperatūros. Įvertinkite, kokiu greičiu meteoras įlėkė į Žemės atmosferą. Kietosios geležies savitoji šiluma c_1 = 450 J/(kg·K), skystosios – c_2 = 900 J/(kg·K); savitoji lydymosi šiluma λ = 247 kJ/kg, savitoji garavimo šiluma L = 6,09 MJ/kg, lydymosi temperatūra t_1 = 1810 K, virimo temperatūra t_2 = 3130 K.

Sprendimas

Meteorui išgaruoti sunaudota šiluma

$$Q = \eta E_k,$$ (1 taškas)

čia $\eta = 0{,}6$, o $E_k = \frac{mv^2}{2}$ – meteoro pradinė kinetinė energija. (1 taškas)

Kita vertus,

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4, \qquad (1)$$ (1 taškas)

čia geležiai įkaitinti iki lydymosi temperatūros reikalinga šiluma:

$$Q_1 = c_1 m(t_1 - t_0),$$ (1 taškas)

geležies lydymosi šiluma:

$$Q_2 = \lambda m,$$ (1 taškas)

skystosios geležies įkaitinimui iki virimo temperatūros reikalinga šiluma:

$$Q_3 = c_2 m(t_2 - t_1),$$ (1 taškas)

garavimo šiluma:

$$Q_4 = Lm.$$ (1 taškas)

Įsirašę visas šias išraiškas į (3) lygtį, gauname:

$$\eta \frac{mv^2}{2} = c_1 m(t_1 - t_0) + c_2 m(t_2 - t_1) + m\lambda + mL,$$

Iš čia ieškomas greitis

$$v = \sqrt{\frac{2[c_1(t_1 - t_0) + c_2(t_2 - t_1) + \lambda + L]}{\eta}},$$ (2 taškai)

$$v = 5{,}24 \text{ km/s}.$$ (1 taškas)

6. Elektronikos įmonė turi 0,5 t vario (tankis 8940 kg/m^3, savitoji varža $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ω·m) ir tokią pat masę aliuminio (tankis 2700 kg/m^3, savitoji varža $2{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ω·m). Siekiama pagaminti kuo ilgesnius aliumininį ir varinį laidus, tačiau kiekvieno jų varža turi būti nemažesnė nei 20 Ω ir nedidesnė nei 50 Ω. Apskaičiuokite, kokio didžiausio ilgio laidus įmonė gali pagaminti iš abiejų medžiagų, ir nustatykite, koks jų skersmuo.

Sprendimas

Laido varža

$$R = \rho_{\mathrm{v}} \frac{l}{S}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

čia ρ_{v} –laido medžiagos savitoji varža, l – laido ilgis, $S = m/(\rho_{\mathrm{t}} l)$ – jo skerspjūvio plotas, m – laido masė, ρ_{t} – laido medžiagos tankis. (1 taškas)

Taigi laido varža

$$R = \frac{\rho_{\mathrm{v}} \cdot l^2 \cdot \rho_{\mathrm{t}}}{m}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

iš čia laido ilgis

$$l = \sqrt{\frac{Rm}{\rho_{\mathrm{v}} \rho_{\mathrm{t}}}}. \qquad (1) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš gautos išraiškos matome, kad kuo mažesnė laido varža, tuo laidininko ilgis bus trumpesnis. Kad gautume kuo ilgesnius laidus, turime naudoti didžiausią leistiną varžos vertę R = 50 Ω. (1 taškas)

Apskaičiuojame, kokio ilgio laidus gausime atitinkamai naudojant varį ir aliuminį:

$l_{\mathrm{vario}} \approx 12{,}83$ km, (1 taškas)

$l_{\mathrm{aliuminio}} \approx 18{,}18$ km. (1 taškas)

Kadangi laido skerspjūvio plotas yra $S = \frac{1}{4}\pi \cdot d^2$, jo skersmuo d yra lygus:

$$d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4m}{\rho_{\mathrm{t}} \pi l}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_{\mathrm{v}} m}{\rho_{\mathrm{t}} R}}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

$d_{\mathrm{vario}} \approx 2{,}4$ mm. (1 taškas)

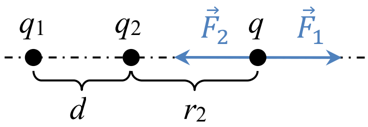
$d_{\mathrm{aliuminio}} \approx 3{,}6$ mm. (1 taškas)

7. Du taškiniai krūviai $q_1 = 5$ μC ir $q_2 = -3$ μC įtvirtinti $d = 0{,}25$ m atstumu vienas nuo kito.

a) Kur šiuos krūvius jungiančioje tiesėje reikia padėti trečią taškinį krūvį q, kad jį veikianti jėga būtų lygi nuliui?

b) Koks būtų a) dalies atsakymas, jei krūvis q_2 būtų teigiamas (t.y. jei $q_2 = 3$ μC)?

Sprendimas



a) Kadangi $|q_1| > |q_2|$, trečiąjį krūvį q reikia padėti krūvius q_1 ir q_2 jungiančios atkarpos išorėje, arčiau antrojo krūvio atstumu r_2 nuo jo ir atitinkamai atstumu $r_1 = d + r_2$ nuo pirmojo krūvio. (1 taškas)

Tegu $q > 0$ – tuomet jį veikiančios jėgos yra tokių krypčių, kaip parodyta pav.

Kadangi

$$F_1 = \frac{kqq_1}{r_1^2} \text{ ir } F_2 = \frac{kq|q_2|}{r_2^2}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

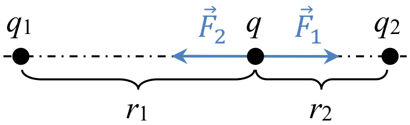
atstojamoji krūvį q veikianti jėga bus lygi 0, jeigu

$$\frac{kqq_1}{(d+r_2)^2} = \frac{kqq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{d+r_2}{r_2} = \sqrt{\frac{q_1}{|q_2|}}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

iš čia

$$r_2 = \frac{d}{\sqrt{\frac{q_1}{|q_2|}} - 1} = d\frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{q_1} - \sqrt{|q_2|}}, \qquad \text{(2 taškai)}$$

$r_2 \approx 85{,}6$ cm (ir atitinkamai $r_1 = d + r_2 \approx 110{,}9$ cm). (1 taškas)



b) Kai $0 < q_2 < q_1$, trečiąjį krūvį q reikia padėti krūvius q_1 ir q_2 jungiančios atkarpos viduje, arčiau antrojo krūvio atstumu r_2 nuo jo ir atitinkamai atstumu $r_1 = d - r_2$ nuo pirmojo krūvio. (1 taškas)

Šiuo atveju

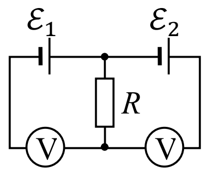
$$\frac{kqq_1}{(d-r_2)^2} = \frac{kqq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{d-r_2}{r_2} = \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

iš čia

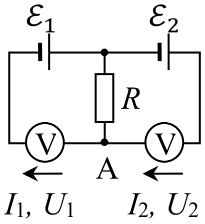
$$r_2 = \frac{d}{\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} + 1} = d\frac{\sqrt{q_2}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}, \qquad \text{(1 taškas)}$$

$r_2 \approx 10{,}9$ cm (ir atitinkamai $r_1 = d - r_2 \approx 14{,}1$ cm). (1 taškas)

8. Du idealūs elektrovaros šaltiniai ($\mathcal{E}_1$ = 3 V ir $\mathcal{E}_2$ = 6 V), rezistorius ir du vienodi voltmetrai sujungti į pav. parodytą grandinę. Vienas iš voltmetrų rodo 5 V įtampą. Ką rodys šis voltmetras, jeigu kitas voltmetras bus: a) išimtas iš grandinės; b) užtrumpintas?



Sprendimas



Pagal sąlygą, vienas iš voltmetrų rodo 5 V įtampą, kuri nesutampa nė su vieno iš šaltinių elektrovara – vadinasi, voltmetrai nėra idealūs (jų varža baigtinė), ir grandinėje teka elektros srovė. (1 taškas)

Kadangi ši rodoma įtampa yra didesnė už $\mathcal{E}_1$, bet mažesnė už $\mathcal{E}_2$, šią įtampą rodo prie antrojo šaltinio prijungtas voltmetras. (1 taškas)

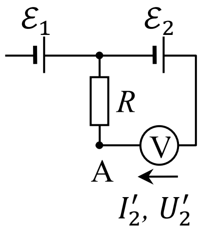
Taigi pažymėkime voltmetrų vidinę varžą r, kairiojo voltmetro rodomą įtampą U_1, juo tekančią srovę $I_1 = U_1/r$ bei dešiniojo voltmetro įtampą $U_2 = 5$ V ir srovę $I_2 = U_2/r$. Tuomet mazge A srovė išsišakoja, ir rezistoriumi į viršų teka stiprio $I = I_2 - I_1$ srovė. (1 taškas)

Kadangi voltmetrų rodomų įtampų suma $U_1 + U_2 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$, gauname, jog

$$U_1 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - U_2 = 4 \text{ V}.$$ (1 taškas)

Įtampa antrojo šaltinio gnybtuose yra lygi rezistoriaus ir antrojo voltmetro įtampų sumai: $U_2 + IR = \mathcal{E}_2$, iš čia

$$R = \frac{\mathcal{E}_2 - U_2}{I} = \frac{\mathcal{E}_2 - U_2}{\frac{U_2}{r} - \frac{U_1}{r}} = r\frac{\mathcal{E}_2 - U_2}{U_2 - U_1} = r\frac{\mathcal{E}_2 - U_2}{2U_2 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}. \quad (1)$$ (1 taškas)



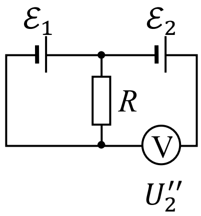
a) Kairįjį voltmetrą išėmus iš grandinės, srovė tekės tik per antrąjį šaltinį, likusį voltmetrą bei rezistorių. Šios srovės stipris $I_2' = \frac{\mathcal{E}_2}{r+R}$, taigi likęs voltmetras rodys įtampą

$$U_2' = I_2' r = \frac{\mathcal{E}_2 r}{r+R} = \frac{\mathcal{E}_2}{1+\frac{R}{r}}.$$

Atsižvelgę į (1), gauname:

$$U_2' = \frac{\mathcal{E}_2}{1 + \frac{\mathcal{E}_2 - U_2}{2U_2 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}} = \frac{\mathcal{E}_2(2U_2 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)}{2U_2 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_2 - U_2} = \frac{\mathcal{E}_2(2U_2 - \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)}{U_2 - \mathcal{E}_1}.$$ (2 taškai)

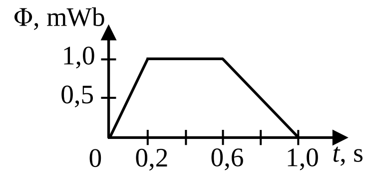
$$U_2' = 3 \text{ V}.$$ (1 taškas)



b) Užtrumpinus kairįjį voltmetrą, juo srovė visai netekės, o dešinysis voltmetras rodys abiejų šaltinių suminę elektrovarą:

$$U_2'' = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 9 \text{ V}.$$ (2 taškai)

9. Rite, turinčia $N = 300$ vijų, tekanti elektros srovė per vieną viją sukuria magnetinį srautą, kurio kitimo grafikas pavaizduotas paveiksle.



a) Nustatykite, kokia didžiausia saviindukcijos elektrovara ε_s sukuriama ritėje.

b) Sakykime, kad ritės induktyvumas $L = 0{,}5$ mH. Nubraižykite magnetinio lauko energijos ritėje W priklausomybės nuo laiko t grafiką $W(t)$.

Sprendimas

a) Saviindukcijos elektrovara yra proporcinga magnetinio lauko srauto kitimo spartai:

$$\varepsilon_s = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$ (1 taškas)

Iš grafiko matyti, kad magnetinis srautas sparčiausiai kinta laiko intervale nuo 0 s iki 0,2 s, kuomet magnetinis srautas pakinta nuo 0 Wb iki 0,001 Wb, todėl didžiausia saviindukcijos elektrovara lygi:

$$\varepsilon_s = -300\frac{0{,}001\,\text{Wb} - 0\,\text{Wb}}{0{,}2\,\text{s} - 0\,\text{s}} = -1{,}5\,\text{V}.$$ (1 taškas)

b) Rite tekančios elektros srovės stiprį bet kuriuo laiko momentu surandame iš formulės

$$N\Phi = LI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{N\Phi}{L},$$ (1 taškas)

o magnetinio lauko energiją galime apskaičiuoti naudodamiesi formule

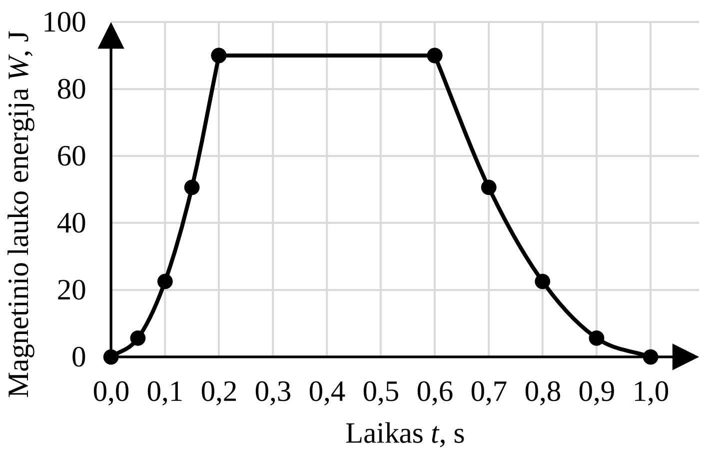
$$W(t) = \frac{LI(t)^2}{2} = \frac{N^2\Phi(t)^2}{2L}.$$ (1 taškas)

Pastebime, kad magnetinio lauko energija nuo magnetinio srauto (o tuo pačiu ir nuo laiko) priklauso ne tiesiškai, o kvadratiškai. Iš pateikto grafiko pasirenkame keletą magnetinio srauto Φ verčių tam tikrais laiko momentais t, apskaičiuojame magnetinio lauko energijos W vertes ir nubraižome grafiką.

1 lentelė. Magnetinis srautas bei magnetinio lauko energija pasirinktais laiko momentais. (2 taškai)

Laikas t, s	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Magnetinis srautas Φ, mWb	0	0,25	0,5	0,75	1	1	0,75	0,5	0,25	0
Magnetinio lauko energija W, J	0	6	23	51	90	90	51	23	6	0

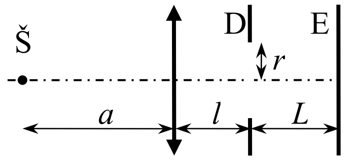
(Vertinimo pastabos. Skiriami 2 taškai, jei apskaičiuotų magnetinio lauko energijos verčių kiekis laiko intervaluose $t \in [0;0{,}2]$ s ir $t \in [0{,}6;1{,}0]$ s yra ≥10, arba 1 taškas, jei apskaičiuotų verčių kiekis tuose pačiuose laiko intervaluose yra ≥6. Taškai skiriami net jei lentelė nepateikta, tačiau nubraižytame grafike pažymėtos teisingai apskaičiuotos skaitinės vertės.)



(4 taškai)

(Vertinimo pastaba. Taškai skiriami, jei nubraižytas teisingas magnetinio lauko energijos priklausomybės nuo laiko grafikas. Mažinama po 0,5 taško, jei grafikas per mažas ir/ar sunkiai suprantamas, braižoma be liniuotės, ant ašių nepažymėti dydžiai ir/ar jų matavimo vienetai, ant ašių nepažymėtos skaitinės vertės, taškai sujungti laužte.)

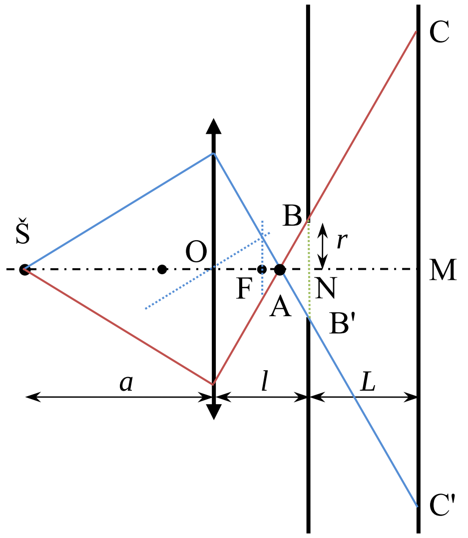
10. Atstumu $l = 6$ cm nuo glaudžiamojo lęšio, kurio židinio nuotolis $F = 3$ cm, padėta $r = 3$ cm spindulio apskrita diafragma (neskaidrus ekranas su skritulio formos skylute, D). Kitoje lęšio pusėje atstumu $a = 12$ cm nuo jo lęšio ir diafragmos optinėje ašyje patalpintas taškinis šviesos šaltinis Š.



a) Kokio skersmens šviesos dėmė susidaro atstumu $L = 7$ cm už diafragmos pastatytame ekrane E?

b) Kokio skersmens šviesos dėmė susidarytų šiame ekrane glaudžiamąjį lęšį pakeitus to paties židinio nuotolio sklaidomuoju lęšiu ($F' = -F = -3$ cm)?

Sprendimas



a) Nubraižome šviesos spindulių eigą, pažymėdami susidariusį šviesos šaltinio atvaizdą taške A bei diafragmos kraštą taške B liečiantį spindulį AB, ekraną kertantį taške C. (2 taškai)

Šviesos šaltinio atvaizdas A nuo lęšio nutolęs atstumu $\mathrm{OA} = b$, kurį randame iš lęšio formulės

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{Fa}{a - F}. \qquad (1)$$

(1 taškas)

Iš trikampių ABB' ir ACC' panašumo gauname, kad $\frac{\mathrm{CC'}}{\mathrm{BB'}} = \frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AN}}$, iš čia ieškomas ekrane gautos šviesos dėmės skersmuo yra

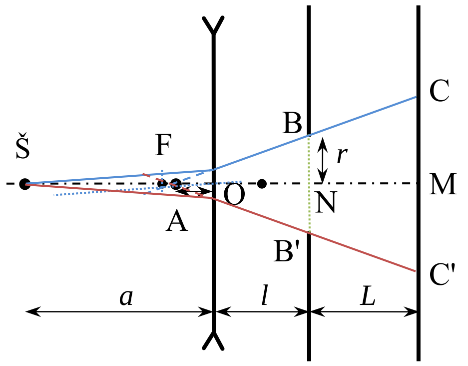
$$d = \mathrm{CC'} = \mathrm{BB'} \cdot \frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AN}} = 2r \cdot \frac{l + L - b}{l - b}$$

arba, atsižvelgus į (1),

$$d = 2r \frac{(L + l)(a - F) - Fa}{l(a - F) - Fa}.$$

(2 taškai)

$d = 27$ cm. (1 taškas)



b) Esant skaidomajam lęšiui, šaltinio atvaizdas A susidaro prieš lęšį atstumu $b' = \mathrm{AO}$ nuo jo:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b'} = -\frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad b' = \frac{Fa}{a + F}. \qquad (2)$$

(1 taškas)

Iš panašių trikampių vėl gauname šviesos dėmės skersmenį:

$$d' = \mathrm{CC'} = \mathrm{BB'} \cdot \frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{AN}} = 2r \cdot \frac{l + L + b'}{l + b}$$

arba, atsižvelgus į (2),

$$d' = 2r \frac{(L + l)(a + F) + Fa}{l(a + F) + Fa}.$$

(2 taškai)

$d' = 11$ cm. (1 taškas)