

Lietuvos mokinių matematikos olimpiada  
Savivaldybių etapo užduotys 9–10 klasei  
2022 m.

**1 uždavinys.** Šiandien Sonata ir Donata abi švenčia savo gimtadienius. Sonata Donatai pasakė tokį teisingą teiginį apie savo amžių: „Dabar man yra pusantro karto daugiau metų, nei tau buvo tuo metu, kai aš buvau tavo dabartinio amžiaus. O kai tu sulauksi mano amžiaus, mūsų amžių suma bus lygi dabartiniam mūsų kaimyno Renato amžiui.“ Kiekvienas amžius teiginyje yra sveikasis metų skaičius. Renatui šiuo metu 91 metai. Kiek metų šiandien sukako Sonatai?

**2 uždavinys.** Keturių svarelių – raudono, balto, mėlyno ir žalio – masės gramais atitinkamai lygios  $r$ ,  $b$ ,  $m$  ir  $z$ . Yra žinoma, kad šiuos keturis skaičius surašius didėjimo tvarka gaunama seka 1, 2, 3, 4 ir kad skaičius  $r$  lygus 2 arba 3. Nustatykite, ar turint tik šiuos svarelius ir lėkštines svarstyklės įmanoma trimis svėrimais garantuotai sužinoti visų keturių skaičių  $r$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $z$  reikšmes.

*Pastaba.* Kiekvienas svėrimas lėkštinėmis svarstyklėmis parodo, kurioje iš dviejų lėkščių padėta masė yra didesnė arba kad masės abiejose lėkštėse yra lygios.

**3 uždavinys.** Duotas iškilasis keturkampis  $ABCD$ . Atkarpoje  $AB$  pažymėtas toks taškas  $E$ , kad  $EB = 2 \cdot AE$ . Atkarpoje  $CD$  pažymėtas toks taškas  $F$ , kad  $DF = 2 \cdot CF$ . Įrodykite, kad keturkampio  $ABCD$  plotas yra tris kartus didesnis už keturkampio  $AECF$  plotą.

**4 uždavinys.** Keturženklis natūralusis skaičius  $N$  nesidalija iš 10. Skaičiaus  $N$  skaitmenis surašius atvirkščia tvarka, gaunamas skaičius  $5N + 6$ . Raskite visus tokius skaičius  $N$ .

**5 uždavinys.** Raskite lygčių sistemos

$$\begin{cases} ab + c + d = 0, \\ bc + d + a = 8, \\ cd + a + b = 1, \\ da + b + c = 7 \end{cases}$$

visus realiuosius sprendinius  $(a, b, c, d)$ .

Kiekvienas uždavinys vertinamas 5 taškais.