

70-oji Lietuvos mokinių matematikos olimpiada
Organizuojama nuotoliniu būdu, 2022 04 19
9–10 klasės

1. Išspręskite lygčių sistemą

$$\begin{cases} 2x(x + y) = 4z - 1, \\ 2y(y + z) = 4x - 1, \\ 2z(z + x) = 4y - 1. \end{cases}$$

2. Trikampio ABC kampas B yra status, o jo pusiauakraštinės BD ir CE statmenos. Įžambinės AC statmuo, išvestas iš jos taško D , kerta statinį AB taške F . Raskite santykį $AF : FB$.
3. Ant stalo yra 7 krūvelės monetų, kuriose yra atitinkamai 1, 2, 3, 4, 5, 6 ir 7 monetas. Agnė gali vienu ėjimu įdėti dar po vieną monetą į bet kurias 5 krūveles. Ar gali Agnė atlikti keletą ėjimų taip, kad po jų visose krūvelėse monetų taptų po lygiai? Jei taip, nustatykite kiek mažiausiai ėjimų tam prireiks.
4. Raskite visas natūraliųjų skaičių poras (a, b) , su kuriomis abu skaičiai $a^2 + 3b$ ir $3a + b^2$ yra natūraliųjų skaičių kvadratai.